

ÔN TẬP HKI MÔN TOÁN LỚP 9
Phần A- Đại số

Chương I CĂN BẬC HAI - CĂN BẬC BA

A - LÝ THUYẾT

I. ĐẠI SỐ:

1) Định nghĩa, tính chất căn bậc hai

a) Với số dương a, số \sqrt{a} được gọi là căn bậc hai số học của a.

b) Với $a \geq 0$ ta có $x = \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = (\sqrt{a})^2 = a \end{cases}$

c) Với hai số a và b không âm, ta có: $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

d) $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A \text{ nếu } A \geq 0 \\ -A \text{ nếu } A < 0 \end{cases}$

2) Các công thức biến đổi căn thức

1. $\sqrt{A^2} = |A|$

2. $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \quad (A \geq 0, B \geq 0)$

3. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \quad (A \geq 0, B > 0)$

4. $\sqrt{A^2B} = |A| \sqrt{B} \quad (B \geq 0)$

5. $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2B} \quad (A \geq 0, B \geq 0)$

$A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2B} \quad (A < 0, B \geq 0)$

6. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB} \quad (AB \geq 0, B \neq 0)$

7. $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A \mp B})}{A - B^2} \quad (A \geq 0, A \neq B^2)$

8. $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} \quad (B > 0)$

9. $\frac{C}{\sqrt{A \pm \sqrt{B}}} = \frac{C(\sqrt{A \mp \sqrt{B}})}{A - B} \quad (A, B \geq 0, A \neq B)$

📌 Bài tập:

① **Tìm điều kiện xác định:** Với giá trị nào của x thì các biểu thức sau đây xác định:

1) $\sqrt{-2x+3}$ 2) $\sqrt{\frac{2}{x^2}}$ 3) $\sqrt{\frac{4}{x+3}}$ 4) $\sqrt{\frac{-5}{x^2+6}}$

5) $\sqrt{3x+4}$ 6) $\sqrt{1+x^2}$ 7) $\sqrt{\frac{3}{1-2x}}$ 8) $\sqrt{\frac{-3}{3x+5}}$

② Rút gọn biểu thức

Bài 1

1) $\sqrt{12} + 5\sqrt{3} - \sqrt{48}$ 2) $5\sqrt{5} + \sqrt{20} - 3\sqrt{45}$ 3) $2\sqrt{32} + 4\sqrt{8} - 5\sqrt{18}$

4) $3\sqrt{12} - 4\sqrt{27} + 5\sqrt{48}$ 5) $\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{27}$ 6) $2\sqrt{18} - 7\sqrt{2} + \sqrt{162}$

7) $3\sqrt{20} - 2\sqrt{45} + 4\sqrt{5}$ 8) $(\sqrt{2} + 2)\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$ 9) $\frac{1}{\sqrt{5}-1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1}$

10) $\frac{1}{\sqrt{5}-2} + \frac{1}{\sqrt{5}+2}$ 11) $\frac{2}{4-3\sqrt{2}} - \frac{2}{4+3\sqrt{2}}$ 12) $\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$

13) $(\sqrt{28} - 2\sqrt{14} + \sqrt{7})\sqrt{7} + 7\sqrt{8}$ 14) $(\sqrt{14} - 3\sqrt{2})^2 + 6\sqrt{28}$

15) $(\sqrt{6} - \sqrt{5})^2 - \sqrt{120}$ 16) $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{6} + 3\sqrt{24}$

17) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2}+3)^2}$ 18) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$

19) $\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}$ 20) $(\sqrt{19}-3)(\sqrt{19}+3)$

21) $4x + \sqrt{(x-12)^2} (x \geq 2)$

22) $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$

23) $x + 2y - \sqrt{(x^2 - 4xy + 4y^2)^2} (x \geq 2y)$

Bài 2

1) $\sqrt{(3 + \sqrt{2})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{2})^2}$ 2) $\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} - \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2}$ 3) $\sqrt{(5 - 3)^2} + \sqrt{(\sqrt{5} + 3)^2}$
 4) $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} - \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$ 5) $\sqrt{(5 + 2\sqrt{6})} + \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$
 6) $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{3} - 2\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{8}}$

③ Giải phương trình:

Phương pháp:

• $A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = \pm B;$

• $\sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

• $\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \text{ (hay } B \geq 0) \\ A = B \end{cases}$

• $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$

• $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A = B \text{ hay } A = -B \end{cases}$

• $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B \text{ hay } A = -B \end{cases}$

• $|A| = |B| \Leftrightarrow A = B \text{ hay } A = -B$

• $|A| + |B| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

• **Chú ý:** $\sqrt{A^2} = B \Leftrightarrow |A| = B;$ $|A| = A$ khi $A \geq 0;$ $|a| = -A$ khi $A \leq 0.$

Bài 1. Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{2x-1} = \sqrt{5}$ 2) $\sqrt{x-5} = 3$ 3) $\sqrt{9(x-1)} = 21$ 4) $\sqrt{2x} - \sqrt{50} = 0$
 5) $\sqrt{3x^2} - \sqrt{12} = 0$ 6) $\sqrt{(x-3)^2} = 9$ 7) $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6$ 8) $\sqrt{(2x-1)^2} = 3$
 9) $\sqrt{4x^2} = 6$ 10) $\sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0$ 11) $\sqrt[3]{x+1} = 2$ 12) $\sqrt[3]{3-2x} = -2$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{(x-3)^2} = 3-x$ b) $\sqrt{4x^2 - 20x + 25} + 2x = 5$ c) $\sqrt{1-12x+36x^2} = 5$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x+5} = \sqrt{1-x}$ b) $\sqrt{x^2 - x} = \sqrt{3-x}$ c) $\sqrt{2x^2 - 3} = \sqrt{4x-3}$
 d) $\sqrt{2x-1} = \sqrt{x-1}$ e) $\sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{x-3}$ f) $\sqrt{x^2 - x} = \sqrt{3x-5}$

Bài 4. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 + x} = x$ b) $\sqrt{1-x^2} = x-1$ c) $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = x-2$
 d) $\sqrt{x^2 - 1} - x^2 + 1 = 0$ e) $\sqrt{x^2 - 4} - x + 2 = 0$ f) $\sqrt{1-2x^2} = x-1$

Bài 5. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x^2 - 1$ b) $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = x-1$ c) $\sqrt{x^4 - 2x^2 + 1} = x-1$
 d) $\sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = x$ e) $\sqrt{x^4 - 8x^2 + 16} = 2-x$ f) $\sqrt{9x^2 + 6x + 1} = \sqrt{11-6\sqrt{2}}$

Bài 6. Giải các phương trình sau:

a) $|3x+1| = |x+1|$ b) $|x^2 - 3| = |x - \sqrt{3}|$
 c) $\sqrt{9x^2 - 12x + 4} = \sqrt{x^2}$ d) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$

Bài 7. Giải các phương trình sau:

a) $|x^2 - 1| + |x + 1| = 0$ b) $\sqrt{x^2 - 8x + 16} + |x + 2| = 0$ c) $\sqrt{1 - x^2} + \sqrt{x + 1} = 0$
 d) $\sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 0$

CÁC BÀI TOÁN RÚT GỌN:

A. Các bước thực hiện:

- ① Tìm ĐKXD của biểu thức: là tìm TXĐ của từng phân thức rồi kết luận lại.
- ② Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (rồi rút gọn nếu được)
- ③ Quy đồng, gồm các bước:
 - + Chọn mẫu chung : là tích các nhân tử chung và riêng, mỗi nhân tử lấy số mũ lớn nhất.
 - + Tìm nhân tử phụ: lấy mẫu chung chia cho từng mẫu để được nhân tử phụ tương ứng.
 - + Nhân nhân tử phụ với tử – Giữ nguyên mẫu chung.
- ④ Bỏ ngoặc: bằng cách nhân đa thức hoặc dùng hằng đẳng thức.
- ⑤ Thu gọn: là cộng trừ các hạng tử đồng dạng.
- ⑥ Phân tích tử thành nhân tử (mẫu giữ nguyên).
- ⑦ Rút gọn.

B. Bài tập luyện tập:

Bài 1 Cho biểu thức : $A = \frac{x}{\sqrt{x}-1} - \frac{2x-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$ với ($x > 0$ và $x \neq 1$)

- a) Rút gọn biểu thức A; b) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 3 + 2\sqrt{2}$.

Bài 2. Cho biểu thức : $P = \frac{a+4\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}+2} + \frac{4-a}{2-\sqrt{a}}$ (Với $a \geq 0$; $a \neq 4$)

- a) Rút gọn biểu thức P; b) Tìm giá trị của a sao cho $P = a + 1$.

Bài 3: Cho biểu thức $A = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

- a) Đặt điều kiện để biểu thức A có nghĩa; b) Rút gọn biểu thức A;
 c) Với giá trị nào của x thì $A < -1$.

Bài 4: Cho biểu thức : $B = \frac{1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{1}{2\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{1-x}$

- a) Tìm TXĐ rồi rút gọn biểu thức B; b) Tính giá trị của B với $x = 3$;
 c) Tìm giá trị của x để $|A| = \frac{1}{2}$.

Bài 5: Cho biểu thức : $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$

- a) Tìm TXĐ; b) Rút gọn P; c) Tìm x để $P = 2$.

Bài 6: Cho biểu thức: $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$

Hàm số đồng biến trên \mathbf{R} khi $a > 0$. Nghịch biến trên \mathbf{R} khi $a < 0$.

4) Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b (a : hệ số góc, b : tung độ gốc).

5) Cho $(d): y = ax + b$ và $(d'): y = a'x + b'$ ($a, a' \neq 0$). Ta có:

$$(d) \equiv (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases} \qquad (d) // (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$$

$$(d) \cap (d') \Leftrightarrow a \neq a' \qquad (d) \perp (d') \Leftrightarrow a.a' = -1$$

6) Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox thì:

Khi $a > 0$ ta có $\tan \alpha = a$

Khi $a < 0$ ta có $\tan \alpha' = |a|$ (α' là góc kề bù với góc

© Các dạng bài tập thường gặp:

- Dạng 1: Xác định các giá trị của các hệ số để hàm số đồng biến, nghịch biến, Hai đường thẳng song song; cắt nhau; trùng nhau.

Phương pháp: Xem lại lí thuyết

- Dạng 2: Vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$

⊙ Xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $(d_1): y = ax + b$; $(d_2): y = a'x + b'$

Phương pháp: Đặt $ax + b = a'x + b'$ giải phương trình ta tìm được giá trị của x ; thay giá trị của x vào (d_1) hoặc (d_2) ta tính được giá trị của y . Cặp giá trị của x và y là tọa độ giao điểm của hai đường thẳng.

⊙ Tính chu vi - diện tích của các hình tạo bởi các đường thẳng:

Phương pháp:

+ Dựa vào các tam giác vuông và định lý Py- ta -go để tính độ dài các đoạn thẳng không tính trực tiếp được. Rồi tính chu vi tam giác bằng cách cộng các cạnh.

+ Dựa vào công thức tính diện tích tam giác để tính S .

- Dạng 3: Tính góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ và trục Ox

Xem lí thuyết.

- Dạng 4: Điểm thuộc đồ thị; điểm không thuộc đồ thị:

Phương pháp: Ví dụ: Cho hàm số bậc nhất: $y = ax + b$. Điểm $M(x_1; y_1)$ có thuộc đồ thị không?

Thay giá trị của x_1 vào hàm số; tính được y_0 . Nếu $y_0 = y_1$ thì điểm M thuộc đồ thị. Nếu $y_0 \neq y_1$ thì điểm M không thuộc đồ thị.

- Dạng 5: Viết phương trình đường thẳng (*xác định hệ số a và b của hàm số $y = ax + b$*)

Phương pháp chung:

Gọi đường thẳng phải tìm có dạng (*hoặc công thức của hàm số*): $y = ax + b$

Căn cứ vào giả thiết để tìm a và b .

Ví dụ: Viết phương trình đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $P(x_0; y_0)$ và điểm $Q(x_1; y_1)$.

Phương pháp: + Thay $x_0; y_0$ vào $y = ax + b$ ta được phương trình $y_0 = ax_0 + b$ (1)

+ Thay $x_1; y_1$ vào $y = ax + b$ ta được phương trình $y_1 = ax_1 + b$ (2)

+ Giải hệ phương trình ta tìm được giá trị của a và b .

+ Thay giá trị của a và b vào $y = ax + b$ ta được phương trình đường thẳng cần tìm.

- Dạng 6: Chứng minh đường thẳng đi qua một điểm cố định hoặc chứng minh đồng quy:

Ví dụ: Cho các đường thẳng : $(d_1) : y = (m^2 - 1)x + m^2 - 5$ (Với $m \neq 1; m \neq -1$)

$$(d_2) : y = x + 1$$

$$(d_3) : y = -x + 3$$

a) C/m rằng khi m thay đổi thì d_1 luôn đi qua 1 điểm cố định .

b) C/m rằng khi $d_1 \parallel d_3$ thì d_1 vuông góc d_2

c) Xác định m để 3 đường thẳng $d_1 ; d_2 ; d_3$ đồng qui

🔴 Bài tập:

Bài 1: Cho hai đường thẳng $(d_1): y = (2 + m)x + 1$ và $(d_2): y = (1 + 2m)x + 2$

1) Tìm m để (d_1) và (d_2) cắt nhau .

2) Với $m = -1$, vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy rồi tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng (d_1) và (d_2) bằng phép tính.

Bài 2: Cho hàm số bậc nhất $y = (2 - a)x + a$. Biết đồ thị hàm số đi qua điểm $M(3;1)$, hàm số đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? Vì sao?

Bài 3: Cho hàm số bậc nhất $y = (1 - 3m)x + m + 3$ đi qua $N(1;-1)$, hàm số đồng biến hay nghịch biến ? Vì sao?

Bài 4: Cho hai đường thẳng $y = mx - 2 ; (m \neq 0)$ và $y = (2 - m)x + 4 ; (m \neq 2)$. Tìm điều kiện của m để hai đường thẳng trên:

a) Song song;

b) Cắt nhau .

Bài 5: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $y = 2x + 3 + m$ và $y = 3x + 5 - m$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung .Viết phương trình đường thẳng (d) biết (d) song song với (d') : $y = \frac{-1}{2}x$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 10.

Bài 6: Viết phương trình đường thẳng (d) , biết (d) song song với (d') : $y = -2x$ và đi qua điểm $A(2;7)$.

Bài 7: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; -2)$ và $B(-1;3)$.

Bài 8: Cho hai đường thẳng : $(d_1): y = \frac{1}{2}x + 2$ và $(d_2): y = -x + 2$

a/ Vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy.

b/ Gọi A và B lần lượt là giao điểm của (d_1) và (d_2) với trục Ox , C là giao điểm của (d_1) và (d_2) Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC (đơn vị trên hệ trục tọa độ là cm)?

Bài 9: Cho các đường thẳng $(d_1) : y = 4mx - (m+5)$ với $m \neq 0$

$$(d_2) : y = (3m^2 + 1)x + (m^2 - 9)$$

a; Với giá trị nào của m thì $(d_1) \parallel (d_2)$

b; Với giá trị nào của m thì (d_1) cắt (d_2) tìm tọa độ giao điểm Khi $m = 2$

c; C/m rằng khi m thay đổi thì đường thẳng (d_1) luôn đi qua điểm cố định A ; (d_2) đi qua điểm cố định B . Tính BA ?

Bài 10: Cho hàm số : $y = ax + b$

a; Xác định hàm số biết đồ thị của nó song song với $y = 2x + 3$ và đi qua điểm $A(1,-2)$

b; Vẽ đồ thị hàm số vừa xác định - Rồi tính độ lớn góc α tạo bởi đường thẳng trên với trục Ox ?

c; Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng trên với đường thẳng $y = -4x + 3$?

d; Tìm giá trị của m để đường thẳng trên song song với đường thẳng $y = (2m-3)x + 2$

Bài 11 : Cho hàm số $y = (m + 5)x + 2m - 10$

a) Với giá trị nào của m thì y là hàm số bậc nhất b) Với giá trị nào của m thì hàm số đồng biến. c) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm A(2; 3) d) Tìm m để đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 9.	e) Tìm m để đồ thị đi qua điểm 10 trên trục hoành f) Tìm m để đồ thị hàm số song song với đồ thị hàm số $y = 2x - 1$ g) Chứng minh đồ thị hàm số luôn đi qua 1 điểm cố định với mọi m. h) Tìm m để khoảng cách từ O tới đồ thị hàm số là lớn nhất
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Bài 12: Cho đường thẳng $y=2mx +3-m-x$ (d) . Xác định m để:

a) Đường thẳng d qua gốc toạ độ b) Đường thẳng d song song với đ/thẳng $2y- x=5$ c) Đường thẳng d tạo với Ox một góc nhọn d) Đường thẳng d tạo với Ox một góc tù Đường thẳng d cắt Ox tại điểm có hoành độ 2	f) Đường thẳng d cắt đồ thị Hs $y= 2x - 3$ tại một điểm có hoành độ là 2 g) Đường thẳng d cắt đồ thị Hs $y= -x +7$ tại một điểm có tung độ $y = 4$ h) Đường thẳng d đi qua giao điểm của hai đường thẳng $2x -3y=-8$ và $y= -x+1$
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Bài 13: Cho hàm số $y=(2m-3).x+m-5$

a) Vẽ đồ thị với $m=6$ b) Chứng minh họ đường thẳng luôn đi qua điểm cố định khi m thay đổi c) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với 2 trục toạ độ một tam giác vuông cân d) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục hoành một góc 45°	e) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục hoành một góc 135° f) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục hoành một góc $30^\circ, 60^\circ$ g) Tìm m để đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 3x - 4$ tại một điểm trên Oy h) Tìm m để đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = -x - 3$ tại một điểm trên Ox
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Bài 14 Cho hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$

- Tìm điều kiện của m để hàm số luôn luôn nghịch biến .
- Tìm điều kiện của m để đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
- Tìm m để đồ thị hàm số $y = -x + 2, y = 2x - 1$ và $y = (m - 2)x + m + 3$ đồng quy.
- Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục tung và trục hoành một tam giác có diện tích bằng 2

Phần B - HÌNH HỌC

Chương I. HỆ THỨC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

① Hệ thức giữa cạnh và đường cao: ② Hệ thức giữa cạnh và góc:

	$+ b^2 = a.b'; c^2 = a.c'$ $+ h^2 = b'.c'$ $+ a.h = b.c$ $+ \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$	$\pm a^2 = b^2 + c^2$ $+ a = b' + c'$ $+ \frac{b^2}{c^2} = \frac{b'}{c'}; \frac{c^2}{b^2} = \frac{c'}{b'}$
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

◎ **Tỷ số lượng giác:** $\sin = \frac{D}{H}; \cos = \frac{K}{H}; \text{Tg} = \frac{D}{K}; \text{Cotg} = \frac{K}{D}$

◎ **Tính chất của tỷ số lượng giác:**

1/ Nếu $\alpha + \beta = 90^\circ$ Thì: $\sin\alpha = \cos\beta$ $\text{Tan}\alpha = \text{Cot}\beta$
 $\cos\alpha = \sin\beta$ $\text{Cot}\alpha = \text{Tan}\beta$

2/Với α nhọn thì $0 < \sin\alpha < 1, 0 < \cos\alpha < 1$

$$*\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$*\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$*\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$*\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

⊙ Hệ thức giữa cạnh và góc:

+ Cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân Sin góc đối: $b = a \cdot \sin B; c = a \cdot \sin C$

+ Cạnh góc vuông bằng cạnh huyền nhân Cos góc kề: $b = a \cdot \cos C; c = a \cdot \cos B$

+ Cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân Tan góc đối: $b = c \cdot \tan B; c = b \cdot \tan C$

+ Cạnh góc vuông bằng cạnh góc vuông kia nhân Cot góc kề: $b = c \cdot \cot C; c = b \cdot \cot B$

Bài Tập .p đông:

Bài 1. Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH.

- a) Biết AH = 12cm, CH = 5cm. Tính AC, AB, BC, BH.
- b) Biết AB = 30cm, AH = 24cm. Tính AC, CH, BC, BH.
- c) Biết AC = 20cm, CH = 16cm. Tính AB, AH, BC, BH.
- d) Biết AB = 6cm, BC = 10cm. Tính AC, AH, BH, CH.
- e) Biết BH = 9cm, CH = 16cm. Tính AC, AB, BC, AH.

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $B = 60^\circ$, BC = 20cm.

- a) Tính AB, AC
- b) Kẻ đường cao AH của tam giác. Tính AH, HB, HC.

Bài 3. Giải tam giác ABC vuông tại A, biết:

- a) AB = 6cm, $B = 40^\circ$
- b) AB = 10cm, $C = 35^\circ$
- c) BC = 20cm, $B = 58^\circ$
- d) BC = 82cm, $C = 42^\circ$
- e) BC = 32cm, AC = 20cm
- f) AB = 18cm, AC = 21cm

Bài 4. Không sử dụng bảng số và máy tính, hãy sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần: $\sin 65^\circ; \cos 75^\circ; \sin 70^\circ; \cos 18^\circ; \sin 79^\circ$

Chương II. ĐƯỜNG TRÒN:

①. Sự xác định đường tròn: Muốn xác định được một đường tròn cần biết:

- + Tâm và bán kính, hoặc
- + Đường kính (Khi đó tâm là trung điểm của đường kính; bán kính bằng 1/2 đường kính) , hoặc
- + Đường tròn đi qua 3 điểm (Khi đó tâm là giao điểm của hai đường trung trực của hai đoạn thẳng nối hai trong ba điểm đó; Bán kính là khoảng cách từ giao điểm đến một trong 3 điểm đó) .

② Tính chất đối xứng:

- + Đường tròn có tâm đối xứng là tâm của đường tròn.
- + Bất kì đường kính vào cũng là một trục đối xứng của đường tròn.

③ Các mối quan hệ:

1. Quan hệ giữa đường kính và dây:

+ Đường kính (hoặc bán kính) \perp Dây \Leftrightarrow Đi qua trung điểm của dây ấy.

2. Quan hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây:

+ Hai dây bằng nhau \Leftrightarrow Chúng cách đều tâm.

+ Dây lớn hơn \Leftrightarrow Dây gần tâm hơn.

④ Vị trí tương đối của đường thẳng với đường tròn:

+ Đường thẳng không cắt đường tròn \Leftrightarrow Không có điểm chung $\Leftrightarrow d > R$ (d là khoảng cách từ tâm đến đường thẳng; R là bán kính của đường tròn).

+ Đường thẳng cắt đường tròn \Leftrightarrow Có 2 điểm chung $\Leftrightarrow d < R$.

+ Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn \Leftrightarrow Có 1 điểm chung $\Leftrightarrow d = R$.

⑤ Tiếp tuyến của đường tròn:

1. Định nghĩa: Tiếp tuyến của đường tròn là đường thẳng tiếp xúc với đường tròn đó.

2. Tính chất: Tiếp tuyến của đường tròn thì vuông góc với bán kính tại đầu mút của bán kính (tiếp điểm)

3. Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến: Đường thẳng vuông góc tại đầu mút của bán kính của một đường tròn là tiếp tuyến của đường tròn đó.

BÀI TẬP TỔNG HỢP HỌC KỲ I:

Bài 1 Cho tam giác ABC (AB = AC) kẻ đường cao AH cắt đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác tại D

a/ Chứng minh: AD là đường kính;

b/ Tính góc ACD;

c/ Biết AC = AB = 20 cm , BC = 24 cm tính bán kính của đường tròn tâm (O).

Bài 2 Cho (O) và A là điểm nằm bên ngoài đường tròn . Kẻ các tiếp tuyến AB ; AC với đường tròn (B , C là tiếp điểm)

a/ Chứng minh: $OA \perp BC$

b/Vẽ đường kính CD chứng minh: $BD // AO$

c/Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC biết $OB = 2\text{cm}$; $OC = 4\text{cm}$?

Bài 3: Cho đường tròn đường kính AB . Qua C thuộc nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến d với đường tròn. Gọi E , F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ A , B đến d và H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB. Chứng minh:

a/ $CE = CF$

b/ AC là phân giác của góc BAE

c/ $CH^2 = BF \cdot AE$

Bài 4: Cho đường tròn đường kính AB vẽ các tiếp tuyến Ax; By từ M trên đường tròn (M khác A, B) vẽ tiếp tuyến thứ 3 nó cắt Ax ở C cắt By ở D gọi N là giao điểm của BC và AO .CMR

a/ $\frac{CN}{AC} = \frac{NB}{BD}$

b/ $MN \perp AB$

c/ góc COD = 90°

Bài 5: Cho đường tròn (O), đường kính AB, điểm M thuộc đường tròn. Vẽ điểm N đối xứng với A qua M. BN cắt đường tròn ở C. Gọi E là giao điểm của AC và BM.

a)CMR: $NE \perp AB$ b) Gọi F là điểm đối xứng với E qua M .CMR: FA là tiếp tuyến của (O).

c) Chứng minh: FN là tiếp tuyến của đường tròn (B;BA).

d/ Chứng minh : $BM \cdot BF = BF^2 - FN^2$

Bài 6: Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R, M là một điểm tùy ý trên nửa đường tròn

($M \neq A$; B).Kẻ hai tia tiếp tuyến Ax và By với nửa đường tròn.Qua M kẻ tiếp tuyến thứ ba lần lượt cắt Ax và By tại C và D.

a) Chứng minh: $CD = AC + BD$ và góc COD = 90°

b) Chứng minh: $AC \cdot BD = R^2$

c) OC cắt AM tại E, OD cắt BM tại F. Chứng minh $EF = R$.

d) Tìm vị trí của M để CD có độ dài nhỏ nhất.

Bài 7: Cho đường tròn (O; R), đường kính AB. Qua A và B vẽ lần lượt 2 tiếp tuyến (d) và (d') với đường tròn (O). Một đường thẳng qua O cắt đường thẳng (d) ở M và cắt đường thẳng (d') ở P. Tia OP kẻ một tia vuông góc với MP và cắt đường thẳng (d') ở N.

a/ Chứng minh $OM = OP$ và tam giác NMP cân.

b/ Hai tia vuông góc với MN. Chứng minh $OI = R$ và MN là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c/ Chứng minh $AM \cdot BN = R^2$

d/ Tìm vị trí của M để diện tích tứ giác AMNB là nhỏ nhất. Vẽ hình minh họa.

Bài 8: Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn . Đường tròn (O) có đường kính BC cắt AB , AC theo thứ tự ở D , E . Gọi I là giao điểm của BE và CD .

a) Chứng minh : $AI \perp BC$

b) Chứng minh : $\widehat{IDE} = \widehat{I\hat{A}E}$

c) Cho góc $BAC = 60^\circ$. Chứng minh tam giác DOE là tam giác đều .

Bài 9 : Cho đường tròn (O) đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn . Điểm C thuộc nửa đường tròn cùng nửa mặt phẳng với Ax với bờ là AB. Phân giác góc ACx cắt đường tròn tại E , cắt BC ở D .Chứng minh :

a) Tam giác ABD cân .

b) H là giao điểm của BC và DE . Chứng minh $DH \perp AB$.

c) BE cắt Ax tại K . Chứng minh tứ giác AKDH là hình thoi .