

# ÔN TẬP TOÁN LỚP 11 HỌC KÌ I

## I> ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH

### 1. Phương trình lượng giác

#### A. Phương trình cơ bản :

**Bài tập 1:** Giải các phương trình sau

$$1/ \sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2/ \cos \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$$

$$3/ \tan 2x = -2$$

$$4/ \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$$5/ \sin(x + 30^\circ) = -\frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$$6/ \cot(30^\circ - x) = \sqrt{3}$$

#### B. Phương trình dạng $a \sin u + b \cos u = c$

**Cách giải:** Chia hai vế phương trình cho  $\sqrt{a^2 + b^2}$

**Bài tập 2:** Giải các phương trình sau

$$1. \cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{3}$$

$$2. \sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{2}$$

$$3. \sqrt{2} \sin 3x - \sqrt{6} \cos 3x = -2$$

$$4. 5 \cos 2x - 12 \sin 2x = 13$$

$$5. 3 \sin x + 5 \cos x = 5$$

$$6. \sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \sin 7x$$

#### C. Phương trình quy về phương trình bậc hai theo một hàm số lượng giác

**Cách giải:** Ta đặt ẩn phụ  $t = \cos u; t = \sin u; t = \tan u; t = \cot u$  và đưa phương trình đã cho về dạng  $at^2 + bt + c = 0$ . Giải phương trình này. Lưu ý khi  $t = \cos u; t = \sin u$  ta chọn nghiệm  $t$  phải thỏa  $-1 \leq t \leq 1$ .

**Bài tập 3:** Giải các phương trình sau

$$1. \sin^2 x - \frac{5}{2} \sin x + \frac{3}{2} = 0$$

$$2/ 2 \sin^2 2x + 9 \sin 2x - 5 = 0$$

$$3/ 2 \cos^2 \frac{x}{3} - 5 \cos \frac{x}{3} - 3 = 0$$

$$4/ 7 \cot^2 x + 3 \cot x - 4 = 0$$

$$5/ 2 \sin^2 2x - \sqrt{3} \sin^2 2x - 3 = 0$$

$$6/ 3 \cot 4x - 2\sqrt{3} \cot 4x - 3 = 0$$

$$7. 1 - (2 + \sqrt{2}) \sin x = \frac{2\sqrt{2}}{1 + \cot^2 x}$$

#### D. Phương trình đẳng cấp bậc hai dạng $a \sin^2 u + b \sin u \cos u + c \cos^2 u = d$ (\*)

**Cách giải:**

Bước 1. Kiểm tra  $\cos u = 0$  có thỏa phương trình hay không, nếu có, nhận  $u = \frac{\pi}{2} + k\pi$  là nghiệm.

Bước 2. Xét  $\cos u \neq 0$ . Chia hai vế phương trình cho  $\cos^2 u$  đưa phương trình đã cho về dạng  $a \tan^2 u + b \tan u + c = d(1 + \tan^2 u)$ . Giải phương trình bậc hai theo  $\tan u$ .

**Bài tập 4 :** Giải các phương trình sau

$$1. \sin^2 x - 10 \sin x \cos x + 21 \cos^2 x = 0$$

$$2. 2 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x - \cos^2 x = -2$$

$$3. -3 \sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 6 \cos^2 x = 4$$

$$4. \sin^2 x + 6\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x = 5$$

$$5. 4 \sin^2 x + 3\sqrt{3} \cdot \sin 2x - 2 \cos^2 x = 4$$

### 2. Tìm hệ số của $x^p$ trong khai triển nhị thức Newton

**Cách giải:**

+ Thuộc lòng công thức  $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$ .

+ Chú ý tính đúng các lũy thừa  $x^p \cdot x^q = x^{p+q}; \frac{x^p}{x^q} = x^{p-q}; (a^r x^p)^q = a^{rq} x^{pq}; x^r \left(\frac{a}{bx^p}\right)^q = \left(\frac{a}{b}\right)^q x^{r-pq}$

**Bài tập 5 :** Tìm số hạng và hệ số của  $x^p$  trong các khai triển sau nhị thức Newton sau

$$1/ \left(2x^3 - \frac{3}{x^2}\right)^{10} \quad (p=15) \quad 2/ \left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^{12} \quad (p=0) \quad 3/ \left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^{10} \quad (p=0)$$

$$4/ \left(x + \frac{1}{x^3}\right)^{12} \quad (p=0) \quad 5/ \left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18} \quad (p=0) \quad 6/ \left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5 \quad (p=5)$$

$$7/ \left(x^2 + \frac{2}{3x^3}\right)^{10} \quad (p=10) \quad 8/ \left(2x^2 - \frac{3}{2x}\right)^{10} \quad (p=6)$$

### 3. Xác suất cổ điển của biến cố

**Bài 1 :** Gieo một con súc sắc cân đối , đồng chất 2 lần và quan sát sự cố xuất hiện .

a/ Mô tả không gian mẫu .

b/ Xác định và tính xác suất các biến cố sau :

A: "Xuất hiện lần đầu mặt chấm chẵn, lần sau xuất hiện mặt chấm lẻ"

B: "Xuất hiện cả 2 lần là mặt chấm chẵn"

C: "Xuất hiện cả 2 mặt có chấm không nhỏ hơn 3"

**Bài 2 :** Gieo một đồng tiền 3 lần và quan sát hiện tượng mặt sấp và mặt ngửa .

a/ Mô tả không gian mẫu .

b/ Xác định và tính xác suất các biến cố sau :

A: "Lần gieo đầu tiên mặt sấp"

B: "Ba lần xuất hiện các mặt như nhau"

C: "đúng hai lần xuất hiện mặt sấp"

D: "Mặt sấp xảy ra đúng một lần"

**Bài 3 :** Gieo một đồng tiền và một con súc sắc quan sát mặt sấp , mặt ngửa , số chấm xuất hiện của con súc sắc

a/ Mô tả không gian mẫu .

b/ Xác định và tính xác suất các biến cố sau :

A: "đồng tiền xuất hiện mặt sấp và con súc sắc xuất hiện mặt chẵn chấm "

B: "Đồng tiền xuất hiện mặt ngửa và con súc sắc xuất hiện mặt lẻ chấm "

C: "Mặt 6 chấm xuất hiện "

**Bài 4 :** Trong một hộp đựng 4 cái thẻ được đánh số từ 1 đến 4 , lấy ngẫu nhiên hai thẻ : Mô tả không gian mẫu

Xác định và tính xác suất các biến cố sau :

A: "Tổng các số trên hai thẻ là chẵn"

B: "Tích các số trên hai thẻ là chẵn" .

**Bài 5 :** Từ một hộp đựng 5 quả cầu được đánh số từ 1 đến 5 , lấy liên tiếp hai lần mỗi lần một quả và xếp thứ tự từ trái sang phải .

a/ Mô tả không gian mẫu .

b/ Xác định và tính xác suất các biến cố sau :

A: "Chữ số đầu lớn hơn chữ số sau"

B: "Chữ số sau gấp đôi chữ số trước"

C: "Hai chữ số bằng nhau".

**Bài 6 :** Một tổ có 7 nam và 3 nữ , chọn ngẫu nhiên hai học sinh . Tính xác suất sao cho :

a/ Cả hai học sinh là nữ .

b/ không có nữ nào .

c/ có ít nhất là một nam .

d/ có đúng một hs là nữ .

**Bài 7 :** Một hộp đựng 5 viên bi trắng , 7 viên bi đỏ , chọn ngẫu nhiên 3 viên bi . Tính xác suất để :

a/ 3 viên bi cùng màu .

b/ có đúng 3 bi đỏ .

c/ có ít nhất là hai bi trắng .

d/ có đủ hai màu .

**Bài 8 :** có 7 học sinh học môn anh văn và 8 học sinh học pháp văn và 9 học sinh học tiếng nhật . chọn ngẫu nhiên 4 học sinh . Tính xác suất để :

a/ Chọn đúng có hai thứ tiếng trong đó có hai học sinh học tiếng anh .

b/ Chọn có đúng ba thứ tiếng .

**Bài 9 :** Có 15 công nhân và 3 kĩ sư. Tính xác suất để lập được một tổ công tác 7 người gồm 1 kĩ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 5 công nhân làm tổ viên?

### 4. Tính đơn điệu của dãy số : Cho dãy số $(u_n)$

a/ Nếu  $u_{n+1} > u_n$  thì dãy  $(u_n)$  là dãy số tăng.

b/ Nếu  $u_{n+1} < u_n$  thì dãy  $(u_n)$  là dãy số giảm.

Bài tập : Xét tính tăng , giảm của các dãy số sau :

$$1/ u_n = \frac{1}{n} - 2 \quad 2/ u_n = \frac{n-1}{n+1} \quad 3/ u_n = \frac{2n+1}{5n+2} \quad 4/ u_n = \frac{2-n}{n} \quad 5/ u_n = \frac{2n^2-1}{n^2+1} \quad 6/ u_n = \frac{2^n}{n!} \quad 7/ u_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

8/  $u_n = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}}$       9/  $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$

**Chứng minh bằng quy nạp :**

a/ Chứng minh  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có :  $1+5+9+\dots+(4n-3) = 2n^2 - n$

b/ Chứng minh  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có :  $2+5+8+\dots+(3n-1) = \frac{n(3n+1)}{2}$

c/ Chứng minh  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có :  $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$

d/ Chứng minh  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có :  $1-2+3-4+\dots-2n+(2n+1) = n+1$

**II> HÌNH HỌC KHÔNG GIAN**

1. Tìm giao tuyến của 2 mp ; giao điểm của đường thẳng và mp:

2. Chứng minh song song :

a/ Định lý talet :

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} \Leftrightarrow B'C' // BC$$

b/ Đường thẳng song song mặt phẳng :

$$\left. \begin{array}{l} a // b; a \not\subset (\alpha) \\ b \subset mp(\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow a // mp(\alpha)$$

**Bài 1.** Cho hình chóp S.ABCD có các cạnh đáy không song song nhau; M là trung điểm của SC.

- a) Tìm  $H = AM \cap (SBD)$       b) Tìm  $N = SD \cap (MAD)$

**Bài 2.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành

- 1) Tìm  $(SAC) \cap (SBD)$ ;  $(SAB) \cap (SCD)$   
 2) M là một điểm trên cạnh SA; Tìm giao điểm của N mặt phẳng (MCD) cắt SB

**Bài 3.** Cho tứ diện ABCD; M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD ta lấy điểm P sao cho  $BP = 2PD$ .

- a) Tìm  $CD \cap (MNP)$       b) Tìm  $(MNP) \cap (ABD)$

**Bài 4.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi H, K, I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD.

- a) Chứng minh : HKIJ là hình bình hành.  
 b) Chứng minh  $OJ // (SBC)$  ;  $OH // (SBC)$  ;  $SD // (HKO)$   
 c) Gọi M là trung điểm của AB. Tìm giao tuyến của 2 mặt phẳng (ABCD) và (MKI).

**Bài 5.** Cho hình chóp S.ABCD, đáy là hình thang có đáy lớn AB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB.

- a) Chứng minh :  $MN // CD$ .  
 b) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MNP) và (SCD).  
 c) Gọi I là trung điểm của AN và DP. Chứng minh :  $SI // AB // CD$ .

**Bài 6.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, AD. G là trọng tâm của  $\triangle SAD$ .

- a) Tìm  $I = GM \cap (ABCD)$ .      b) Tìm  $J = AD \cap (OMG)$ .      c) Tìm  $K = SA \cap (OMG)$ ..

**Bài 7.** Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của CD, SB, SA.

- a/ Chứng minh  $MN // (SAD)$  ;  $MP // (SBC)$  ;  $SA // (OMN)$   
 b/ Tìm giao tuyến của mặt phẳng (OMN) và mp(SBC)  
 c/ Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SOM) và mp(MNP)  
 d/ Tìm giao tuyến của mặt phẳng MN và mp(SAC).