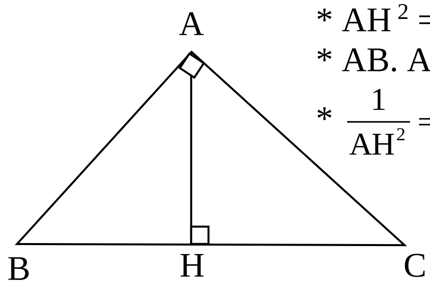
TÓM TẮT LÝ THUYẾT VÀ BÀI TẬP TOÁN 9
HÌNH HỌC

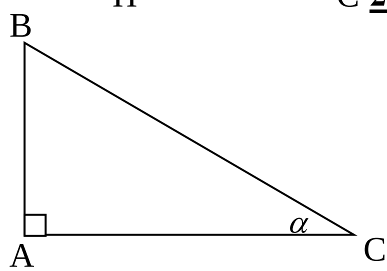
<u>CHƯƠNG</u> I: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

1) <u>Hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông:</u>



* $AB^2 = BH.BC$; $AC^2 = HC.BC$
* $AH^2 = BH.HC$
* $AB.AC = AH.BC$
* $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2}$
* ΔABC vuông tại A $\Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$ (Định lý Pythagore thuận , đảo)

2) <u>Tỷ số lượng giác của một góc nhọn</u> :



$\text{Sin}\,\alpha = \dfrac{AB}{BC}$ $\left(= \dfrac{\text{đối}}{\text{huyền}}\right)$

$\text{Cos}\,\alpha = \dfrac{AC}{BC}$ $\left(= \dfrac{\text{kề}}{\text{huyền}}\right)$

$\text{Tg}\,\alpha = \dfrac{AB}{AC}$ $\left(= \dfrac{\text{đối}}{\text{kề}}\right)$; $\text{Cotg}\,\alpha = \dfrac{AC}{AB}$ $\left(= \dfrac{\text{kề}}{\text{đối}}\right)$

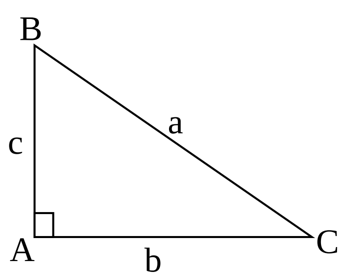
*Với 2 góc nhọn α ; β nếu ta có $\text{Sin}\,\alpha = \text{Sin}\beta$ (hoặc $\text{Cos}\,\alpha = \text{Cos}\beta$; $\text{tg}\alpha = \text{tg}\beta$; $\text{cotg}\alpha = \text{cotg}\beta$) thì $\alpha = \beta$

* Nếu $\alpha + \beta = 90^0$ thì ta có : $\text{Sin}\alpha = \text{Cos}\beta$; $\text{Cos}\alpha = \text{Sin}\beta$; $\text{Tg}\,\alpha = \text{Cotg}\beta$; $\text{Cotg}\alpha = \text{Tg}\beta$

***<u>Tỷ số lượng giác của một số góc đặc biệt</u>**

Tỷ số lượng giác	30^0	45^0	60^0
Sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
Cotg	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

<u>3)Giải tam giác vuông</u> :



a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác ABC vuông tại A

* b = a.sinB = a.CosC ; c = a. sinC = a. cosB
* b = c.tgB = c.cotgC ; c = b.tgC = b.cotgB

*ΔABC vuông tại A $\Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$

$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2}$; $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2}$

- ΔABC vuông tại A có $C = 30^0 \Rightarrow AB = \dfrac{BC}{2}$
- ΔABC vuông tại A có $B = 60^0 \Rightarrow AC = \dfrac{BC\sqrt{3}}{2}$

CHƯƠNG II ĐƯỜNG TRÒN

1)Định nghĩa và sự xác định đường tròn:

a) **Định nghĩa :** Tập hợp các điểm cách điểm O cố định một khoảng không đổi bằng R là đường tròn tâm O, bán kính R . Kí hiệu : đường tròn (O; R) hay đường tròn (O) .

b) **Vị trí của một điểm đối với đường tròn** :

* Điểm M nằm trên đường tròn (O ; R) ⇔ OM = R .

* Điểm M nằm ngoài đường tròn (O ; R) ⇔ OM > R .

* Điểm M nằm trong đường tròn (O ; R) ⇔ OM < R .

c) So sánh độ dài dây và đường kính :

* Định lý : Đường kính là dây cung lớn nhất của đường tròn .

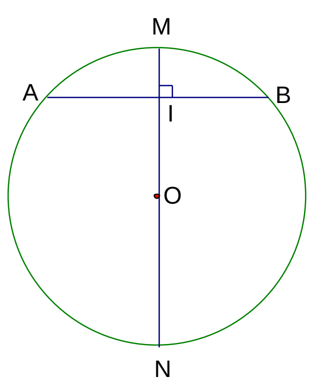
d) Sự xác định của đường tròn:

Định lí :

* Đường tròn đi qua ba đỉnh A, B, C của tam giác ABC gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC (Tam giác ABC gọi là tam giác nội tiếp đường tròn)

*** Tâm của đường tròn ngoại tiếp t/g là giao điểm các đường trung trực của các cạnh tam giác .**

2) Tính chất đối xứng của đường tròn :



a) **Liên hệ giữa đường kính và dây cung:**

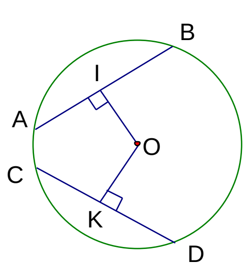
***Định lí** : Đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây đó .

(Đường tròn (O) có OM ⊥ AB tại I ⇒ I là trung điểm của AB).

***Định lí đảo** : đường kính đi qua trung điểm của một dây (dây không là đường kính) thì vuông góc với dây đó . (Đường tròn (O) có OM cắt AB tại I và I là trung điểm của dây AB ⇒ OM ⊥ AB tại I)

b) Liên hệ giữa dây và khoảng cách đến tâm :

* Định lí : Trong một đường tròn ; + Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm



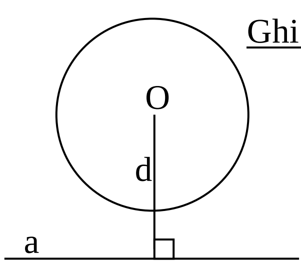
(Đường tròn (O)có AB = CD, OI ⊥AB tạiI, OK ⊥CD tại K ⇒ OI = OK)

+ Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau

(Đ. Tròn (O) có OI ⊥AB tại I, OK⊥CD tại K, OI = OK ⇒ AB = CD)

2)Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn :

Ghi chú : d = OH là khoảng cách từ tâm đ. tròn (O, R) đến đ .thẳng a

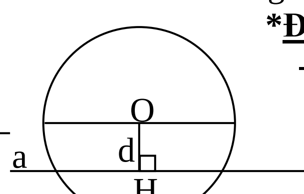


***Đường thẳng và đường tròn không giao nhau** :

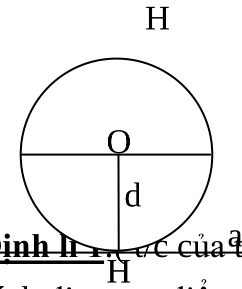
- Số điểm chung : 0 ; - Hệ thức : d > R

***Đường thẳng và đường tròn cắt nhau** :

- Số điểm chung : 0 ;- Hệ thức : d < R



+Trường hợp này đường thẳng a gọi là cát tuyến của đường tròn (O, R)



* **Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc** :

- Số điểm chung : 1 ; - Hệ thức : d = R

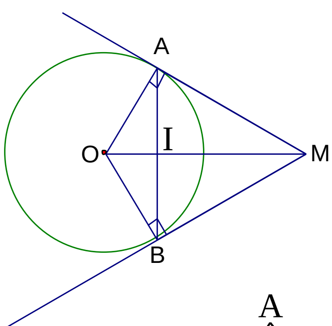
+ Trường hợp này đường thẳng a gọi là tiếp tuyến của đường tròn (O ; R) và H gọi là tiếp điểm

*** Định lí 1** (t/c của tiếp tuyến) Nếu một đ.thẳng là tiếp tuyến của đ. tròn thì nó vuông góc với b.kính đi qua t. điểm (Nếu a là tiếp tuyến của đ. tròn tâm O và H là tiếp điểm thì a $\perp$OH hay a $\perp$d)

*** Định lí 2** (dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến) Nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng ấy là tiếp tuyến của đường tròn .

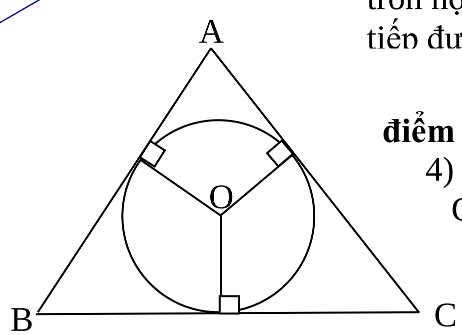
(Đường tròn (O , R) có OH = R và OH $\perp$ a thì a là tiếp tuyến của đường tròn (O)).

*** Định lí 3**: (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) Nếu MA và MB là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) (A và B là hai tiếp điểm) thì :



+ MA = MB .
+ OM là phân giác của góc AOB
+ MO là phân giác của góc AMB
+ OM $\perp$ AB tại I ; I là trung điểm của AB (OM là trung trực của AB)

* Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác ABC gọi là đường tròn nội tiếp tam giác ABC (Tam giác ABC gọi là tam giác ngoại tiếp đường tròn)



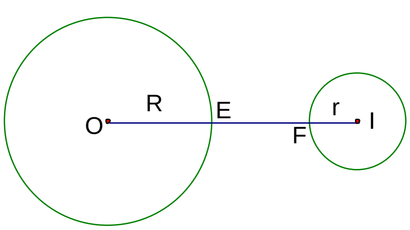
+ Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm các đường phân giác trong của tam giác .

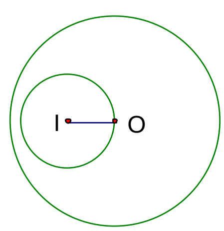
4) Vị trí tương đối của hai đường tròn :

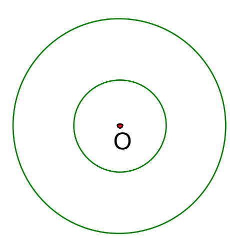
Ghi chú : d là khoảng cách hai tâm hai đường tròn (O; R) và (I ; r), d = OI, giả sử R > r > 0 .

*** Hai đường tròn không giao nhau** :

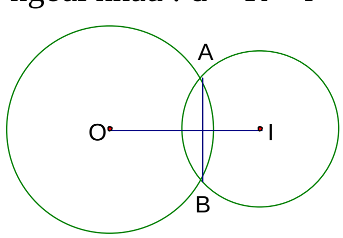
- Số điểm chung : 0 ;-Hệ thức giữa d , R , r :







Ở ngoài nhau : d > R + r Đựng nhau : d < R – r Đặc biệt : đồng tâm (d = 0)

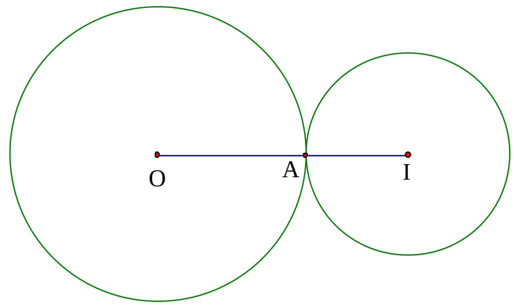


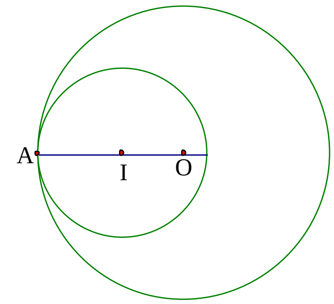
*** Hai đường tròn cắt nhau** : - Số điểm chung : 2

- Hệ thức giữa d, R, r là: R – r < d < R + r

+ Tính chất đường nối tâm : Nếu hai đường tròn cắt nhau thì đường nối tâm vuông góc với dây chung và đi qua trung điểm của dây chung (Nếu đường tròn (O) và đường tròn (I) cắt nhau tại hai điểm A và B thì OI $\perp$ AB tại H và HA = HB)

* Hai đường tròn tiếp xúc :
- Số điểm chung : 1
- Hệ thức giữa d, R, r :



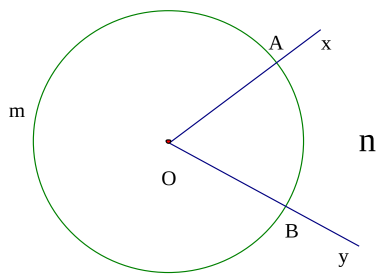


Tiếp xúc ngoài : d = R + r Tiếp xúc trong : d = R – r

+ Tính chất đường nối tâm : Nếu hai đ. tròn tiếp xúc nhau thì tiếp điểm nằm trên đường nối tâm.

CHƯƠNG III GÓC VÀ ĐƯỜNG TRÒN

<u>1) Góc ở tâm</u> :Góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn



(Góc ở tâm AOB chắn cung AB)

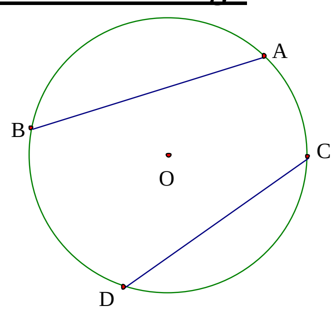
* **<u>Số đo cung :</u>**

+ AOB = sđ AB

+ Số đo cung nửa đường tròn là 180^0

+ Sđ AmB = 360^0 – sđ AnB

*<u>**So sánh hai cung :**</u>



+ sđ AB = sđ CD ⇔ AB = CD

+ sđ AB > sđ CD ⇔ AB > CD

Đối với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau .

+ AB = CD ⇔ AB = CD

+ AB > CD ⇔ AB > CD

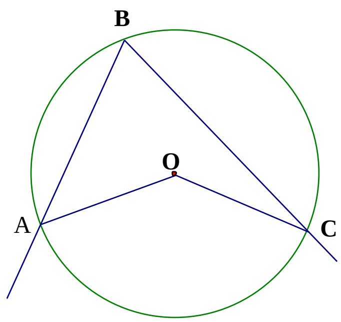
<u>2) Góc nội tiếp</u> :

* Định nghĩa : Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn và hai cạnh cắt đường tròn đó .

* Tính chất :

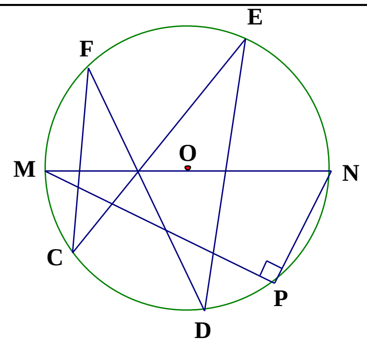
- Định lí : Số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn .
- Hệ quả : Trong một đường tròn :
  + Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc các cung bằng nhau thì bằng nhau
  + Mọi góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông .

+ Mọi góc nội tiếp (nhỏ hơn hay bằng 90^0)có số đo bằng nửa số đo góc ở tâm cùng chắn một cung .



(Đường tròn (O ; OA) có :

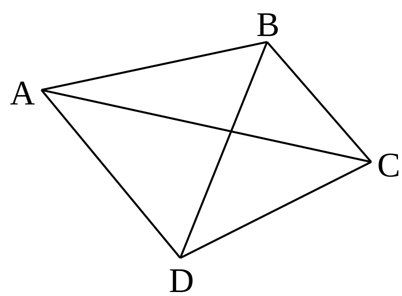
$\text{sđ}\, ABC = \frac{1}{2}\,\text{sđ}\, AC$; $ABC = \frac{1}{2} AOC$)



(Đường tròn (O) đường kính MN có :

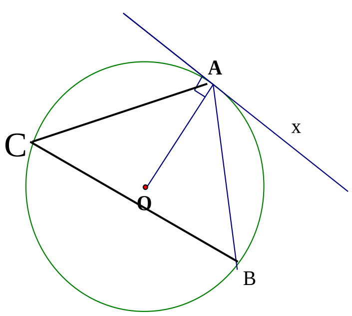
$MPN = 90°$; $CFD = CED$)

3) Tứ giác nội tiếp



Tứ giác ABCD có $ABD = ACD = \alpha$ (tứ giác ABCD có ABD và ACD cùng cạnh AD dưới một góc α) $\Rightarrow$ tứ giác ABCD nội tiếp)

4) Góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung :



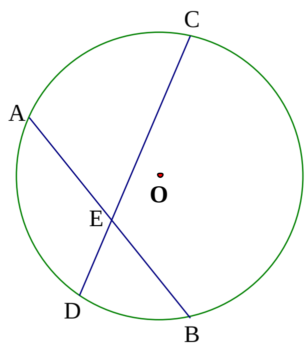
*Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung (đi từ tiếp điểm) bằng nửa số đo của cung bị chắn .

- $\text{Sđ}\, xAB = \frac{1}{2}\,\text{sđ}\, AB$

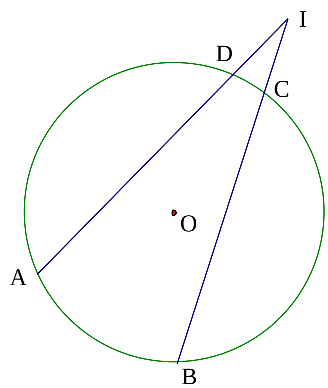
* Trong một đường tròn số đo của góc nội tiếp và số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung thì bằng nhau

- $xAB = ACB$ (Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung ;góc nội tiếp cùng chắn cung AB)

5) Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn

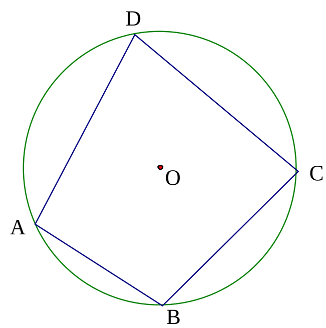


Số đo góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn (một cung nằm giữa hai cạnh của góc và cung kia nằm giữa các tia đối của hai cạnh đó) $\widehat{AEC} = \frac{1}{2}(\text{ sđ}\overset{\frown}{AC} + \text{sđ}\overset{\frown}{DB})$



<u>6) Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn :</u> Số đo góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn bởi hai cạnh của góc .Ta có : $\text{sđ}\widehat{AIB} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\overset{\frown}{AB} - \text{sđ}\overset{\frown}{CD})$

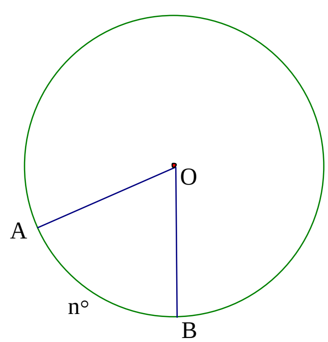
<u>7) Tứ giác nội tiếp</u> :



* Định nghĩa : một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên đường tròn gọi là tứ giác nội tiếp đương tròn .

* Định lí (Tính chất) : Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180^0

* Định lí đảo (cách nhận biết) : Nếu một tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng 180^0 thì tứ giác đó nội tiếp đường tròn .



<u>8) Độ dài đường tròn (còn gọi là chu vi hình tròn), độ dài cung tròn</u> :

* Độ dài đường tròn (còn gọi là chu vi hình tròn) :

$C = 2\pi R$ (R là bán kính đường tròn ; $\pi \approx 3{,}14$

* Độ dài cung tròn : $L_{AB} = \frac{\pi R n^\circ}{180^\circ}$ (R là bán kính đường tròn ;

n^0 là số đo độ cung .

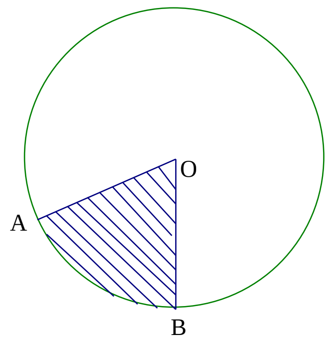
<u>9) Diện tích hình tròn , diện tích hình quạt tròn</u> :

* Diện tích hình tròn :

$S = \pi R^2$

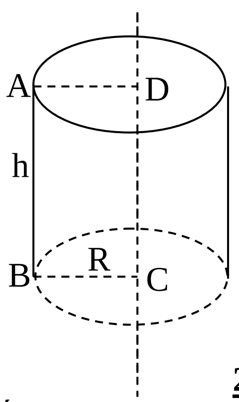
* Diện tích hình quạt tròn :

$S = \frac{\pi R^2 n^\circ}{360}$ hay $S = \frac{L_{AB}.R}{2}$ (R là bán kính hình tròn ; n^0 là số đo độ hình quạt ; L_{AB} là độ dài cung AB ; $\pi \approx 3{,}14$)



CHƯƠNG IV : HÌNH TRỤ - HÌNH NÓN – HÌNH CẦU

1) HÌNH TRỤ : Quay hình chữ nhật ABCD một vòng quanh cạnh CD cố định, hình phát sinh là hình trụ



* Đáy là hai hình tròn bằng nhau (D ; AD) và (C ; CB) thuộc hai mặt phẳng song song

* Đường thẳng CD là trục hình trụ .

* AB là đường sinh (AB quét nên mặt xung quanh hình trụ)

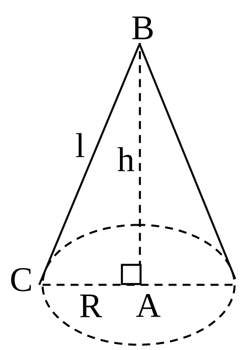
a) Diện tích xung quanh của hình trụ :

$S_{xq} = 2\pi R.h$ (R là bán kính hình tròn đáy) ; h là chiều cao hình trụ .

b) Diện tích toàn phần : $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy}$

c) Thể tích hình trụ : $V = \pi R^2.h$

2) HÌNH NÓN : Quay hình tam giác ABC vuông tại A một vòng quanh cạnh AB cố định, hình phát sinh là HÌNH NÓN .



* Đáy là hình tròn (A ; AC) ; Đỉnh là B

* BC là đường sinh (BC quét nên mặt xung quanh hình nón)

* Độ dài AB là chiều cao hình nón ; Đường thẳng AB là trục hình nón .

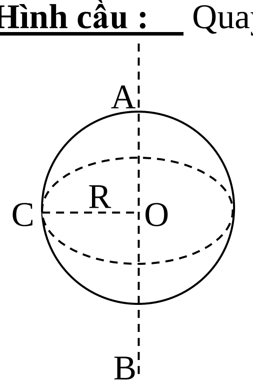
a) Diện tích xung quanh hình nón :

$S_{xq} = \pi Rl$ (R là bán kính hình tròn đáy ; l là độ dài đường sinh)

b) Diện tích toàn phần : $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy}$

c) Thể tích hình nón : $V = \frac{1}{3}\pi R^2.h$ (h là chiều cao hình nón)

3) Hình cầu : Quay nửa hình tròn tâm O, bán kính R một vòng quanh đường kính AB cố định thì hình phát sinh là hình cầu tâm O , bán kính R



a) Diện tích mặt cầu : $S = 4\pi R^2$ (R là bán kính hình cầu)

b) Thể tích hình cầu :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

CÁC KIẾN THỨC CẦN LƯU Ý VÀ HỌC THUỘC ĐỂ ÁP DỤNG LÀM TOÁN

1) $Tg\,\alpha = \dfrac{Sin\alpha}{Cos\alpha}$; $Cotg\ \alpha = \dfrac{Cos\alpha}{Sin\alpha}$; $Tg\,\alpha.Cotg\alpha = 1$; $Sin^2\alpha + Cos^2\alpha = 1$

2) Nếu $Sin\beta < Sin\alpha < Sin\omega$ thì $\beta < \alpha < \omega$

* Nếu $Tg\beta < Tg\alpha < Tg\omega$ thì $\beta < \alpha < \omega$

* Nếu $Cos\beta < Cos\alpha < Cos\omega$ thì $\beta > \alpha > \omega$

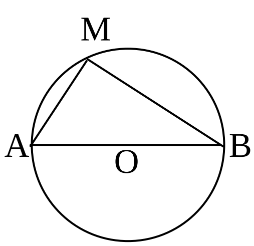
* Nếu $Cotg\beta < Cotg\alpha < Cotg\omega$ thì $\beta > \alpha > \omega$

3) **Vị trí của một điểm đối với đường tròn :**

a) Điểm M nằm trên đường tròn (O; R) ⇔ OM = R

b) Điểm M nằm ngoài đường tròn (O; R) ⇔ OM > R

c) Điểm M nằm trong đường tròn (O; R) ⇔ OM < R



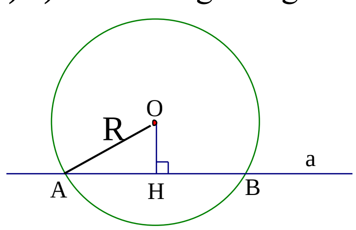
4) a) Nếu điểm M thuộc đường tròn đường kính AB thì $\widehat{AMB} = 1v = 90^\circ$

b)Nếu ΔAMB vuông tại M thì tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔAMB là trung điểm O của cạnh huyền AB và OA = OB = OM = $\frac{1}{2}$AB

5) Nếu tam giác ABC vuông cân tại A có cạnh góc vuông AB = AC = a thì bán kính của đường tròn (O ; R) ngoại tiếp ΔABC là

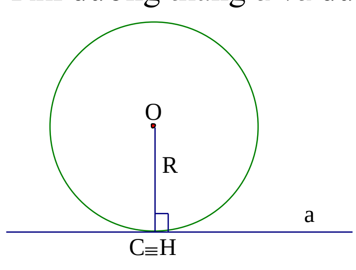
$$OB = OA = OC = R = = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

6) a) Khi đường thẳng a và đường tròn (O ; R) có hai điểm chung A và B ta nói đường thẳng a và đường tròn (O) cắt nhau . Đường thẳng a còn gọi là cát tuyến của đường tròn (O ; R)



b) OH ⊥a tại H. Đường thẳng a và đường tròn (O ; R) cắt nhau khi và chỉ khi OH < R

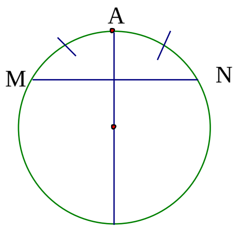
7) a) Khi đường thẳng a và đường tròn (O; R) chỉ có một điểm chung C ,ta nói đường thẳng a và đường tròn (O) tiếp xúc nhau. Ta còn nói đường thẳng a là tiếp tuyến của đường tròn (O; R). Điểm C gọi là tiếp điểm



b) OH ⊥a tại H, đường thẳng a và đường tròn (O; R) tiếp xúc nhau ⇔ OH = R

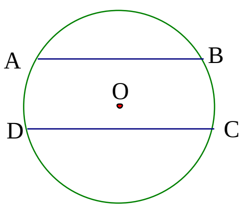
8) Đường thẳng a là tiếp tuyến của (O) ; C là tiếp điểm thì a ⊥ OC

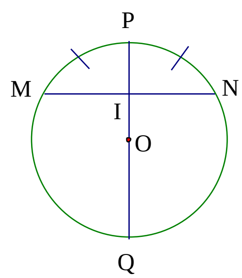
9) Nếu A là điểm chính giữa của cung NM thì NA = AM



10) Đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC (Tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (O)) thì O chính là giao điểm ba đường phân giác trong của tam giác của ABC .

11) Đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC (Tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O)) thì O chính là giao điểm ba đường trung trực của tam giác của ABC .





12) Trong một đường tròn hai cung chắn bởi hai dây song song thì bằng nhau .

13)* Trong một đường tròn đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy.

** Trong một đường tròn đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì đi qua điểm chính giữa của cung căng dây ấy.

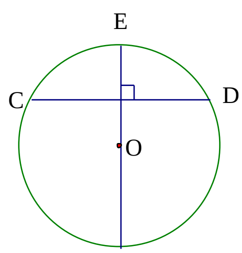
14) Đường tròn (O) có PQ là đường kính ; MN là dây cung; MI = IN và $PQ \cap NM = \{I\}$ $\Rightarrow$ P là điểm chính giữa của cung NM $\Rightarrow$ $PN = PM$

15) Trong một đường tròn đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung ấy và ngược lại .

12) Đường tròn (O) có AB // DC (AB và CD là 2 dây) $\Rightarrow$ AD = BC

13) Đường tròn (O) có PQ là đường kính ; MN là dây có PN = PM và $PQ \cap NM = \{I\}$ $\Rightarrow$ I là trung điểm của dây NM

* Trong một đường tròn hai cung bị chắn giữa



a) Đường tròn (O) có E là điểm chính giữa của cung CD $\Rightarrow$ OE $\perp$ CD

b) Đường tròn (O) có OE $\perp$ CD (E thuộc cung CD) $\Rightarrow$ E là điểm chính giữa của cung CD hay sđ CE = sđ ED = $\frac{1}{2}$ sđ CD

16) Hình thang ABCD nội tiếp đường tròn $\Leftrightarrow$ ABCD là hình thang cân

17) Với đa giác đều nội tiếp đường tròn (O; R) :

a) Nếu lục giác đều có cạnh là a thì a = R .

b) Nếu hình vuông có cạnh là b thì b = $R\sqrt{2}$.

c) Nếu tam giác đều có cạnh là c thì c = $R\sqrt{3}$.

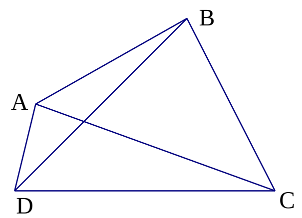
18) Đường tròn (O; R) có $AB = 60°$ thì AB là cạnh của lục giác đều nội tiếp $\Rightarrow$ AB = R .

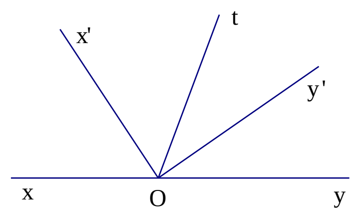
19) Đường tròn (O; R) có $CD = 90°$ thì CD là cạnh của hình vuông nội tiếp $\Rightarrow$ CD = $R\sqrt{2}$

20)Đường tròn (O; R) có $EF = 120°$ thì EF là cạnh của tam giác đều nội tiếp $\Rightarrow$ EF = $R\sqrt{3}$.

21) Tam giác đều có cạnh là a thì S = $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và đường cao h = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

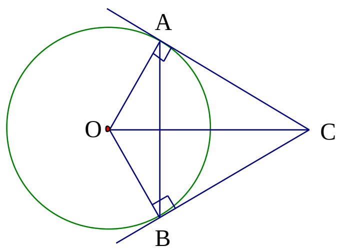
22) Nếu tứ giác ABCD có $DAC = DBC$ thì tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn .





23)Ox' là tia phân giác của góc xOt ; Oy' là tia phân giác của góc tOy và góc xOt kề bù với góc tOy suy ra Ox' $\perp$ Oy' $\Rightarrow \widehat{x'Oy'} = 90^0$

24)

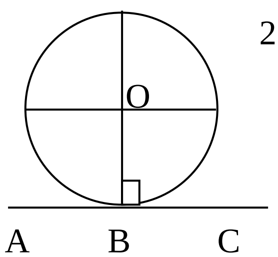


Nếu CA và CB là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) (A và B là hai tiếp điểm) thì :

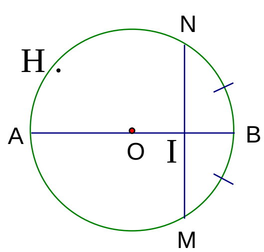
+ CA = CB ; OA $\perp$ CA ; OB $\perp$ CB

+ OC $\perp$ AB ; OC là đường trung trực của AB

+ OC là tia phân giác của góc AOB ; CO là tia phân giác của góc ACB



25) Đường tròn (O; R) có OB = R và OB $\perp$ AC tại B $\Rightarrow$ AC là tiếp tuyến của đường tròn (O)



26) a) Đường tròn (O) có AB là đường kính và B là điểm chính giữa của cung MN (tức là sđ $\overset{\frown}{NB}$ = sđ $\overset{\frown}{MB} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{NM}$) $\Rightarrow$ AB $\perp$ NM tại I

b)Đường tròn (O) có AB là đường kính và AB $\perp$NM tại I $\Rightarrow$ B là điểm chính giữa của cung MN (tức là sđ $\overset{\frown}{NB}$ = sđ $\overset{\frown}{MB} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{NM}$)

c) H thuộc cung AN $\Rightarrow$ sđ $\overset{\frown}{AN}$ = sđ $\overset{\frown}{AH}$ + sđ $\overset{\frown}{HN}$

d) sđ $\overset{\frown}{NB}$ = sđ $\overset{\frown}{MB}$ và B $\in \overset{\frown}{MN}$ thì B là điểm chính giữa cung MN

<u>ĐẠI SỐ</u>

CHƯƠNG I CĂN BẬC HAI , CĂN BẬC BA

1) Căn bậc hai

* Căn bậc hai số học của số thực a $\geq$ 0 , kí hiệu $\sqrt{a}$ là số x $\geq$ 0 mà $x^2 = a$.

* a > 0 , có hai căn bậc hai là hai số đối nhau $\sqrt{a}$ và - $\sqrt{a}$. Ta có $\left(\sqrt{a}\right)^2 = \left(-\sqrt{a}\right)^2 = a$

* Căn bậc hai của 0 là 0 ;* Với a > 0 ; b > 0 ta có : a > b $\Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$

* $\sqrt{A}$ xác định (có nghĩa) $\Leftrightarrow$ A $\geq$ 0 * $\frac{A}{\sqrt{B}}$ có nghĩa (xác định) $\Leftrightarrow$ B > 0

* $\frac{\sqrt{A}}{B}$ có nghĩa (xác định) $\Leftrightarrow$ B $\neq$ 0 và A $\geq$ 0 ; * $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A \text{ nÕu } A \geq 0 \\ -A \text{ nÕu } A < 0 \end{cases}$

* $\sqrt{A.B} = \sqrt{A}.\sqrt{B}$; $\sqrt{A}.\sqrt{B} = \sqrt{A.B}$ (với A $\geq 0; B \geq 0$) ; $\sqrt{A^2.B} = |A|.\sqrt{B}$ (Với B $\geq$ 0)

* $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$; $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$ (với A $\geq 0; B \geq 0$) ; $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A.B}}{|B|}$ (Với AB $\geq 0; B \neq 0$)

* $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A.\sqrt{B}}{B}$ (Với B > 0) ; $\frac{1}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} + \frac{1}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \frac{\sqrt{A}+\sqrt{B}+(\sqrt{A}-\sqrt{B})}{A - B}$

* $\frac{C}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} - \frac{D}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \frac{C.(\sqrt{A}+\sqrt{B})-D.(\sqrt{A}-\sqrt{B})}{A - B}$ (Với $A \geq 0; B \geq 0$; $A \neq B$)

* $A - 2\sqrt{A} + 1 = (\sqrt{A} - 1)^2$; $(\sqrt{A}+1)^2 = A + 2\sqrt{A} + 1$ (Với $A \geq 0$)

* $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$; $A - 2\sqrt{AB} + B = (\sqrt{A} - \sqrt{B})^2$ (Với $A \geq 0; B \geq 0$)

* $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$; $A - B = (\sqrt{A}-\sqrt{B})(\sqrt{A}+\sqrt{B})$

* $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$; $\sqrt{A^3} + \sqrt{B^3} = (\sqrt{A}+\sqrt{B})(A - \sqrt{AB} + B)$

* $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$; $(\sqrt{A} + B)^2 = A + 2B\sqrt{A} + B^2$ (Với $A \geq 0$)

* $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$; $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$.

*$(x_1 - x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 \Rightarrow |x_1 - x_2| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2}$

* $A + \sqrt{A} = \sqrt{A}(\sqrt{A}+1)$ ($A \geq 0$) ; $A - 1 = (\sqrt{A}-1)(\sqrt{A}+1)$

* $(\sqrt{A} - B)^2 = (B - \sqrt{A})^2 = A - 2B\sqrt{A} + B^2$

* $\frac{\sqrt{A}+\sqrt{B}}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} + \frac{\sqrt{A}-\sqrt{B}}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \frac{(\sqrt{A}+\sqrt{B})^2+(\sqrt{A}-\sqrt{B})^2}{A - B}$ (Với $A \geq 0; B \geq 0$; $A \neq B$)

* $\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ (Với mọi số tự nhiên n)

* $\frac{\sqrt{A}+\sqrt{B}}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} - \frac{\sqrt{A}-\sqrt{B}}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \frac{(\sqrt{A}+\sqrt{B})^2-(\sqrt{A}-\sqrt{B})^2}{A - B}$ (Với $A \geq 0; B \geq 0$; $A \neq B$)

<u>* Bảy hằng đẳng thức đáng nhớ :</u>

<u>1) Bình phương của một tổng :</u> $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

<u>2) Bình phương của một hiệu :</u> $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

<u>3) Hiệu các bình phương</u> : $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$

<u>4)Lập phương của một tổng :</u> $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

<u>4)Lập phương của một tổng :</u> $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$

<u>5)Lập phương của một hiệu :</u> $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$

<u>6) Tổng các lập phương :</u> $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$

<u>7) Hiệu các lập phương :</u> $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$

CHƯƠNG II HÀM SỐ BẬC NHẤT

<u>1) Hàm số bậc nhất :</u>

a) Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức y = ax + b (a ≠0)trong đó a , b là các số thực xác định (khi b = 0 ta có hàm số dạng y = ax)

b)) Hàm số bậc nhất y = ax + b xác định với mọi số thực x , đồng biến trên **R** khi a > 0 và nghịch biến trên **R** khi a < 0 .

2) Hệ số góc của đường thẳng - Đường thẳng song song và đường thẳng cắt nhau

a) Đường thẳng y = ax + b (a ≠ 0) (d) có a là hệ số góc và b là tung độ góc .

b) Cho hai đường thẳng (d_1) : $y = a_1x + b_1$ (a ≠0) và (d_2) : $y = a_2x + b_2$ (a ≠ 0)

* (d_1) // (d_2) ⇔ $a_1 = a_2$ và $b_1 \neq b_2$

* (d_1) cắt (d_2) ⇔ $a_1 \neq a_2$

* (d_1) ≡ (d_2) ⇔ $a_1 = a_2$ và $b_1 = b_2$

* (d_1) ⊥ (d_2) ⇔ $a_1.a_2 = -1$

3) Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn :

***** Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng :

$(I)\begin{cases} ax + by = c\ (1) \\ a'x + b'y = c'\ (2) \end{cases}$ (trong đó ax + by = c và a'x + b'y = c' là các phương trình bậc nhất hai ẩn)

*Nếu các phương trình (1) và (2) có nghiệm chung thì nghiệm chung đó gọi là nghiệm của hệ (I). Nếu các phương trình (1) và (2) không có nghiệm chung, ta nói hệ (I) vô nghiệm vô nghiệm .

* Giải hệ phương trình (I) bằng minh hoạ hình học.Ta vẽ các đường thẳng thẳng (d_1) : ax +by = c Và (d_2) : a'x + b'y = c' trên cùng mặt phẳng toạ độ Oxy .

+ (d_1) và (d_2) cắt nhau : Hệ (I) có nghiệm duy nhất .
+ (d_1) // (d_2) : Hệ (I) có vô nghiệm .
+ (d_1) ≡ (d_2) : Hệ (I) có vô số nghiệm .

4) Hệ phương trình tương đương :

* Hai hệ phương trình tương đương gọi là tương đương với nhau khi chúng có cùng một tập nghiệm

5) Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1\ (d_1) \\ a_2x + b_2y = c_2\ (d_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{a_1}{b_1} + \dfrac{c_1}{b_1} \\ y = -\dfrac{a_2}{b_2} + \dfrac{c_2}{b_2} \end{cases} (I)$$

*(d_1) cắt (d_2) ⇔ Hệ (I) có nghiệm duy nhất *(d_1) song song với (d_2) ⇔ Hệ (I) vô nghiệm *(d_1) trùng với (d_2) ⇔ Hệ (I) vô số nghiệm

6)Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế và phương pháp cộn đại số

a)Quy tắc thế : Quy tắc thế dùng để biến đổi một hệ P/ t thành hệ PTTĐ .Q/ t thế gồm hai bước sau

*** Bước 1** :Từ một phương trinh hệ đã cho (coi là phương trình thứ nhất), ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ hai để được phương trình mới (chỉ còn một ẩn)

*** Bước 2**: Dùng phương trình mới để thay thế cho phương trình thứ hai trong hệ(phương trình thứ nhất cũng thường được thay thế bởi bởi hệ thức biểu diễn một ẩn theo ẩn kia có được ở bước 1)

b) Quy tắc cộng đại số : dùng để biến đổi một hệ PT thành hệ PTTT .Quy tắc thế gồm hai bước sau

*** Bước 1** Cộng hay trừ từng vế hai p/t của hệ phương trình đã cho để được một hệ phương trình mới

*** Bước 2**:Dùng phương pháp thay thế cho một trong hai p/t của hệ (và giữ nguyên phương trình kia)

7) Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình :

Các bước giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình
BƯỚC 1: Lập hệ phương trình : -Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số .
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết

- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng

BƯỚC 2: Giải hệ phương trình .

BƯỚC 3 : Trả lời . Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không thoả mãn, rồi kết luận .

8) Hàm số và đồ thị của hàm của hàm số y = ax^2 (a $\neq 0$)

a) Tính chất của hàm số y = ax^2 (a $\neq 0$):

* Nếu a > 0 thì hàm số nghịch biến khi x < 0 và đồng biến khi x > 0

* Nếu a < 0 thì hàm số đồng biến khi x < 0 và nghịch biến khi x > 0

b)Đồ thị của hàm của hàm số y = ax^2 (a $\neq 0$) là một đường cong đi qua gốc toạ độ và nhận trục Oy làm trục đối xứng. Đường cong đó được gọi là một Parabol với đỉnh O .

* Nếu a > 0 thì đồ thị nằm phía trên trục hoành , O là điểm thấp nhất của đồ thị .

* Nếu a < 0 thì đồ thị nằm phía dưới trục hoành , O là điểm thấp nhất của đồ thị .

9)Phương trình bậc hai một ẩn (nói gọn là phương trình bậc hai) là phương trình có dạng $ax^2 + bx + c = 0$ trong đó x là ẩn ; a , b , c là những số cho trước gọi là các hệ số và $a \neq 0$

a) Công thức nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) ; $\Delta = b^2 - 4ac$

* Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt : $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

* Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

* Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm .

b) Công thức nghiệm thu gọn của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

$\Delta' = b'^2 - ac$ ($b' = \frac{b}{2}$ hay b = 2b')

* Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt : $x_1 = \frac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}$; $x_2 = \frac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}$

* Nếu $\Delta' = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a}$

* Nếu $\Delta' < 0$ thì phương trình vô nghiệm

c) Nếu a + b + c = 0 thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = \frac{c}{a}$

d) Nếu a - b + c = 0 thì phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có nghiệm $x_1 = -1$ và $x_2 = -\frac{c}{a}$

10) Hệ thức Viète :

Nếu x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1.x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$

11) Nếu hai số x_1 và x_2 có tổng $S = x_1 + x_2$ và tích $P = x_1 .x_2$ thì x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - Sx + P = 0$ (Điều kiện $S^2 - 4P \geq 0$)

12) Nếu x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) và x_1 ; x_2 là hai nghiệm đối nhau thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = 0 \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$

13) Nếu x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) và x_1 ; x_2 là hai nghiệm nghịch đảo của nhau thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = 1 \end{cases}$

14) Với mọi $n \in N^*$, ta có :

$$\frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}} = \frac{(n+1)\sqrt{n} - n\sqrt{n+1}}{(n+1)^2 n - n^2(n+1)} = \frac{(n+1)\sqrt{n} - n\sqrt{n+1}}{n(n+1)} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

15) Công thức tính khoảng cách d giữa hai điểm $A(x_1 ; y_1)$ và $B(x_2 ; y_2)$ là

$d = AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

16) Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có nghiệm x_1 , x_2 thì điều kiện dể một phương trình bậc hai :

- Có hai nghiệm dương là : $\Delta \geq 0$, $P > 0$ và $S > 0$;
- Có hai nghiệm âm là : $\Delta \geq 0$, $P > 0$ và $S < 0$;
- Có hai nghiệm trái dấu là : $\Delta > 0$; $P < 0$

17) $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$; * $|A| = |B| \Leftrightarrow A^2 = B^2$; $\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow A = B$ ($A > 0$; $B > 0$)

18) $\dfrac{1}{x^2_1} + \dfrac{1}{x^2_2} = \dfrac{x^2_1 + x^2_2}{(x_1.x_2)^2}$; $\dfrac{1}{x^3_1} + \dfrac{1}{x^3_2} = \dfrac{x^3_1 + x^3_2}{(x_1.x_2)^3}$

19) $(x_1 - x_2)^3 = x_1^3 - 3x^2_1 x_2 + 3x_1x_2^2 - x^3_2 \Leftrightarrow x_1^3 - x^3_2 = (x_1 - x_2)^3 - 3x_1 x_2(x_1 - x_2)$