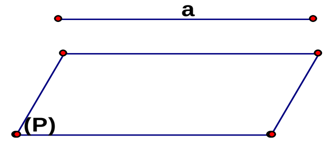
TÀI LIỆU MÔN TOÁN 12 HÌNH HỌC

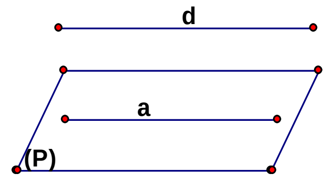
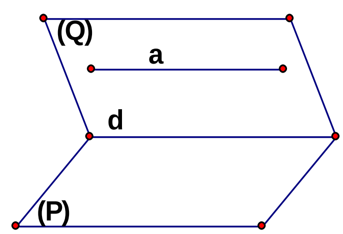
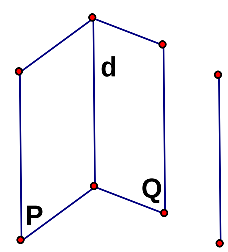
A.QUAN HỆ SONG SONG

§1.ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG

I. Định nghĩa:

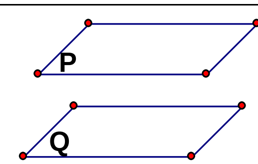
Đường thẳng và mặt phẳng gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm nào chung.	$a//(P) \Leftrightarrow a \cap (P) = \varnothing$	

II.Các định lý:

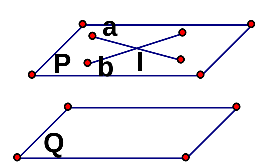
ĐL1: Nếu đường thẳng d không nằm trên mp(P) và song song với đường thẳng a nằm trên mp(P) thì đường thẳng d song song với mp(P)	$\begin{cases} d \not\subset (P) \\ d//a \\ a \subset (P) \end{cases} \Rightarrow d//(P)$	
ĐL2: Nếu đường thẳng a song song với mp(P) thì mọi mp(Q) chứa a mà cắt mp(P) thì cắt theo giao tuyến song song với a.	$\begin{cases} a//(P) \\ a \subset (Q) \\ (P) \cap (Q) = d \end{cases} \Rightarrow d//a$	
ĐL3: Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng song song với đường thẳng đó.	$\begin{cases} (P) \cap (Q) = d \\ (P)//a \\ (Q)//a \end{cases} \Rightarrow d//a$	

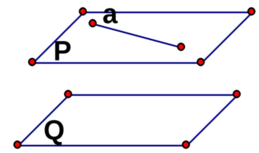
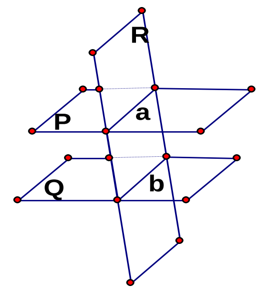
§2.HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

I. Định nghĩa:

Hai mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm nào chung.	$(P)//(Q) \Leftrightarrow (P) \cap (Q) = \varnothing$	

II.Các định lý:

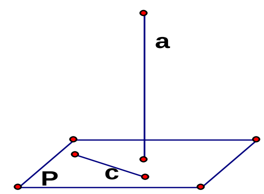
ĐL1: Nếu mp(P) chứa hai đường thẳng a, b cắt nhau và cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.	$\begin{cases} a, b \subset (P) \\ a \cap b = I \\ a//(Q), b//(Q) \end{cases} \Rightarrow (P)//(Q)$	

ĐL2: Nếu một đường thẳng nằm một trong hai mặt phẳng song song thì song song với mặt phẳng kia.	$\begin{cases}(P)//(Q)\\ a\subset(P)\end{cases}\Rightarrow a//(Q)$	
ĐL3: Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song thì mọi mặt phẳng (R) đã cắt (P) thì phải cắt (Q) và các giao tuyến của chúng song song.	$\begin{cases}(P)//(Q)\\ (R)\cap(P)=a\\ (R)\cap(Q)=b\end{cases}\Rightarrow a//b$	

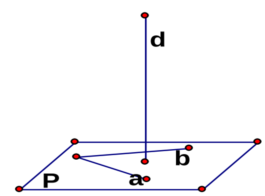
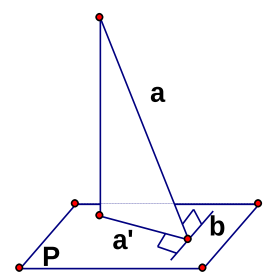
B.QUAN HỆ VUÔNG GÓC

§1.ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG

I.Định nghĩa:

Một đường thẳng được gọi là vuông góc với một mặt phẳng nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng đó.	$a\perp mp(P)\Leftrightarrow a\perp c,\forall c\subset(P)$	

II. Các định lý:

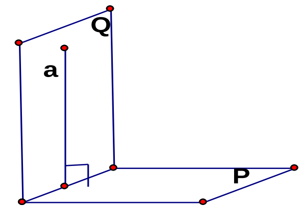
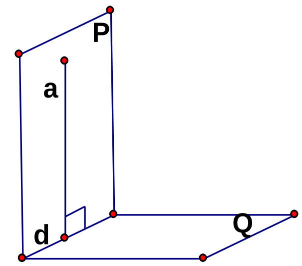
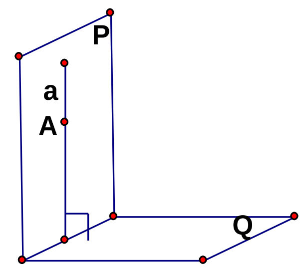
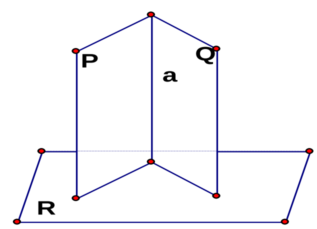
ĐL1: Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mp(P) thì đường thẳng d vuông góc với mp(P).	$\begin{cases}d\perp a, d\perp b\\ a,b\subset mp(P)\\ a,b \text{ cắt nhau}\end{cases}\Rightarrow d\perp mp(P)$	
ĐL2: (Ba đường vuông góc) Cho đường thẳng a không vuông góc với mp(P) và đường thẳng b nằm trong (P). Khi đó, điều kiện cần và đủ để b vuông góc với a là b vuông góc với hình chiếu a' của a trên (P).	$a\not\perp mp(P), b\subset mp(P)$ $b\perp a\Leftrightarrow b\perp a'$	

§2.HAI MẶT PHẲNG VUÔNG GÓC

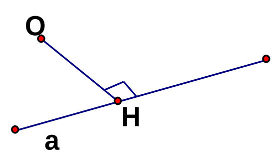
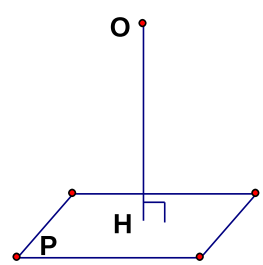
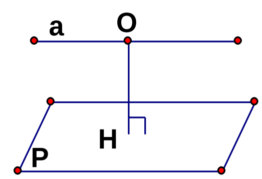
I.Định nghĩa:

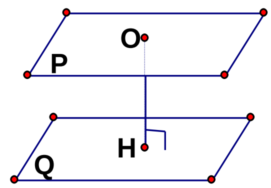
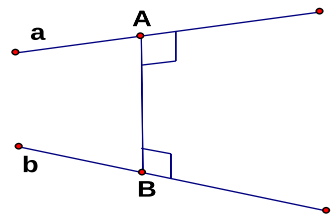
Hai mặt phẳng được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90^0.

II. Các định lý:

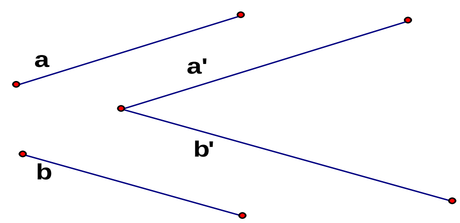
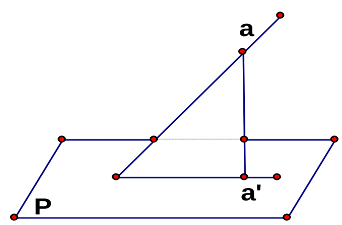
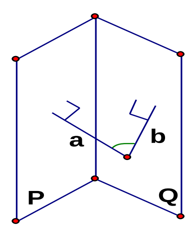
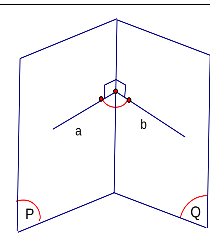
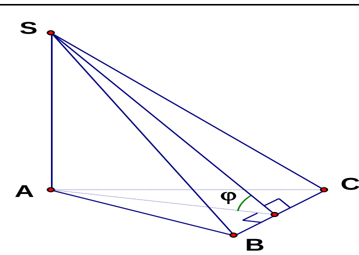
ĐL1: Nếu một mặt phẳng chứa một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng khác thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau.	$\begin{cases} a \perp mp(P) \\ a \subset mp(Q) \end{cases} \Rightarrow mp(Q) \perp mp(P)$	
ĐL2: Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng a nào nằm trong (P), vuông góc với giao tuyến của (P) và (Q) đều vuông góc với mặt phẳng (Q).	$\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ (P) \cap (Q) = d \\ a \subset (P), a \perp d \end{cases} \Rightarrow a \perp (Q)$	
ĐL3: Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau và A là một điểm trong (P) thì đường thẳng a đi qua điểm A và vuông góc với (Q) sẽ nằm trong (P)	$\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ A \in (P) \\ A \in a \\ a \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow a \subset (P)$	
ĐL4: Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba.	$\begin{cases} (P) \cap (Q) = a \\ (P) \perp (R) \\ (Q) \perp (R) \end{cases} \Rightarrow a \perp (R)$	

§3. KHOẢNG CÁCH

1. **Khoảng cách từ 1 điểm tới 1 đường thẳng , đến 1 mặt phẳng:** Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng a (hoặc đến mặt phẳng (P)) là khoảng cáchgiữa hai điểm M và H, trong đó H là hình chiếu của điểm M trên đường thẳng a (hoặc trên mp(P)) d(O; a) = OH; d(O; (P)) = OH	 
2. **Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song:** Khoảng cách giữa đường thẳng a và mp(P) song song với a là khoảng cách từ một điểm nào đó của a đến mp(P). d(a;(P)) = OH	

3. **Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song:** là khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia. d((P);(Q)) = OH	
4.**Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:** là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó. d(a;b) = AB	

§4.GÓC

1. Góc giữa hai đường thẳng a và b là góc giữa hai đường thẳng a’ và b’ cùng đi qua một điểm và lần lượt cùng phương với a và b.	
2. Góc giữa đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (P) là góc giữa a và hình chiếu a’ của nó trên mp(P). Đặc biệt: Nếu a vuông góc với mặt phẳng (P) thì ta nói rằng góc giữa đường thẳng a và mp(P) là 90^0.	
3. Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó. Hoặc là góc giữa 2 đường thẳng nằm trong 2 mặt phẳng cùng vuông góc với giao tuyến tại 1 điểm	 
4. Diện tích hình chiếu: Gọi S là diện tích của đa giác (H) trong mp(P) và S’ là diện tích hình chiếu (H’) của (H) trên mp(P’) thì $\boxed{S' = S\cos\varphi}$, trong đó φ là góc giữa hai mặt phẳng (P),(P’).	

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP:

1/ Phương pháp chứng minh đường thẳng a ⊥ đường thẳng b: Ta đi chứng minh đường thẳng a ⊥ mp(P) chứa đường thẳng b.

2/ Phương pháp chứng minh đường thẳng a ⊥ mp(P):

CI/ Ta đi chứng minh đường thẳng a ⊥ với 2 đường thẳng b, c cắt nhau nằm trong mp(P).

CII/ Ta đi chứng minh đường thẳng a // b, đường thẳng b ⊥ mp(P)

CIII/ Ta đi chứng minh $\begin{cases} a \subset (Q) \\ (Q) \perp (P) \\ (Q) \cap (P) = b \\ a \perp b \end{cases} \Rightarrow a \perp (P)$

3/ Phương pháp chứng minh mp(P) $\perp$ mp(Q): Ta đi chứng minh trong mp(P) có một đường thẳng a $\perp$ mp(Q) hoặc ngược lại.

4/ Góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) là góc giữa đường thẳng a và hình chiếu á của a trên (P).

5/ Phương pháp xác định k/c từ A đến mp(P).

b1: Xác định mp(Q) qua A vuông góc với (P)

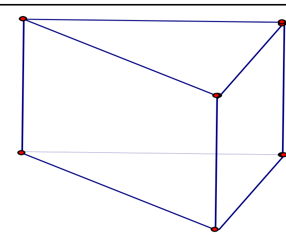
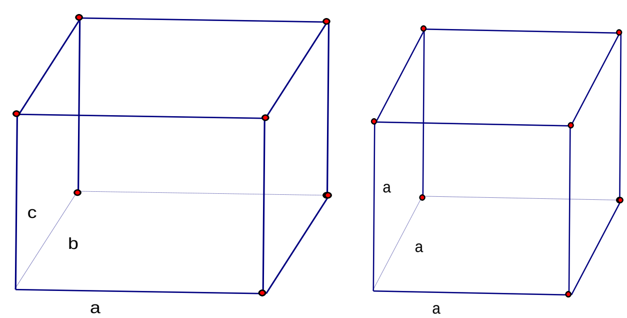
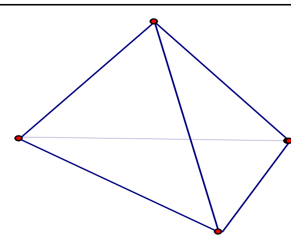
b2: Xác định giao tuyến a của (P) và (Q).

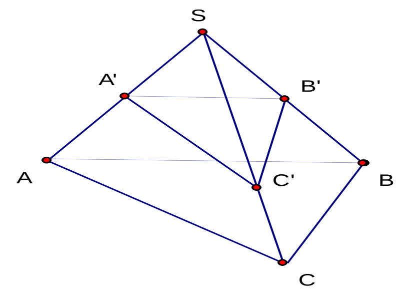
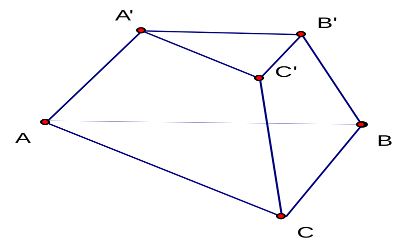
b3: Từ A kẻ AH $\perp$ a (H $\in$ a) $\Rightarrow$ AH=d(A,(P))

PHẦN II/ KIẾN THỨC CƠ BẢN LỚP 12

KHỐI ĐA DIỆN

I/ <u>Các công thức thể tích của khối đa diện:</u>

1. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ: V=B.h với $\begin{cases} \text{B : dieä tích ñaùy} \\ \text{h : chieà cao} \end{cases}$	
a) Thể tích khối hộp chữ nhật: V= a.b.c với a,b,c là ba kích thước b) Thể tích khối lập phương: V=a^3 với a là độ dài cạnh	
2. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP: V=$\frac{1}{3}$Bh với $\begin{cases} \text{B : dieä tích ñaùy} \\ \text{h : chieà cao} \end{cases}$	

<table>
<tr><td>3. TỈ SỐ THỂ TÍCH TỨ DIỆN:
Cho khối tứ diện SABC và A', B', C' là các điểm tùy ý lần lượt thuộc SA, SB, SC ta có:
$$\frac{V_{SABC}}{V_{SA'B'C'}} = \frac{SA}{SA'}\frac{SB}{SB'}\frac{SC}{SC'}$$</td><td></td></tr>
<tr><td>3. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP CỤT:
$$V = \frac{h}{3}\left(B + B' + \sqrt{BB'}\right)$$
với $\begin{cases} \text{B, B' : dieä tích hai ñaùy} \\ \text{h : chieà cao} \end{cases}$</td><td></td></tr>
</table>

Chú ý:

1/ Đường chéo của hình vuông cạnh a là $a\sqrt{2}$, Đường chéo của hình lập phương cạnh a là $a\sqrt{3}$, Đường chéo của hình hộp chữ nhật có 3 kích thước a, b, c là $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$,

2/ Đường cao của tam giác đều cạnh a là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

3/ Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều, các cạnh bên đều bằng nhau (hoặc có đáy là đa giác đều, hình chiếu của đỉnh trùng với tâm của đáy).

4/ Lăng trụ đều là lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

5/ Hệ thức lượng trong tam giác vuông : cho ΔABC vuông ở A ta có :

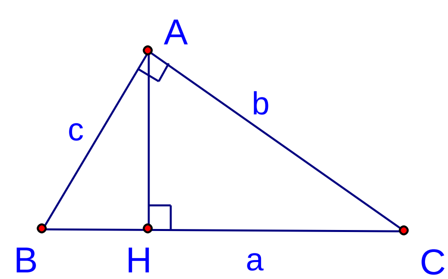
a) Định lý Pitago : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

b) $BA^2 = BH.BC;\ \ CA^2 = CH.CB$

c) AB. AC = BC. AH

d) $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

e) $\sin B = \frac{b}{a},\ \cos B = \frac{c}{a},\ \tan B = \frac{b}{c}, \cot B = \frac{c}{b}$



f) b= a. sinB = a.cosC, c = a. sinC = a.cosB, a= $\frac{b}{\sin B} = \frac{b}{\cos C}$, b= c. tanB = c.cot C

6/ Hệ thức lượng trong tam giác thường:

*Định lý hàm số Côsin: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

*Định lý hàm số Sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

7/Các công thức tính diện tích.

a/ Công thức tính diện tích tam giác:

$$S = \frac{1}{2} a \times h_a = \frac{1}{2} a.b\sin C = \frac{a.b.c}{4R} = p.r = \sqrt{p.(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ trong đó } p = \frac{a+b+c}{2}$$

Đặc biệt : ΔABC vuông ở A : $S = \frac{1}{2} AB.AC$, ΔABC đều cạnh a: $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

b/ Diện tích hình vuông : S= cạnh x cạnh

c/ Diện tích hình chữ nhật : S= dài x rộng d/ Diện tích hình thang : $S = \frac{1}{2}$(đáy lớn + đáy nhỏ) x chiều cao

e/ Diện tích hình bình hành : S= đáy x chiều cao

f/ Diện tích hình tròn : $S = \pi.R^2$

II/ Bài tập:

1/ KHỐI CHÓP

Bài 1: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, biết cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SA=a$\sqrt{2}$

a/ Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a

b/ Gọi I là trung điểm của BC . Chứng minh mp(SAI) vuông góc với mp(SBC). Tính thể tích của khối chóp SAIC theo a .

c/ Gọi M là trung điểm của SB Tính AM theo a

Bài 2: Cho hình chóp SABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, biết SA vuông góc với mặt đáy và SA=AC , AB=a và góc $ABC = 45^0$. Tính thể tích khối chóp S.ABC

Bài 3 : Cho hình chóp tam giác đều SABC có đường cao SO = 1 và đáy ABC có canh bằng 2$\sqrt{6}$.Điểm M,N là trung điểm của cạnh AC, AB tương ứng.Tính thể tích khối chóp SAMN

Bài 4: Cho hình chóp đều S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a và cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy

a/ Tính thể tích khối chóp S.ABCD theo a .

b/ Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a

c / Mặt phẳng (SAC) chia khối chóp S.ABCD thành 2 khối chóp .Hãy kể tên 2 kchóp đó

Bài 5: Cho hình chóp tứ giác đều SABCD đỉnh S, độ dài cạnh đáy AB=a và góc SAB=60^o. Tính thể tích hình chóp SABCD theo a

Bài 6: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD, đáy ABCD là hìnhvuông cạnh a, SA = SB = SC = SD = a. Tính đường cao và thể tích khối chóp theo a.

Bài 7: Cho hình chóp tam giác *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác vuông tại đỉnh *B*, cạnh bên *SA* vuông góc với đáy. Biết *SA* = *AB* = *BC* = *a*. Tính thể tích của khối chóp *S.ABC*.(Thi TNTHPT 2007 Lần 1)

Bài 8: Cho hình chóp tứ giác$S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, cạnh bên SAvuông góc với đáy và $SA = AC$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.(Thi TNTHPT 2007 Lần 2)

Bài 9: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC vuông tại B, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết Biết AB = a, BC = $a\sqrt{3}$ và SA = 3a. (Thi TNTHPT 2008 lần 1)

1. Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a.
2. Gọi I là trung điểm của cạnh SC, tính độ dài đoạn thẳng BI theo a.

Bài 10: Cho hình chóp S.ABC có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc BAC = 120^0, tính thể tích của khối chóp S.ABC theo a. (Thi TNTHPT 2009)

Bài 11: Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông và hai mặt bên SAB và SAD cùng vuông góc với đáy, góc của cạnh SC với mặt bên SAB là α. Cho SA = a.

a) Chứng minh rằng $BSC = \alpha$ và $AB = \frac{a\sin\alpha}{\sqrt{\cos 2\alpha}}$.

b) Tính thể tích của khối chóp S.ABCD

Bài 12: Cho tứ diện đều ABCD cạnh a.

a) Tính độ dài đường cao AH của khối tứ diện.

b) Gọi M là một điểm bất kỳ trong khối tứ diện. Chứng minh rằng tổng các khoảng cách từ M đến 4 mặt của tứ diện là một số không đổi.

Bài 13: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy AB = a và $ASB = 2\alpha$.

a) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.(ĐS: $a^2(1+\cot\alpha)$)

b) Tính thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.(ĐS: $\frac{\pi a^3}{12}\sqrt{\cot^2\alpha-1}$)

c) Định α để thể tích khối nón là $\frac{\pi a^3}{12}$.(ĐS: $\operatorname{arccot}\sqrt{2}$)

Bài 14: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.

a) Tính thể tích của khối chóp S.ABCD.(ĐS: $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$)

b) Tính góc của cạnh bên SC với mặt phẳng đáy. (ĐS: $\arctan\frac{\sqrt{15}}{5}$)

c) Mặt phẳng (P) qua CD cắt SA tại M; SB tại N. Tứ giác CDMN là hình gì.

<u>Bài 15</u>: Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông cạnh 2a, SA vuông góc đáy. Góc giữa SC và đáy bằng 60^o.

a) Tính thể tích của khối chóp S.ABCD.
b) Tính thể tích của khối chóp MBCD.

2/ KHỐI LĂNG TRỤ, HỘP

Bài 1 : Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có đường chéo bằng a .

a/ Tính thể tích khối LP theo a
b/ Tính thể tích của khối chóp A. A'B'C'D' theo a .

Bài 2 : Cho hình lăng trụ đều ABC.A'B'C' có cạnh bên bằng cạnh đáy và bằng a .

a/ Tính thể tích khối lăng trụ theo a .
b/ Tính thể tích của khối chóp A'. ABC theo a .

Bài 3: Một hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác vuông cân (AB = AC = a). Đường chéo BC' của mặt bên BCC'B' tạo với mặt bên ACC'A' góc α.

a) Chứng minh rằng $AC'B=\alpha$.

b) Tính diện tích toàn phần của hình lăng trụ.

Bài 4: Một khối lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên BB' = a, chân đường vuông góc hạ từ B' xuống đáy ABC trùng với trung điểm I của cạnh AC.

a) Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy.(ĐS: 30^0)

b) Tính thể tích của khối lăng trụ.(ĐS: $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$)

c) Chứng minh mặt bên AA'C'C là hình chữ nhật.

Bài 5: Cho khối lăng trụ đứng ABC.A'B'C' đáy là tam giác ABC vuông tại B. Biết BB'=AB=h và góc của B'C làm với mặt đáy bằng α.

a) Chứng minh rằng $BCA=B'CB$.

b) Tính thể tích của khối lăng trụ.(ĐS: $\frac{1}{3}h^3\cot\alpha$)

c) Tính diện tích thiết diện tạo nên do mặt phẳng ACB' cắt khối lăng trụ.

Bài 6: Hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là một tam giác vuông tại A, AC = a $C=60^0$. Đường chéo BC' của mặt bên BB'C'C tạo với mp(AA'C'C) một góc 30^0.

a) Tính độ dài đoạn AC'.(ĐS: 3a)

b) Tính thể tích của khối lăng trụ.(ĐS: $a^3\sqrt{6}$)

Bài 7: Cho lăng trụ tam giác ABC A'B'C' có cạnh bên 2a. Đáy ABC là tam giác vuông tại A, có AB=a, AC=a$\sqrt{3}$, hình chiếu của A' trên đáy ABC trùng với trung điểm A của cạnh BC. Tính thể tích của lăng trụ. Tính góc giữa B'C' và AA'.

Bài 8. Biết thể tích khối hộp $ABCDA_1B_1C_1D_1$ bằng V. tính thể tích khối tứ diện ACB_1D_1

Bài 9. Cho lăng trụ đều $ABCA_1B_1C_1$.Tam giac ABC_1 có diện tích là $\sqrt{3}$ S và hợp với mặt đáy góc α

a)Tính thể tích lăng trụ

b)S không đổi,cho α thay đổi.Tính α để thể tích lăng trụ lớn nhất

Bài 10. Cho lăng trụ đều $ABCDA_1B_1C_1D_1$ cạnh đáy a.Góc giữa đường chéo AC_1 và đáy là 60^o .Tính thể tích khối lăng trụ

Bài 11. Cho lăng trụ đứng $ABCA_1B_1C_1$,đáy ABC cân đỉnh A.Góc giữa AA_1 và BC_1 là 30^o và khoảng cách giữa chúng là a.Góc giữa hai mặt bên qua AA_1 là 60^o.Tính thể tích lăng trụ

Bài 12. Cho lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$ đáy là tam giác đều cạnh a.Hình chiếu cảu A_1 lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.Biết góc $BAA_1 = 45^o$ .Tính thể tích lăng trụ

Bài 13. Cho hình hộp $ABCDA_1B_1C_1D_!$ có đáy là hình thoi ABCD cạnh a,góc A bằng 60^o.Chân đường vuông góc hạ từ B_1 xuống đáy ABCD trùng với giao điểm hai đường chéo của đáy.Biết BB_1 =a

a)Tính góc giữa cạnh bên và đáy b)Tính thê tích của khối hộp

Bài 14. Cho hình lăng trụ đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy ABCD là một hình thoi cạnh a, góc BAD = 60^o. Gọi M là trung điểm AA', N là trung điểm CC'. CMR bốn điểm B', M, D, N cùng thuộc một mặt phẳng. Hãy tính độ dài cạnh AA' theo a để tứ giác B'MDN là hình vuông.

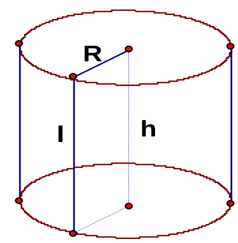
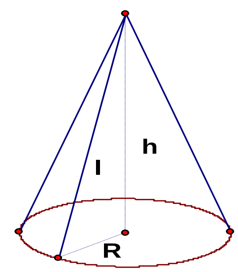
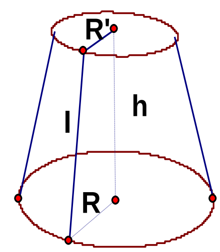
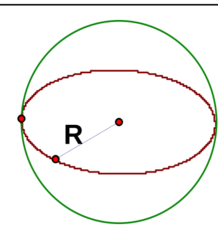
Bài 15. Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân với AB = AC = a, góc BAC = 120^o, cạnh bên BB' = a. Gọi I là trung điểm của CC'. CMR tam giác AB'I vuông ở A. Tính cosin của góc giữa hai mp(ABC) và (AB'I).

Bài 16. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Thiết diện của hình lập phương tạo bởi mặt phẳng đi qua đỉnh A, trung điểm của cạnh BC và tâm của mặt DCC'D' chia khối lập phương thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.

KHỐI TRÒN XOAY

I/Tóm tắt lý thuyết:

1/Công thức tính diện tích và thể tích khối nón

1. Hình trụ- Khối trụ:	$S_{xq} = 2\pi Rl \text{ vôùi } \begin{cases} R: \text{baùn kính ñaùy} \\ l: \text{ñöôøng sinh} \end{cases}$ $V_{\text{truï}} = \pi R^2 h \text{ vôùi } \begin{cases} R: \text{baùn kính ñaùy} \\ h: \text{ñöôøng cao} \end{cases}$	
2. Hình nón – Khối nón	$S_{xq} = \pi Rl \text{ vôùi } \begin{cases} R: \text{baùn kính ñaùy} \\ l: \text{ñöôøng sinh} \end{cases}$ $V_{\text{noùn}} = \frac{1}{3}\pi R^2 h \text{ vôùi } \begin{cases} R: \text{baùn kính ñaùy} \\ h: \text{ñöôøng cao} \end{cases}$	
3.Hình nón cụt – Khối nón cụt:	$S_{xq} = \pi(R + R')l$ $V_{\text{noùncuït}} = \frac{1}{3}\pi(R^2 + R'^2 + RR')h$ $\text{vôùi } \begin{cases} R, R': \text{baùn kính 2 ñaùy} \\ l: \text{ñöôøng sinh} \\ h: \text{ñöôøng cao} \end{cases}$	
4. Mặt cầu – Khối cầu:	$S = 4\pi R^2 \text{vôùi} R: \text{baùn kính maët caàu}$ $V_{\text{caàu}} = \frac{4}{3}\pi R^3 \text{ vôùi} R: \text{baùn kính khoái caàu}$	

II/ BÀI TẬP:

1- KHỐI NÓN

Bài 1: Thiết diện qua trục của một khối nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng a.

a. tính thể tích khối nón và diện tích xung quanh của hình nón

b. tính thể tích của khối nón

Bài 2: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a.

a/Tính diện tích xung quanh và của hình nón

b/Tính thể tích của khối nón

Bài 3: Một hình nón có đường sinh là l=1 và góc giữa đường sinh và đáy là 45^0

a. Tình diện tích xung quanh của hình nón

b. tính thể tích của khối nón.

Bài 4: Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I, góc IOM bằng 30^0 và cạnh IM = a. khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay.

a/ Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay.

b/ Tính thể tích của khối nón tròn xoay

Bài 5: Cho hình nón đỉnh S đường cao SO, A và B là hai điểm . Thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ điểm O đến AB bằng a và SAO $= 30^0$, SAB = 60^0.

a. Tính độ dài đường sinh và diện tích xung quanh theo a

b. Tính thể tích của khối nón

Bài 6: Một khối tứ diện đều cạnh a nội tiếp một khối nón. Tính thể tích của khối nón đó.

Bài 7: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có chiều cao SO = h và góc SAB $= \alpha$ ($\alpha > 45^0$). Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đtròn đáy ngoại tiếp hình vuông ABCD.

Bài 8: Một hình nón có bán kính đáy R và thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân.

a) Tính diện tích xung quanh của hình nón và thể tích khối nón tương ứng

b) Tính bán kính đáy của hình trụ nội tiếp trong hình nón ấy, biết rằng thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông. (ĐS: $\frac{R}{3}$)

2/- KHỐI TRỤ

Bài 1: Một khối trụ có bán kính r = 5cm, khoảng cách hai đáy bằng 7cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục cách trục 3cm.

a. Tính diện tích của thiết diện và diện tích xung quanh

b. Tính thể tích khối trụ

Bài 2: Thiết diện chứa trục của khối trụ là hình vuông cạnh a

a. Tính diện tích xung quanh của hình trụ

b. Tính thể tích khối trụ

Bài 3: Trong không gian cho hình vuông ABCD cạnh a. Gọi I và H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Khi quay hình vuông đó xung quanh trục IH ta được một htrụ trònxoay

a/Tính d tích xung quanh của hình trụ.

b/Tính thể tích của khối trụ

Bài 4: Một khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 nội tiếp một khối trụ. Tính thể tích khối trụ đó

Bài 5: Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c nội tiếp trong một khối trụ.

a. Tính thể tích của khối trụ.

b. Tính diện tích xung quanh của hình trụ

Bài 6: Một khối trụ có chiều cao bằng 20cm và có bán kính đáy bằng 10cm. Người ta kẻ hai bán kính OA và O'B' lần lượt trên hai đáy sao cho chúng hợp với nhau một góc 30^0. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng chứa đường thẳng AB' và song song với trục OO' của khối trụ đó. Hãy tính diện tích của thiết diện.

Bài 7: Một hình trụ có bán kính đáy R và đường cao bằng $R\sqrt{3}$;

A và B là hai điểm trên hai đường tròn đáy sao cho góc hợp bởi AB và trục của hình trụ là 30^0.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của h trụ.

b) Tính thể tích của khối trụ tương ứng.

Bài 8: Một hình trụ có bán kính đáy R và có thiết diện qua trục là một hình vuông.

a/Tính diện tích xung quanh của h trụ.

b/Tính thể tích của khối trụ tương đương.

3/ KHỐI CẦU

Chú ý:

1/ Cách xác định tâm bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

-Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp đáy.

-Xác định trục d (là đường thẳng vuông góc với đáy tại tâm đáy)

-Dựng mặt trung trực (P) của một cạnh bên, giao điểm I của d và (P) là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

2/ Cách chứng minh nhiều điểm cùng nằm trên 1 mặt cầu .

Ta thường chứng minh chúng là các đỉnh của các tam giác vuông có chung một cạnh huyền.

Bài 1: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $SA \perp (ABC)$.

a) Gọi O là trung điểm của SC. Chứng minh: OA = OB = OC = SO. Suy ra bốn điểm A, B, C, S cùng nằm trên mặt cầu tâm O bán kính $R = \frac{SC}{2}$.

b) Cho SA = BC = a và $AB = a\sqrt{2}$. Tính bán kính mặt cầu

Bài 2: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm hình vuông ABCD và Klà hình chiếu của B trên SC

a) Chứng minh ba điểm O, A, K cùng nhìn đoạn SB dưới một góc vuông. Suy ra năm điểm S, D, A, K B cùng nằm trên mặt cầu đường kính SB.

b) Xác định tâm và bán kính mặt cầu nói trên.

Bài 3: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng a. Xác định tâm và bán kính của mặt cầu đi qua năm điểm S, A, B, C, D.

Bài 4: Cho hình cầu tâm O đường kính SS'= 2R. Mặt phẳng vuông góc với SS' cắt mặt cầu theo đường tròn tâm H. Gọi ABC là tam giác đều nội tiếp trong đường tròn này. Đặt SH = x (R < x < 2R).

a) Tính độ dài các cạnh của tứ diện S.ABC theo R và x (ĐS: $AB = BC = CA = \sqrt{3x(2R-x)}$, $SA = SB = SC = \sqrt{2Rx}$)

b) Tính x để cho S.ABC là một tứ diện đều. Trong trường hợp này, tính thể tích của khối tứ diện S.ABC. (ĐS: $x = \frac{4}{3}R$, $V = \frac{8R^3\sqrt{3}}{27}$)

Bài 5: Cho hình chóp tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a. Xác định tâm và bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.