

Tài liệu toán lớp 7

HỆ THỐNG KIẾN THỨC TOÁN HÌNH 7

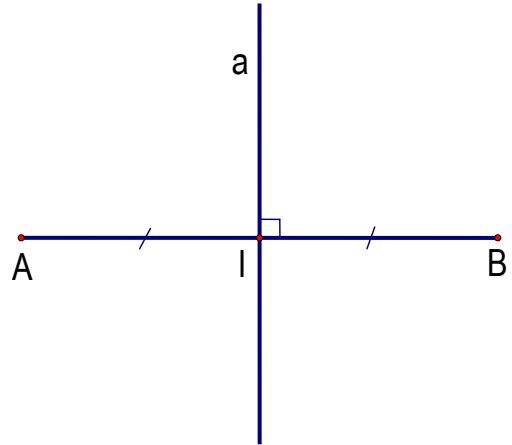
1. Đường trung trực của đoạn thẳng

a) **Định nghĩa:** Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng ấy

b) **Tổng quát:**

a là đường trung trực của AB

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \perp AB \text{ tại } I \\ IA = IB \end{cases}$$



2. Các góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng

a) **Các cặp góc so le trong:**

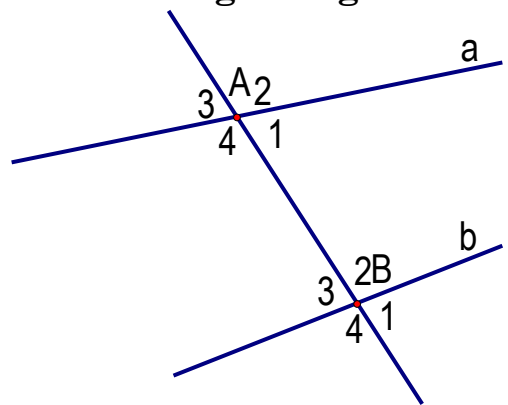
A_1 và B_3 ; A_4 và B_2 .

b) **Các cặp góc đồng vị:**

A_1 và B_3 ; A_1 và B_3 ;

A_4 và B_2 ; A_4 và B_2 .

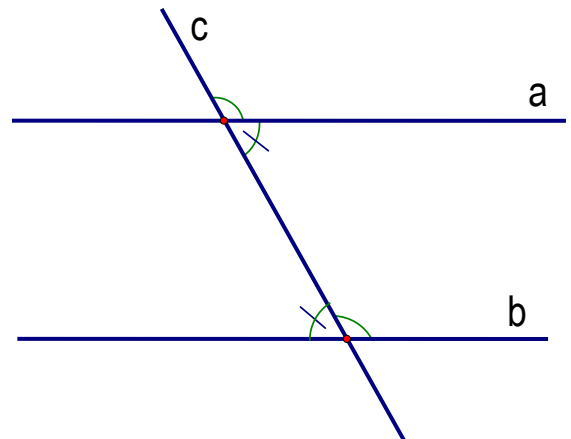
c) **Khi $a \parallel b$ thì A_1 và B_2 ; A_4 và B_3 gọi là các cặp góc trong cùng phía bù nhau**



3. Hai đường thẳng song song

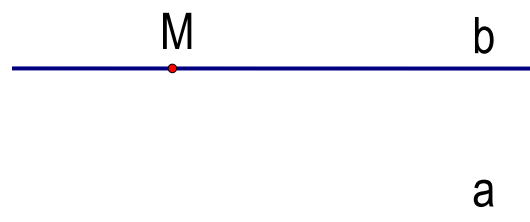
a) **Dấu hiệu nhận biết**

- Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau (hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau) thì a và b song song với nhau



b) **Tiên đề Ô-clit**

- Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó



c, **Tính chất hai đường thẳng song song**

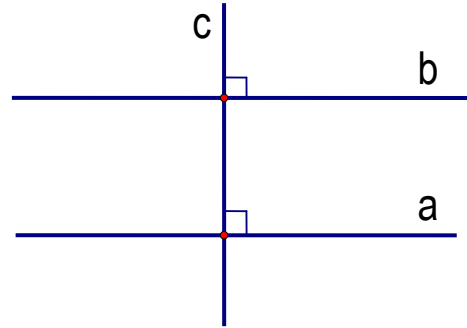
- Nếu một đ-ờng thẳng cắt hai đ-ờng thẳng song song thì:

- ❖ Hai góc so le trong bằng nhau;
- ❖ Hai góc đồng vị bằng nhau;
- ❖ Hai góc trong cùng phía bù nhau.

d) Quan hệ giữa tính vuông góc với tính song song

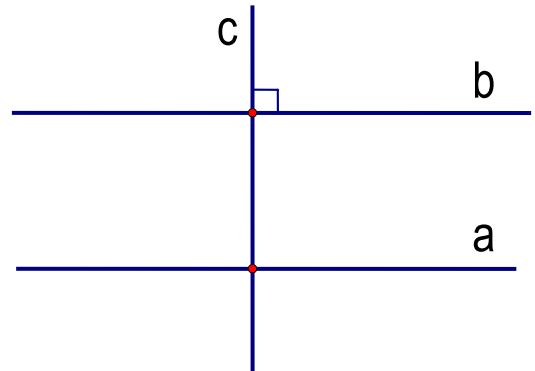
- Hai đ-ờng thẳng phân biệt cùng vuông góc với đ-ờng thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau

$$\left. \begin{matrix} a \perp c \\ b \perp c \end{matrix} \right\} \Rightarrow a // b$$



- Một đ-ờng thẳng vuông góc với một trong hai đ-ờng thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đ-ờng thẳng kia

$$\left. \begin{matrix} c \perp b \\ a // b \end{matrix} \right\} \Rightarrow c \perp a$$



e) Ba đ-ờng thẳng song song

- Hai đ-ờng thẳng phân biệt cùng song song với một đ-ờng thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau

$$a // c \text{ và } b // c \Rightarrow a // b$$

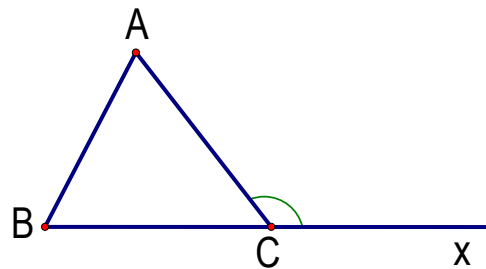


4. Góc ngoài của tam giác

a) **Định nghĩa:** Góc ngoài của một tam giác là góc kề bù với một góc của tam giác ấy

b) **Tính chất:** Mỗi góc ngoài của tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó

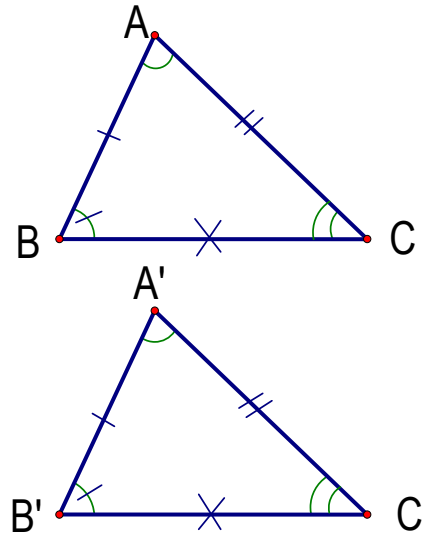
$$AC_x = A + B$$



5. Hai tam giác bằng nhau

a) **Định nghĩa:** Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta ABC = \Delta A'B'C' \\ AB = A'B'; AC = A'C'; BC = B'C' \\ A = A'; B = B'; C = C' \end{cases}$$

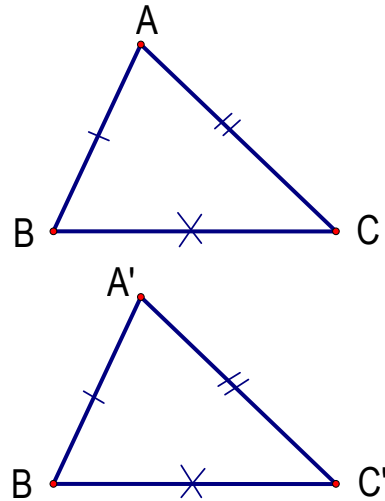


b) Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác

*) **Trường hợp 1: Cạnh - Cạnh - Cạnh (c.c.c)**

- Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau

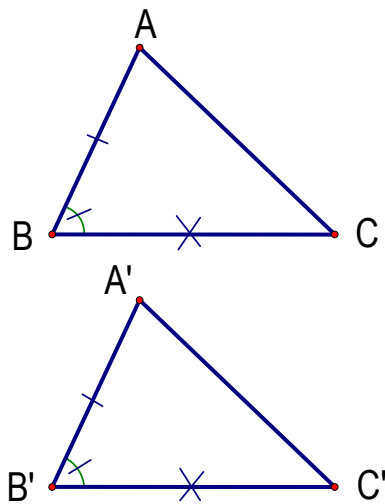
$$\left. \begin{array}{l} \text{Nếu } \Delta ABC \text{ và } \Delta A'B'C' \text{ có:} \\ AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C' (c.c.c)$$



*) **Trường hợp 2: Cạnh - Góc - Cạnh (c.g.c)**

- Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau

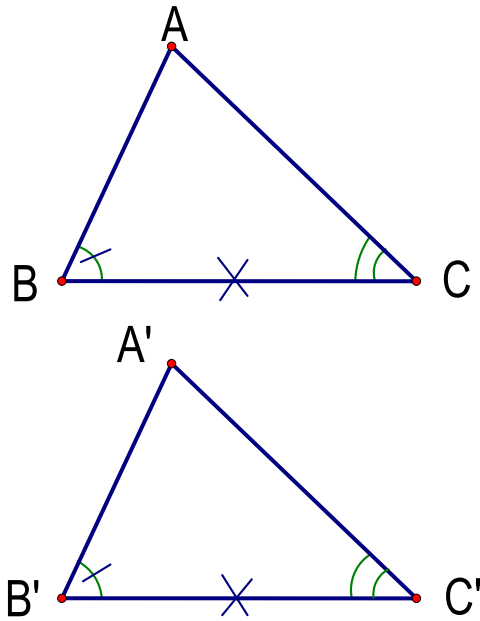
$$\left. \begin{array}{l} \text{Nếu } \Delta ABC \text{ và } \Delta A'B'C' \text{ có:} \\ AB = A'B' \\ B = B' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC = \Delta A'B'C' (c.g.c)$$



*) **Trường hợp 3: Góc - Cạnh - Góc (g.c.g)**

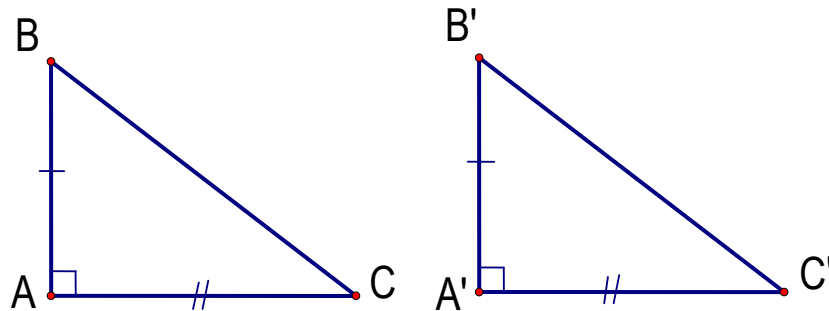
- Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau

Nếu $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có:
 $\left. \begin{array}{l} B = B' \\ BC = B'C' \\ C = C' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A'B'C' (g.c.g)$

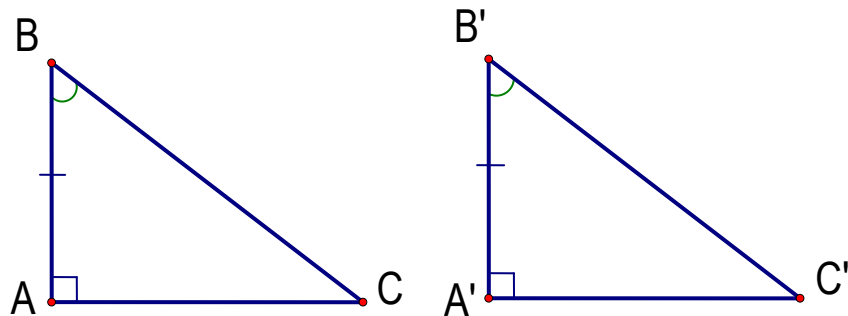


c) Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông

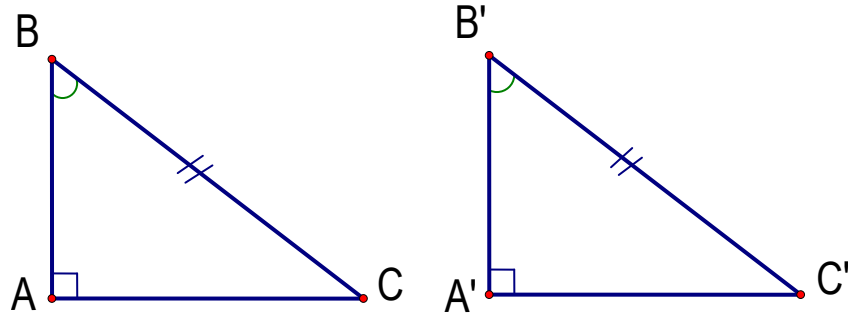
➤ **Trường hợp 1:** Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



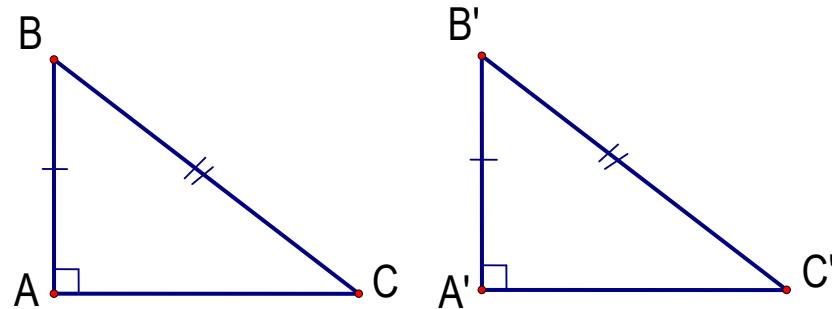
➤ **Trường hợp 2:** Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



- **Tr- ờng hợp 3:** Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



- **Tr- ờng hợp 4:** Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



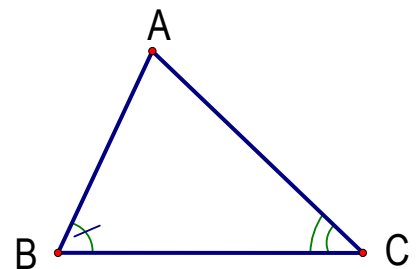
6. Quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác)

- Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn

ΔABC : Nếu $AC > AB$ thì $B > C$

- Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn thì lớn hơn

ΔABC : Nếu $B > C$ thì $AC > AB$

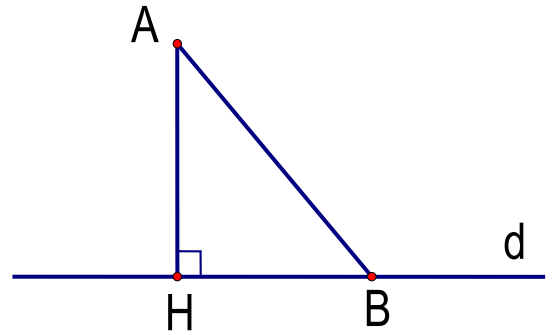


7. Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên, đường xiên và hình chiếu

- **Khái niệm đường vuông góc, đường xiên, hình chiếu của đường xiên**

- Lấy $A \notin d$, kẻ $AH \perp d$, lấy $B \in d$ và $B \neq H$. Khi đó:

- Đoạn thẳng AH gọi là đ-ờng vuông góc kẻ từ A đến đ-ờng thẳng d
- Điểm H gọi là hình chiếu của A trên đ-ờng thẳng d
- Đoạn thẳng AB gọi là một đ-ờng xiên kẻ từ A đến đ-ờng thẳng d
- Đoạn thẳng HB gọi là hình chiếu của đ-ờng xiên AB trên đ-ờng thẳng d

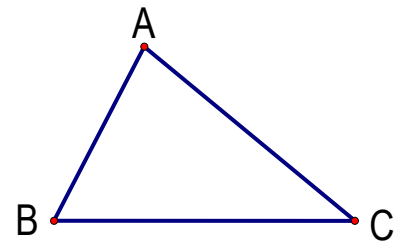


- ✎ **Quan hệ giữa đ-ờng xiên và đ-ờng vuông góc:** Trong các đ-ờng xiên và đ-ờng vuông góc kẻ từ một điểm ở ngoài một đ-ờng thẳng đến đ-ờng thẳng đó, đ-ờng vuông góc là đ-ờng ngắn nhất.
- ✎ **Quan hệ giữa đ-ờng xiên và hình chiếu:** Trong hai đ-ờng xiên kẻ từ một điểm nằm ngoài một đ-ờng thẳng đến đ-ờng thẳng đó, thì:
 - Đ-ờng xiên nào có hình chiếu lớn hơn thì lớn hơn
 - Đ-ờng xiên nào lớn hơn thì có hình chiếu lớn hơn
 - Nếu hai đ-ờng xiên bằng nhau thì hai hình chiếu bằng nhau và ngược lại, nếu hai hình chiếu bằng nhau thì hai đ-ờng xiên bằng nhau.

8. Quan hệ giữa ba cạnh của một tam giác. Bất đẳng thức tam giác

- Trong một tam giác, tổng độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng lớn hơn độ dài cạnh còn lại.

$$\begin{aligned} AB + AC &> BC \\ AB + BC &> AC \\ AC + BC &> AB \end{aligned}$$



- Trong một tam giác, hiệu độ dài hai cạnh bất kì bao giờ cũng nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại.

$$\begin{aligned} AC - BC &< AB \\ AB - BC &< AC \\ AC - AB &< BC \end{aligned}$$

- **Nhận xét :** Trong một tam giác, độ dài một cạnh bao giờ cũng lớn hơn hiệu và nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại.

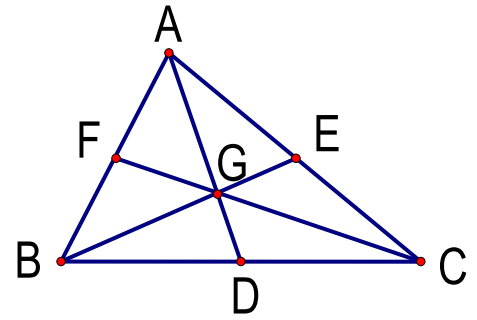
VD: $\boxed{AB - AC < BC < AB + AC}$

9. Tính chất ba đ-ờng trung tuyến của tam giác

Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy:

$$\frac{GA}{DA} = \frac{GB}{EB} = \frac{GC}{FC} = \frac{2}{3}$$

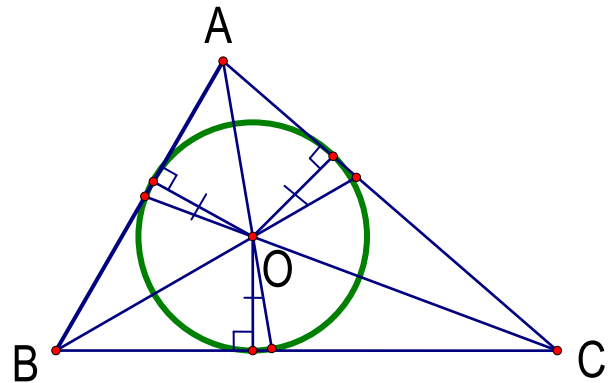
G là trọng tâm của tam giác ABC



10. Tính chất ba đường phân giác của tam giác

Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó

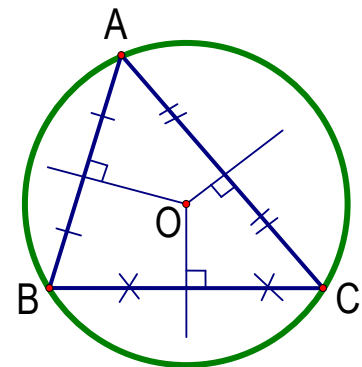
- Điểm O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC (lớp 9)



11. Tính chất ba đường trung trực của tam giác

Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác đó

- Điểm O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC



12. Phương pháp chứng minh một số bài toán cơ bản (sử dụng một trong các cách sau đây)

a) Chứng minh tam giác cân

1. Chứng minh tam giác có hai cạnh bằng nhau
2. Chứng minh tam giác có hai góc bằng nhau
3. Chứng minh tam giác đó có đường trung tuyến vừa là đường cao
4. Chứng minh tam giác đó có đường cao vừa là đường phân giác ở đỉnh

b) Chứng minh tam giác đều

1. Chứng minh tam giác đó có ba cạnh bằng nhau
2. Chứng minh tam giác đó có ba góc bằng nhau
3. Chứng minh tam giác cân có một góc là 60°

c) Chứng minh một tứ giác là hình bình hành

1. Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành
2. Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành
3. Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành

4. Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành
5. Tứ giác có hai đ-ờng chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đ-ờng là hình bình hành

d) Chứng minh một tứ giác là hình thang: Ta chứng minh tứ giác đó có hai cạnh đối song song

e) Chứng minh một hình thang là hình thang cân

1. Chứng minh hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau
2. Chứng minh hình thang có hai đ-ờng chéo bằng nhau

f) Chứng minh một tứ giác là hình chữ nhật

1. Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật
2. Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật
3. Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật
4. Hình bình hành có hai đ-ờng chéo bằng nhau là hình chữ nhật

g) Chứng minh một tứ giác là hình thoi

1. Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau
2. Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau
3. Hình bình hành có hai đ-ờng chéo vuông góc với nhau
4. Hình bình hành có một đ-ờng chéo là đ-ờng phân giác của một

góc

h) Chứng minh một tứ giác là hình vuông


1. Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau
2. Hình chữ nhật có hai đ-ờng chéo vuông góc
3. Hình chữ nhật có một đ-ờng chéo là đ-ờng phân giác của một


góc

4. Hình thoi có một góc vuông
5. Hình thoi có hai đ-ờng chéo bằng nhau

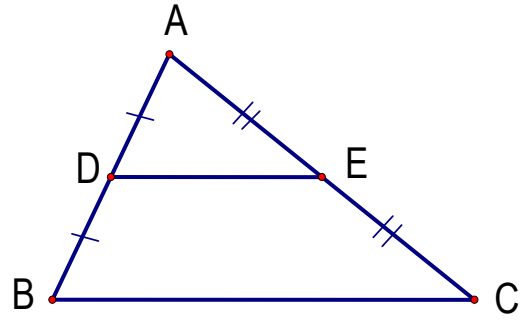
13. Đ-ờng trung bình của tam giác, của hình thang

a) Đ-ờng trung bình của tam giác

 **Định nghĩa:** Đ-ờng trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác

 **Định lí:** Đ-ờng trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy

$$DE // BC, DE = \frac{1}{2} BC$$

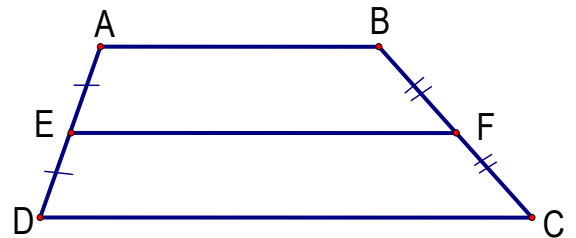


b) Định lý trung bình của hình thang

Định nghĩa: Định lý trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang

Định lý: Định lý trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và bằng nửa tổng hai đáy

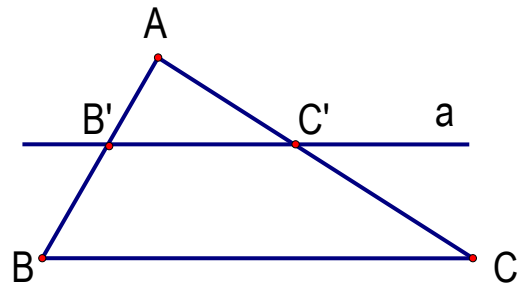
$$EF // AB, EF // CD, EF = \frac{AB + CD}{2}$$



14. Tam giác đồng dạng

a) Định lý Ta lét trong tam giác: Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó chia ra trên hai cạnh những đoạn thẳng tỉ lệ

$$B'C' // BC \Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}; \frac{AB'}{B'B} = \frac{AC'}{C'C}; \frac{B'B}{AB} = \frac{C'C}{AC}$$

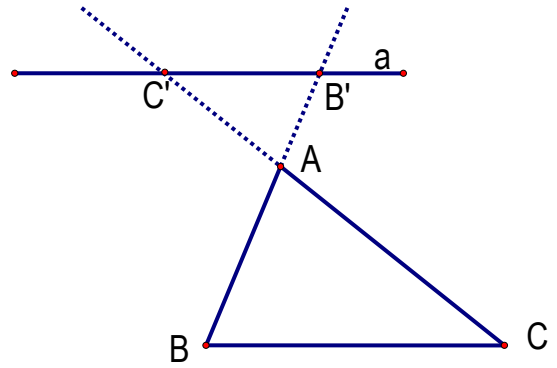
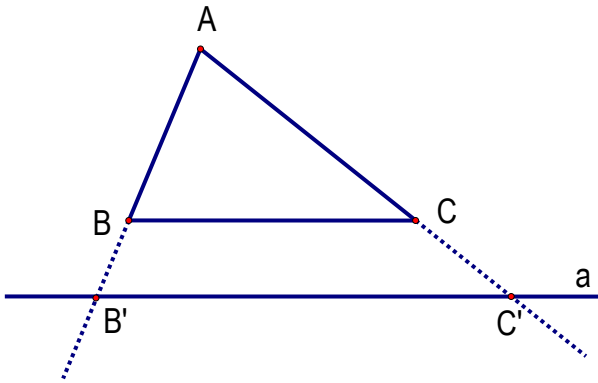


b) Định lý đảo của định lý Ta lét: Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và chia ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác

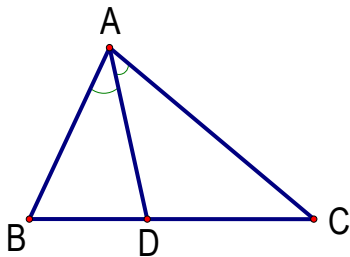
Với điều kiện: $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} \Rightarrow B'C' // BC$; Các trường hợp khác thì không

c) Hệ quả của định lý Ta lét

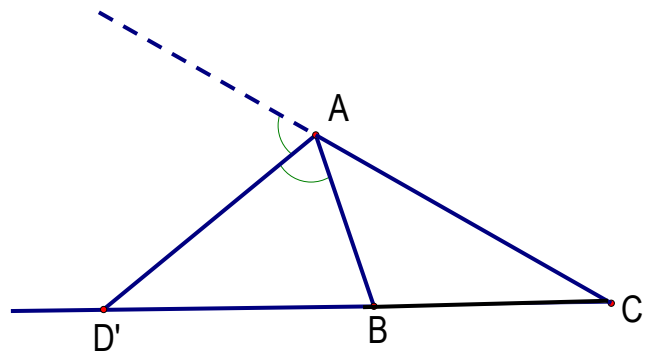
- Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tỉ lệ ứng với ba cạnh của tam giác cho. Hệ quả của định lý trong trường hợp đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại ($B'C' // BC \Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$)



d) **Tính chất đ- ờng phân giác của tam giác:** đ- ờng phân giác trong (hoặc ngoài) của một tam giác chia mỗi cạnh thành hai phần tỉ lệ với hai cạnh kề của hai phần đó



$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$$



$$\frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC}$$

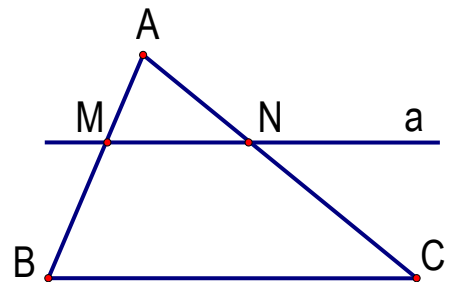
e) **Định nghĩa hai tam giác đồng dạng:** Hai tam giác đồng dạng là hai tam giác có các góc tương ứng bằng nhau và các cạnh tương ứng tỉ lệ

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \Leftrightarrow \begin{cases} A = A'; B = B'; C = C' \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = k (\text{tỉ số đồng dạng}) \end{cases}$$

f) **Định lý về hai tam giác đồng dạng:** Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho

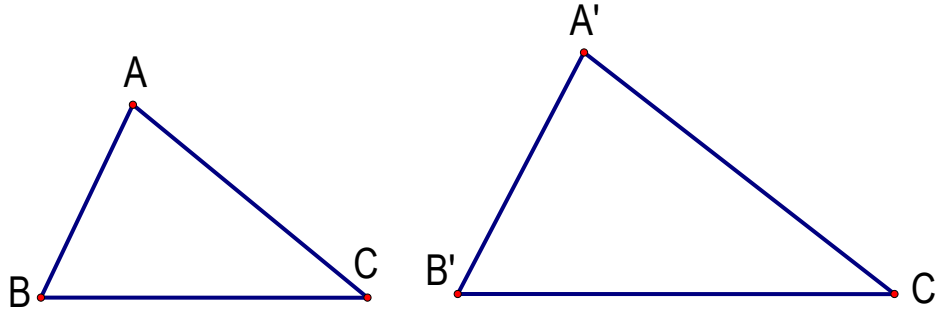
$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

*) **L- u ý:** Định lý cũng đúng đối với trường hợp đường thẳng cắt phần kéo dài hai cạnh của tam giác và song song với cạnh còn lại



g) **Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác**

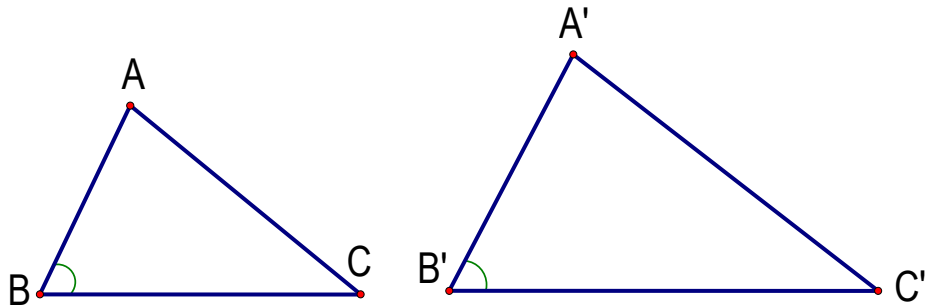
***)Tr- ờng hợp 1:** Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.



Nếu ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' (c.c.c)$$

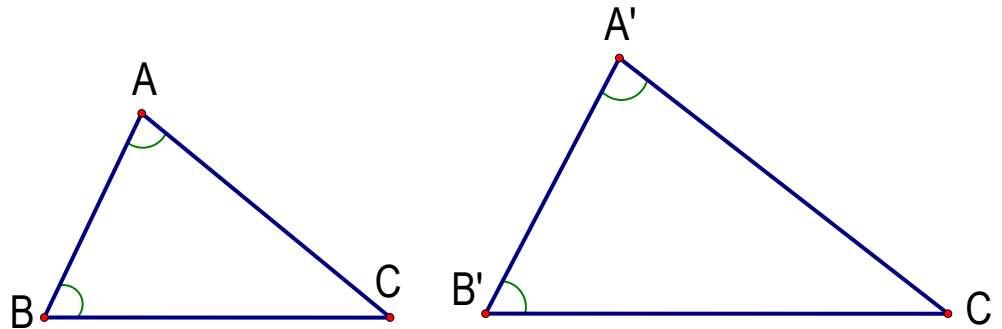
***)Tr- ờng hợp 2:** Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đồng dạng



Nếu ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} \\ B = B' \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' (c.g.c)$$

***)Tr- ờng hợp 3:** Nếu hai góc của tam giác này lần l- ợt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đồng dạng;

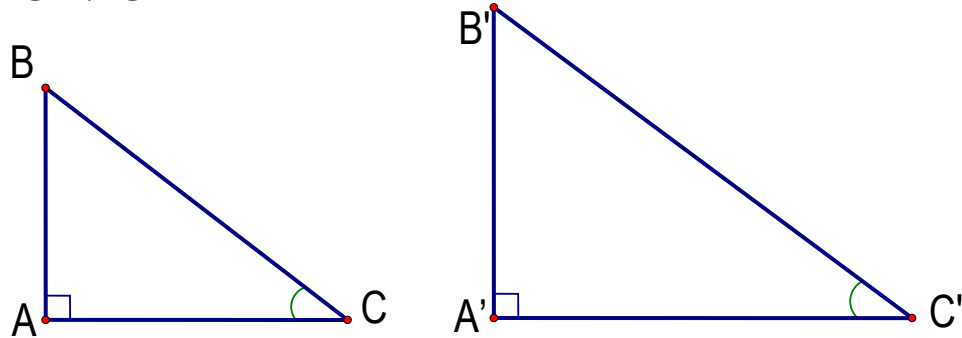


Nếu ΔABC và $\Delta A'B'C'$ có:

$$\left. \begin{array}{l} A = A' \\ B = B' \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C' (g.g)$$

h) Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông

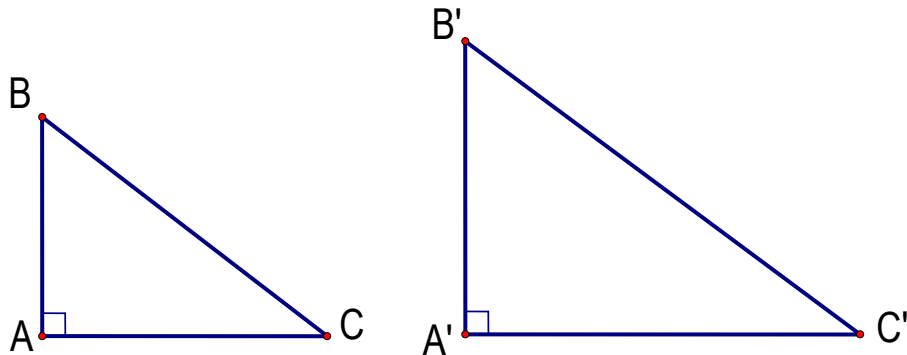
***) Trường hợp 1:** Nếu hai tam giác vuông có một góc nhọn bằng nhau thì chúng đồng dạng;



Nếu $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có:

$$\left. \begin{matrix} A = A' = 90^\circ \\ C = C' \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

***) Trường hợp 2:** Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó đồng dạng;



Hai tam giác vuông ABC và A'B'C' có:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

***) Trường hợp 3:** Nếu cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

Hai tam giác vuông ABC và A'B'C' có:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

15. Tỉ số hai đường cao, tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng

- Tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng

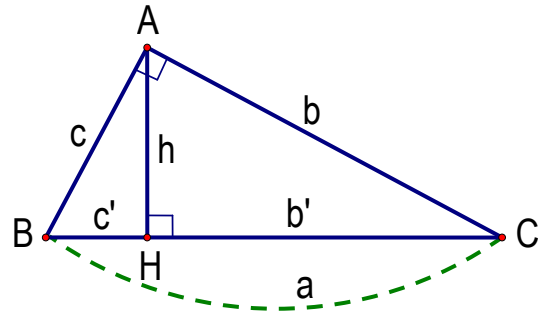
- Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng

- Cụ thể: $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ theo tỉ số k

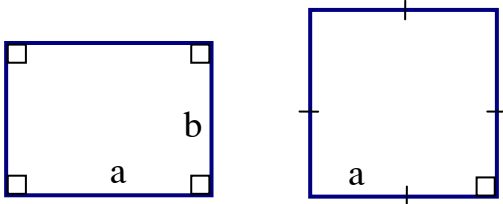
$$\Rightarrow \frac{A'H'}{AH} = k \text{ và } \frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = k^2$$

16. Hệ thức lượng trong tam giác vuông (lớp 9)

- ✓ $b^2 = ab'$
- ✓ $c^2 = ac'$
- ✓ $a^2 = b^2 + c^2$ (Pi_ta_go)
- ✓ $bc = ah$
- ✓ $h^2 = b'c'$
- ✓ $\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{h^2}$

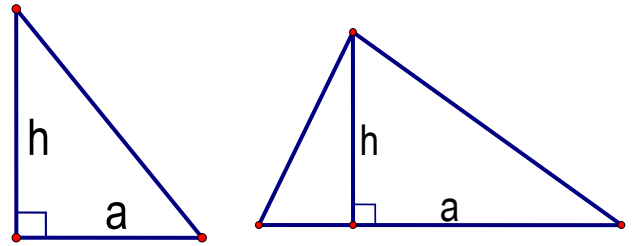


17. Diện tích các hình



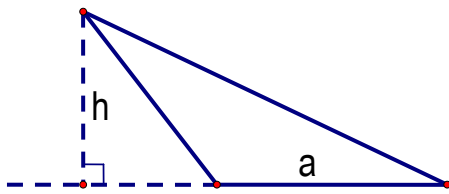
$$S = a \cdot b$$

$$S = a^2$$

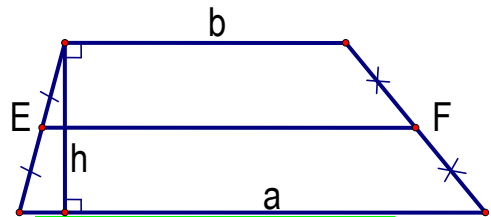


$$S = \frac{1}{2} ah$$

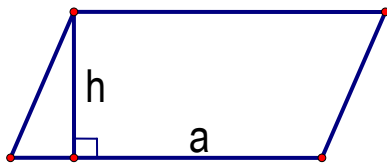
$$S = \frac{1}{2} ah$$



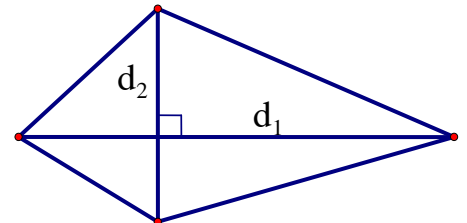
$$S = \frac{1}{2} ah$$



$$S = \frac{1}{2} (a + b)h = EF \cdot h$$



$$S = a \cdot h$$



$$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$

18. Học sinh cần nắm vững các bài toán dựng hình cơ bản (dùng thước và compa)

- a) Dựng một đoạn thẳng bằng một đoạn thẳng cho trước;
- b) Dựng một góc bằng một góc cho trước;
- c) Dựng đường trung trực của một đoạn thẳng cho trước, dựng trung điểm của một đoạn thẳng cho trước;
- d) Dựng tia phân giác của một góc cho trước;

- e) Qua một điểm cho tr-óc, dựng đ-ờng thẳng vuông góc với một đ-ờng thẳng cho tr-óc;
- f) Qua một điểm nằm ngoài một đ-ờng thẳng cho tr-óc, dựng đ-ờng thẳng song song với một đ-ờng thẳng cho tr-óc;
- g) Dựng tam giác biết ba cạnh, hoặc biết hai cạnh kề và góc xen giữa, hoặc biết một cạnh và hai góc kề.