Chuyên đề 1: KHẢO SÁT HÀM SỐ VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN KHẢO SÁT HÀM SỐ

A – LÝ THUYẾT

I) Các bước khảo sát hàm số tổng quát:

+ B1: Tính tập xác định.
+ B2: Sự biến thiên.

- Tính y'.
- Giải phương trình y'=0
- Tính giới hạn, tiệm cận (nếu có)
- Lập bảng biến thiên
- Kết luận sự đồng biến, nghịch biến,cực trị (nếu có)

+B3: Vẽ đồ thị: Xác định một số điểm đặc biệt (giao với Ox, Oy, …)

II) Các bài toán liên quan đến khảo sát hàm số

1) VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG CONG (C): y = f(x).

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M(x_0 ; y_0) : $\boxed{y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)}$

a/ Dạng 1: Lập phương trình tiếp tuyến của (C) tại M($x_0; y_0$)

Phương pháp : Áp dụng công thức $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

- Nếu chưa cho y_0 thì tính $y_0 = f(x_0)$
- Nếu chưa cho x_0 thì x_0 là nghiệm của phương trình $f(x) = y_0$

b/ Dạng 2: Lập phương trình tiếp tuyến có hệ số góc k cho trước

Phương pháp : Gọi M(x_0 ; y_0) là tiếp điểm. Tiếp tuyến có hệ số góc k

$\Leftrightarrow f'(x_0) = k$. Giải phương trình tính $x_0 \in D \Rightarrow y_0 = f(x_0)$

Phương trình tiếp tuyến $y - y_0 = k(x - x_0)$

Lưu ý : Cho (d) : $y = a.x + b$ nếu :

- (d_1) song song với (d) thì (d_1) có hệ số góc $k = a$
- (d_2) vuông góc với (d) thì (d_1) có hệ số góc $k = -\dfrac{1}{a}$ hay $a.k = -1$

c/ Dạng 3 : Lập phương trình tiếp tuyến đi qua một điểm A($x_1; y_1$)

Phương pháp

Cách 1 : Gọi M(x_0 ; y_0) là tiếp điểm.Tính $y_0 = f(x_0)$ và $f'(x_0)$ theo x_0 . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ (1) Vẽ tiếp tuyến đi qua A nên $y_1 - y_0 = f'(x_0)(x_1 - x_0)$ giải phương trình tính x_0 thay vào (1).

Cách 2 : Gọi (d) là đường thẳng đi qua A có hệ số góc k . Ta có

(d) : $y - y_1 = k(x - x_1)$ (1) là tiếp tuyến của (C) $\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = k & (1) \\ f(x) = k(x - x_1) + y_1 & (2) \end{cases}$ có nghiệm

Thế k từ (1) vào (2) giải tính x thế vào (1) tính k và thay vào phương trình (1)

Ví dụ Lập phương trình tiếp tuyến của (C) : $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ biết rằng tiếp tuyến đi qua A(2 ; –4)

Cách 1 : Gọi M(x_0 ; y_0) là tiếp điểm . Ta có $y_0 = x_0^3 - 3x_0 + 2$ và $f'(x_0) = 3x_0^2 - 3$ Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là

$y - (x_0^3 - 3x_0 + 2) = (3x_0^2 - 3)(x - x_0)$ $\Leftrightarrow y = (3x_0^2 - 3)x - 2x_0^3 + 2$ *(1)*

Vỡ tiếp tuyến đi qua A(2)– 4) nên $-4 = (3x_0^2 - 3).2 - 2x_0^3 + 2 \Leftrightarrow x_0^3 - 3x_0^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0 \vee x_0 = 3$

- $x_0 = 0$ phương trình tiếp tuyến là $y = -3x + 2$
- $x_0 = 3$ phương trình tiếp tuyến là $y = 24x - 52$

Cách 2 : Gọi (d) là đường thẳng qua A và có hệ số góc k

Phương trình (d) : $y = k(x - 2) - 4$. (d) là tiếp tuyến của (C)

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 3 = k & (1) \\ x^3 - 3x + 2 = k(x-2) - 4 & (2) \end{cases}$ có nghiệm

Từ (1) và (2) ta có $x^3 - 3x + 2 = (3x^2 - 3)(x - 2) - 4 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$

- $x = 0 \Rightarrow k = -3$. Phương trình tiếp tuyến là $y = -3x + 2$
- $x = 3 \Rightarrow k = 24 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là $y = 24x - 52$

2) SỰ TƯƠNG GIAO CỦA HAI ĐỒ THỊ

Bài toán tổng quát: Hãy xét sự tương giao của hai hàm số : $\begin{cases} (C_1): y = f(x) \\ (C_2): y = g(x) \end{cases}$ (một trong hai đồ thị là đường thẳng)

Phương pháp:

+ Thiết lập phương trình hoành độ giao điểm của hai hàm số đã cho: **f(x) = g(x)** (1)

+ Khảo sát số nghiệm của phương trình (1) . Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của hai đồ thị (C_1) và (C_2).

3) BIỆN LUẬN SỐ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH DỰA VÀO ĐỒ THỊ

a/ Dạng 1 : Dựa vào đồ thị hãy biện luận theo m số nghiệm của phương trình :f(x) = m (*)

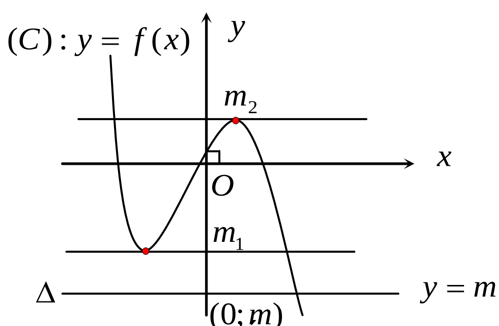
Phương pháp:

Bước 1: Xem (*) là phương trình hoành độ giao của hai đồ thị:

Bước 2: Vẽ (C) và (Δ) lên cùng một hệ trục tọa độ.

Bước 3: Biện luận theo m số nghiệm của (Δ) và (C).Từ đó suy ra số nghiệm của phương trình (*)

Minh họa:



b/ Dạng 2: Dựa vào đồ thị hãy biện luận theo m số nghiệm của phương trình: f(x) = g(m) (* *) (tt dạng 1)

III) Một số bài toán ứng dụng đạo hàm

1.TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ.

Cho hàm số f có đạo hàm trên khoảng (a,b).

a)Nếu f'(x)>0 ;$\forall x \in$(a,b) $\Rightarrow$ y=f(x) đồng biến trên (a,b).

b) Nếu f'(x)<0 ;$\forall x \in$(a,b) $\Rightarrow$y=f(x) nghịch biến trên (a,b).

Trong giả thiết nếu ta thay (a;b) bằng [a;b) [a;b] hay(a;b] thì phải bổ sung thêm hàm số liên tục trên [a;b) [a;b] hay(a;b].

Định lí vẫn cũn đúng nếu $f'(x) \geq 0; \forall x \in (a;b)$ *dấu bằng chỉ xóy ra tại một số hữu hạn điểm trên khoảng (a,b).*

Bài tập:

Bài 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x + 1$.

a) Xác định m để hàm số đồng biến trên tập xác định.

b) Xác định m để hàm số nghịch biến trên tập xác định.

Bài 2: Cho hàm số $y = \dfrac{mx-1}{2x+m}$. Chứng minh rằng với mỗi giá trị m hàm số luôn đồng biến trên khoảng xác định của nó.

Bài 3: Tính m để hàm số sau: $y = \dfrac{mx+2}{x-1}$

a) Đồng biến trên tập xác định.
b) Ngịch biến trên tập xác định.

2. CỰC ĐẠI VÀ CỰC TIỂU:

Định lý1: Nếu hàm số y=f(x) liên tục (a,b) có đạo hàm tại $x_0 \in (a,b)$ và đạt cực trị tại điểm đó thì $f'(x_0) = 0$.

Định lý 2: Giả sử hàm số y = f(x) liên tục trên (a;b) chứa điểm x_o và có đạo hàm trên các khoảng (a;xo) và (xo;b) khi đó

a) Nếu $f'(x_0) > 0$ Với mọi $x \in (a; x_0)$; $f'(x) < 0$ Với mọi $x \in (x_0; b)$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0.

b) Nếu $f'(x_0) < 0$ Với mọi $x \in (a; x_0)$; $f'(x) > 0$ Với mọi $x \in (x_0; b)$ thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0.

Định lý 3. Giả sử hàm số y = f(x) có đạo hàm cấp một trên (a;b) chứa điểm x_0, $f'(x_0) = 0$ và f có đạo hàm cấp hai khác 0 tại x_o.
a) Nếu $f''(x_0) < 0$ thì hàm số f đạt cực đại tại điểm x_0.
b) Nếu $f''(x_0) > 0$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại điểm x_0.

Bài tập:

Bài 1: Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$. Tính m để hàm số có 3 cực trị số cực trị của hàm số.

Bài 2: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx - 2m$. Xác định m để hàm số có cực trị.

Bài 3: Định m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực tiểu tại x=1.

3. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT –GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

a) Định nghĩa : Cho hàm số y=f(x) xác định trên D

Số M gọi là GTLN của hàm số y=f(x) trên D nếu:

$$\begin{cases} \forall x \in D: f(x) \le M \\ \exists x_0 \in D: f(x_0) = M \end{cases}$$ *(ký hiệu M=maxf(x))*

Số m gọi là GTNN của hàm số y=f(x) trên D nếu:

$$\begin{cases} \forall x \in D: f(x) \ge m \\ \exists x_0 \in D: f(x_0) = m \end{cases}$$ *(ký hiệu m=minf(x))*

b) Cách tính GTLN-GTNN trên (a,b)

+ Lập bảng biến thiờn của hàm số trên (a,b)
+ Dựa vào bảng biến thiờn suy ra GTNN -GTLN

c) Cách tính GTLN-GTNN trên [a,b].

+ Tính mặt điểm tới hạn $x_1, x_2, ..., x_n$ của f(x) trên [a,b].
+ Tính f(a), $f(x_1)$, $f(x_2)$, ..., $f(x_n)$, f(b).
+ Tính số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong mặt số trên $M = \max\limits_{[a,b]} f(x)$; $m = \min\limits_{[a,b]} f(x)$

d) Bài tập:

Tính GTLN và GTNN của hàm số y=f(x) liên tục trên đoạn [a; b]

Tính giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của các hàm số sau:

Bài 1: $y = -x^3 + 3x - 2$ trên $[-3;0]$

Bài 2: $y = \dfrac{3x+2}{x+1}$ trên $[0;2]$

Bài 3: $y = x - 1 + \dfrac{4}{x+2}$ trên $(-1;+\infty)$

Bài 4: $y = x + \sqrt{2 - x^2}$

Bài 5: $y = x + \sqrt{4 - x^2}$

Bài 6: $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên đoạn $[-1;2]$

Bài 7: $y = \sqrt{2}\cos 2x + 4\sin x,\ x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

Bài 8: $y = \sin 2x - x,\ x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

Bài 9: $y = \sin^4 x - 4\sin^2 x + 5$

Bài 10: $y = \left|x^3 - 3x^2\right|,\ x \in [-2;4]$

Bài 11: $y = x^2.e^x$ trên [-3;2]

Bài 12: $y = x.e^{1-x},\ x \in [-2;2]$

Bài 13: y = $\frac{\ln x}{x}$ trên đoạn [1 ; e^2]

Bài 14: y = $\sqrt{x}.\ln x$ trên đoạn [1; e].

Bài 15: y= $x+1+\sqrt{-3x^2+6x+9}$ trên đoạn[-1,3].

4. TIỆM CẬN

1)Tiệm cận đứng: Đường thẳng x = x_0 (x_0 là nghiệm của mẫu số) là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số y = f(x) nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa món: $\lim\limits_{x\to x_0^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0^+} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0^-} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to x_0^-} y=-\infty$

2)Tiệm cận ngang: Đường thẳng y=x_0 là tiệm cân ngang của đồ thị hàm số y = f(x) nếu: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} y=y_0$

B – BÀI TẬP

1) Hàm bậc ba:

Bài 1: (3 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho.
2. Biện luận theo m số nghiệm của phương tŕnh $x^3 - 3x^2 + m = 0$.

Bài 2: (3,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$ (m là tham số)

1. Tính m để hàm số có cực đại và cực tiểu
2. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số khi m = 3.

Bài 3: *(3,0 điểm).* Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+1$ có đồ thị (C).

1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C).
2. Dùng đồ thị (C) định k để phương trình sau có đúng 3 nghiệm phân biệt $x^3-3x^2+k=0$.

Bài 4: *(3 điểm)*

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$.
2. Tính điều kiện của tham số m để đồ thị (C_m): $y = x^3 - 3x^2 - m$ cắt trục hoành Ox tại ba điểm phân biệt.

Bài 5: (3 điểm): Cho hàm số y = x^3-3x+1 (C).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại tâm đối xứng của đồ thị.

Bài 6: (3,0 điểm) Cho hàm số $y=-x^3+3x-2$ có đồ thị (C).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.
3. Dựa vào đồ thị (C), định m để phương trình $x^3-3x+2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Bài 7: (3.0 điểm) Cho hàm số $y=2x^3+3x^2-1$, gọi đồ thị của hàm số là (C).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
2. Biện luận theo m số nghiệm thực của phương trình $2x^3+3x^2-1=m$.

Bài 8: (3,0 điểm) Cho hàn số $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số .
2. Dựa vào đồ thị (C), biện luận số nghiệm của phương trình sau theo m: $x^3 + 3x^2 + 1 = \frac{m}{2}$

Bài 9 *(3 điểm):* Cho hàm số : $y=x^3-3x^2+2$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số đã cho.
2. Dựa vào đồ thị hàm số trên, biện luận theo m số nghiệm phương tŕnh: $x^3-3x^2=m+1$

Bài 10: (3.0 điểm) Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ có đồ thị (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).
2. Dùng đồ thị (C), xác định k để phương trình $x^3-3x^2+k=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

2) Hàm hữu tỷ:

Bài 1 : (3,0 điểm) . Cho hàm số $y = \dfrac{3x-2}{x+1}$, có đồ thị là (C)

1. Khảo sót sự biến thiờn và vẽ đồ thị hàm số.
2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng -2.

Bài 2: (3 điểm) Cho hàm số $y = \dfrac{3-2x}{x-1}$, có đồ thị (C).

1. Khảo sót sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Tính tất cả mặt giỏ trị của tham số m để đường thẳng d: y = mx + 2 cắt đồ thị (C) của hàm số đó cho tại hai điểm phân biệt.

Bài 3: *(3,0 điểm)*Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-2}$ (C) .

1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) hàm số.
2. Tính phương trình tiếp tuyến Với (C) tại điểm M thuộc (C) và có hoành độ x_o= 1

Bài 4: (3.0 điểm) Cho hàm số $y = \dfrac{2x-3}{-x+3}$ (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số

2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) Với trục tung.

Bài 5 .(3 điểm). Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị là (C)

1. Khảo sót hàm số và vẽ (C)

2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) Với trục hoành.

Bài 6: (3 điểm) Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ (1) có đồ thị là (C)

1. Khảo sót hàm số (1)
2. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đi qua điểm M(3;1).

Bài 7: (3,0 điểm) Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).
2. Viết phương trình tiếp tuyến Với đồ thị (C) tại điểm M(2;5) .

Bài 8: (3,0 điểm)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-3}$
2. Tìm trên đồ thị điểm M sao cho khoảng cách từ M đến đường tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang.

3) Hàm trùng phương:

Bài 1: *(3,0 điểm)* Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$

1. Khảo sát vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Dùng đồ thị (C) biện luận số nghiệm phương trình: $x^4 - 2x^2 + m = 0$

Bài 2: (3,0 điểm) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$, có đồ thị là (C).

1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Viết phương trình tiếp tuyến Với (C) tại giao của (C) Với trục Oy.

Bài 3: (3.0 điểm) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số trên.
2. Dựa vào đồ thị (C), tính m để phương trình $-x^4 + 2x^2 + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Bài 4: (3,0 điểm):

1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$

2. Viết phương trình tiếp tuyến Với đồ thị (C) tại điểm cực đại của (C).

Bài 5: (3 điểm) Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ (C)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (C)
2. Tìm m để Phương trình $x^4 - 2x^2 + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Bài 6: (3 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{5}{2}$ (1)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (1).
2. Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ x = 1

Bài 7: (3 điểm) Cho hàm số $y = x^4 + 2(m+1)x^2 + 1$ (1)

1. Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (1) khi m = 1.
2. Tìm m để hàm số có 3 cực trị.

Bài 8: (3,0 điểm) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có đồ thị (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).
2. Dùng đồ thị (C), hãy biện luận theo m số nghiệm thực của phương trình $x^4 - 2x^2 - m = 0$ (*)

Bài 9: (3 điểm) Cho haứm soỏ $y = x^4 - 2x^2 + 1$ coự ủoà thũ (C).

1. Khaỷo saựt sửù bieỏn thieõn vaứ veừ ủoà thũ (C) cuỷa haứm soỏ.
2. Duứng ủoà thũ (C), bieọn luaọn theo m soỏ nghieọm cuỷa pt : $x^4 - 2x^2 + 1 - m = 0$.

***Chuyên đề 2:* MŨ VÀ LOGARIT**

1) Các công thức:

STT	CÔNG THỨC MŨ
1.	$a^n = \underbrace{a.a...a}_{\text{n thua so}}$
2.	$a^1 = a \quad \forall a$
3.	$a^0 = 1 \quad \forall a \neq 0$
4.	$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$
5.	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
6.	$a^{-\frac{m}{n}} = \dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \dfrac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$
7.	$a^m.a^n = a^{m+n}$
8.	$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
9.	$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m.n}$
10.	$(a.b)^n = a^n.b^n$
11.	$(\dfrac{a}{b})^n = \dfrac{a^n}{b^n}$
12.	$\log_a N = M \overset{dn}{\Leftrightarrow} a^M = N$

STT	CÔNG THỨC LOGARIT
1	$\log_a 1 = 0$
2	$\log_a a = 1$
3	$\log_a a^M = M$
4	$a^{\log_a N} = N$
5	$\log_a(N_1.N_2) = \log_a N_1 + \log_a N_2$
6	$\log_a(\dfrac{N_1}{N_2}) = \log_a N_1 - \log_a N_2$
7	$\log_a N^\alpha = \alpha.\log_a N$
8	$\log_a N^2 = 2.\log_a \lvert N \rvert$
9	$\log_a N = \log_a b.\log_b N$
10	$\log_b N = \dfrac{\log_a N}{\log_a b}$
11	$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$
12	$\log_{a^k} N = \dfrac{1}{k}\log_a N$

Một số định lý quan trọng:

STT	CÔNG THỨC		ĐIỀU KIỆN
1	$a^M = a^N \Leftrightarrow M = N$		$0 < a \neq 1$
2	$a^M < a^N \Leftrightarrow M > N$	$a^M > a^N \Leftrightarrow M < N$	$0 < a < 1$
3	$a^M < a^N \Leftrightarrow M < N$	$a^M > a^N \Leftrightarrow M > N$	$a > 1$
4	$\log_a M = \log_a N \Leftrightarrow M = N$		$0 < a \neq 1$ và $M > 0$; $N > 0$
5	$\log_a M < \log_a N \Leftrightarrow M > N$	$\log_a M > \log_a N \Leftrightarrow M < N$	$0 < a < 1$ và $M > 0$; $N > 0$
6	$\log_a M < \log_a N \Leftrightarrow M < N$	$\log_a M > \log_a N \Leftrightarrow M > N$	$a > 1$ và $M > 0$; $N > 0$

5) Đạo hàm của hàm số lũy thừa, mũ, lôgarit.

Hàm sơ cấp	Hàm hợp
$\left(x^{\alpha}\right)' = \alpha x^{\alpha-1}$ $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ $\left(\sqrt{x}\right) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(u^{\alpha}\right)' = \alpha u^{\alpha-1}.u'$ $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ $\left(\sqrt{u}\right) = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\left(e^{x}\right)' = e^{x}$ $\left(a^{x}\right)' = a^{x}.\ln a$	$\left(e^{u}\right)' = e^{u}.u'$ $\left(a^{u}\right)' = a^{u}.\ln a.u'$
$\left(\ln\lvert x\rvert\right)' = \frac{1}{x}$ $\left(\log_a \lvert x\rvert\right)' = \frac{1}{x\ln a}$	$\left(\ln\lvert u\rvert\right)' = \frac{u'}{u}$ $\left(\log_a \lvert u\rvert\right)' = \frac{u'}{u\ln a}$

6) PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNGTRÌNH MŨ– LOGARIT

I. PHƯƠNG TRÌNH MŨ

1. Dạng: *(Đưa về cùng cơ số hoặc logarit hóa)*

$0 < a \neq 1, a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ **hoặc** $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b \ (b > 0)$

1). $(0,2)^{x-1} = 1$ 2). $\left(\frac{1}{3}\right)^{3x-1} = 3$ 3). $4^{x^2-3x+2} = 16$ 4). $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2} = 2^{4-3x}$

5). $\left(3-2\sqrt{2}\right)^{2x} = \left(3+2\sqrt{2}\right)$ 6). $5^{x-\sqrt{x^2+4}} = 25$ 7) $3^x.2^{x+1} = 7$

8) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+7}.\left(\frac{1}{2}\right)^{1-2x} = 2$ 9) $5^{x+1} + 6.\ 5^x - 3.\ 5^{x-1} = 52$

10) $2.\ 3^{x+1} - 6.\ 3^{x-1} - 3^x = 9$ 11) $4^x + 4^{x-2} - 4^{x+1} = 3^x - 3^{x-2} - 3^{x+1}$

2. Đặt ẩn phụ

Loại1:

1) $4^x + 2^{x+1} - 8 = 0$ 2) $4^{x+1} - 6.\ 2^{x+1} + 8 = 0$ 3) $3^{4x+8} - 4.\ 3^{2x+5} + 27 = 0$

4) $16^x - 17.4^x + 16 = 0$ 5) $49^x + 7^{x+1} - 8 = 0$ 6) $\left(7+4\sqrt{3}\right)^x + \left(2+\sqrt{3}\right)^x = 6$

Loại 2:

1) $3^{1+x} + 3^{1-x} = 10$ 2) $5^{x-1} + 5^{3-x} = 26$ 3) $\left(2+\sqrt{3}\right)^x + \left(2-\sqrt{3}\right)^x = 2$

Loại 3:

1) $9^x + 6^x = 2.\ 4^x$ 2) $4^x - 2.\ 5^{2x} = 10^x$ 3) $3^{2x+4} + 45.\ 6^x - 9.2^{2x+2} = 0$

4) $25^x + 10^x = 2^{2x+1}$ 5) $6.4^x - 13.6^x + 6.9^x = 0$

II. PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT.

1. Giải các phương trình. $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b (0 < a \neq 1)$

1) $\log_2 x(x+1) = 1$ 2) $\log_2 x + \log_2(x+1) = 1$ 3) $\log(x^2 - 6x + 7) = \log(x-3)$

4) $\log_2(3-x) + \log_2(1-x) = 3$ 6) $\log_2(2^{x+2} - 5) = 2x$ 7) $\log_2\sqrt{x-3} + \log_2\sqrt{3x-7} = 2$

2.Đặt ẩn phụ :

1) $\log_2^2 x - 3.\log_2 x + 2 = 0$ 2) $\log_3 x + \log_x 9 = 3$ 3) $4\log_9 x + \log_x 3 = 3$

4) $2\log_2^2(x-1) + \log_2(x-1)^3 = 5$ 5) $\log_2^2(x-3) + \log_2\sqrt{x-3} = 5$

6) $\log_2^2 x - 9\log_8 x = 4$ 7) $\log_3^2(x^2+2x) + 4\log_3\sqrt{9(x^2+2x)} = 7$

III. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LÔGARIT.

a) $a > 1$ $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$

$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x) > 0$

b) $0 < a < 1$ $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$

$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < g(x)$

1. Giải các bất phương trình.

1) $3^{2x+5} > 1$ 2) $27^x < \frac{1}{3}$ 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5x+4} > 4$ 4) $9^x < 3^{x+1} + 4$ 5) $3^x - 3^{-x+2} + 8 > 0$

2. Giải các bất phương trình.

7) $\log_3(3^x + 2) < 2x$ **8)** $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x - 6) \ge -3$ 9) $\log_{\frac{1}{2}}\frac{x^2-3x+2}{x} \ge 0$

Trích một số đề thi tốt nghiệp:

1. **TN – 2006 (PB)** Giải PT: $2^{2x+2} - 9.2^x + 2 = 0$
2. **TN** – 2007 (PB) Giải PT: $\log_4 x + \log_2 4x = 5$
3. **TN – 2008 (PB)** Giải PT: $3^{2x+1} - 9.3^x + 6 = 0$
4. **TN THPT – 2009** Giải PT: $25^x - 6.5^x + 5 = 0$
5. GDTX – 2009 Giải PT: $\log_2(x+1) = 1 + \log_2 x$
6. TN_2010 Giải phương trình: $2\log_2^2 x - 14\log_4 x + 3 = 0$.
7. GDTX_2010 Giải phương trình: $9^x - 3^x - 6 = 0$

Chuyên đề 3: **NGUYÊN HÀM & TÍCH PHÂN**

A. NGUYÊN HÀM:

1). Nguyờn hàm của những hàm số cần nhớ : $\left(p,q\in \mathbb{R}\,;\,p\ne 0 \right)$

$\int dx=x+C$	
$\int x^{\alpha}dx=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C,\ \left(\alpha\ne -1\right)$	$\int \left(px+q\right)^{\alpha}dx=\dfrac{\left(px+q\right)^{\alpha+1}}{p\left(\alpha+1\right)}\ \left(\alpha\ne -1\right)$
$\int \dfrac{dx}{x}=\ln\left\|x\right\|+C,\left(x\ne 0\right)$	$\int \dfrac{dx}{px+q}=\dfrac{1}{p}\ln\left\|px+q\right\|+C$
$\int e^{x}dx=e^{x}+C$	$\int e^{px+q}dx=\dfrac{1}{p}e^{px+q}+C$
$\int a^{x}dx=\dfrac{a^{x}}{\ln a}+C\quad\left(0<a\ne 1\right)$	$\int a^{px+q}dx=\dfrac{a^{px+q}}{p.\ln a}+C\quad\left(0<a\ne 1\right)$
$\int \sin xdx=-\cos x+C$	$\int \sin\left(px+q\right)dx=-\dfrac{1}{p}\cos\left(px+q\right)+C$
$\int \cos xdx=\sin x+C$	$\int \cos\left(px+q\right)dx=\dfrac{1}{p}\sin\left(px+q\right)+C$
$\int \dfrac{dx}{\cos^{2}x}=\tan x+C$	$\int \dfrac{dx}{\cos^{2}\left(px+q\right)}=\dfrac{1}{p}\tan\left(px+q\right)+C$
$\int \dfrac{dx}{\sin^{2}x}=-\cot x+C$	$\int \dfrac{dx}{\sin^{2}\left(px+q\right)}=-\dfrac{1}{p}\cot\left(px+q\right)+C$

B. TÍCH PHÂN :

1). Định nghĩa: $\boxed{\int\limits_{a}^{b}f\left(x\right)dx=F\left(x\right)\Big|_{a}^{b}=F\left(b\right)-F\left(a\right)}$

2). Tính chất:

a. TC1: $\boxed{\int\limits_{a}^{b}f\left(x\right)dx=-\int\limits_{b}^{a}f\left(x\right)dx}$

b. TC2: $\boxed{\int\limits_{a}^{b}kf\left(x\right)dx=k\int\limits_{a}^{b}f\left(x\right)dx\ \ (k\ne 0)}$

c. TC3: $\boxed{\int_a^b \left[f(x) \pm g(x)\right]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx}$

d. TC4: $\boxed{\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx}$

C. <u>TÍNH TÍCH PHÂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ</u>:

1). <u>Công thức tổng quát</u>: $\boxed{\int_\alpha^\beta f\left[u(x)\right].u'(x)dx = \int_a^b f(t)dt}$ Với t = u(x).

<u>Chú ý</u> : <u>Thường đặt t là căn, mũ, mẫu</u>.

- Nếu hàm có chứa dấu ngoặc kốm theo luỹ thừa thì đặt t là phần bên trong dấu ngoặc nào có luỹ thừa cao nhất.
- Nếu hàm chứa mẫu số thì đặt t là mẫu số.
- Nếu hàm số chứa căn thức thì đặt t là phần bên trong dấu căn thức.
- Nếu tích phân chứa $\frac{dx}{x}$ thì đặt $t = \ln x$.
- Nếu tích phân chứa e^x thì đặt $t = e^x$.
- Nếu tích phân chứa $\frac{dx}{\sqrt{x}}$ thì đặt $t = \sqrt{x}$.
- Nếu tích phân chứa $\frac{dx}{x^2}$ thì đặt $t = \frac{1}{x}$.
- Nếu tích phân chứa $\cos xdx$ thì đặt $t = \sin x$.
- Nếu tích phân chứa $\sin xdx$ thì đặt $t = \cos x$.
- Nếu tích phân chứa $\frac{dx}{\cos^2 x}$ thì đặt $t = \tan x$.
- Nếu tích phân chứa $\frac{dx}{\sin^2 x}$ thì đặt $t = \cot x$.

D. <u>TÍNH TÍCH PHÂN BẰNG PHƯƠNG PHÁP TỪNG PHẦN</u>:

1). <u>CÔNG THỨC TỔNG QUÁT</u>: $\boxed{\int_a^b uv'dx = (uv)\Big|_a^b - \int_a^b vu'dx}$ HAY $\boxed{\int_a^b udv = (uv)\Big|_a^b - \int_a^b vdu}$ (1)

2). <u>Các bước thực hiện:</u>

- Bước 1: Đặt $\begin{cases} u = u(x) \\ dv = v'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = u'(x)dx \text{ (Đạo hàm)} \\ v = v(x) \text{ (nguyên hàm)} \end{cases}$
- Bước 2: Thế vào công thức (1).
- Bước 3: Tính $(uv)\Big|_a^b$ và suy nghĩ tìm cách tính tiếp $\int_a^b vdu$

3). CHÚ Ý: Cách đặt u và dv.

TÍCH PHÂN	$\int_a^b P(x)e^x dx$	$\int_a^b P(x)a^x dx$	$\int_a^b P(x)\sin x dx$	$\int_a^b P(x)\cos x dx$	$\int_a^b P(x)\ln x dx$	$\int_a^b P(x)\log_a x dx$
u	P(x)	P(x)	P(x)	P(x)	lnx	$\log_a x$
dv	e^x dx	a^x dx	sinx	cosx	P(x)dx	P(x)dx

4). Một số công thức lượng giác thường dùng:

a. Công thức nhân đôi: $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$; $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$

b. Công thức hạ bậc: $\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$; $\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$; $\tan^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$

c. Công thức biến đổi tích thành tổng:

$\cos\alpha.\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\right]$ $\sin\alpha.\sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right]$

$\sin\alpha.\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right]$

E. TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG, THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

1). DIỆN TÍCH CỦA HÌNH PHẲNG GIỚI HẠN BỞI: $(C): y = f(x)$; $x = a$; $x = b$ được tính theo công thức: $S = \int_a^b |f(x)dx|$

2). DIỆN TÍCH CỦA HÌNH PHẲNG GIỚI HẠN BỞI: $(C_1): y = f(x)$; $(C_2): y = g(x)$; $x = a$; $x = b$ (trong đó hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ có thể thiếu một hoặc cả hai).

a). CÔNG THỨC: $\boxed{S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx}$ (2)

b). Các bước thực hiện:

- Bước1: Giải PTHĐGĐ của (C_1) Và (C_2) để tìm nghiệm thuộc $(a;b)$. Giả sử được các nghiệm $x_1, x_2, \ldots, x_n$ Và $a < x_1 < x_2 < \cdots < x_n < b$.
- Bước 2: Áp dụng công thức (2) được :

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx = \int_a^{x_1} |f(x) - g(x)|dx + \cdots + \int_{x_n}^b |f(x) - g(x)|dx$$

$$= \left|\int_a^{x_1} [f(x) - g(x)]dx\right| + \cdots + \left|\int_{x_n}^b [f(x) - g(x)]dx\right|$$

c). Chú ý:

- Nếu đề bài không cho a và b thì nghiệm *nhỏ nhất* và nghiệm lớn nhất của phương trình $f(x) = g(x)$ tương ứng là a và b.

- Nếu bài toán này được cho *chung trong bài khảo sát hàm số* thì ta có thể dựng hình vẽ để khử dấu giá trị tuyệt đối sẽ dễ dàng hơn. Có nghĩa là, nếu trên một đoạn tích phân nào đó mà trên hình vẽ, $\left(C_1\right)$ nằm trên $\left(C_2\right)$ thì hiệu $f\left(x\right)-g\left(x\right)\geq 0$, Và $\left(C_1\right)$ nằm dưới $\left(C_2\right)$ thì hiệu $f\left(x\right)-g\left(x\right)\leq 0$. Ta có thể ứng dụng điều này để khử dấu giá trị tuyệt đối mà không cần đưa dấu giá trị tuyệt đối ra ngoài như nói ở trên.

3). <u>Thể tích của hình tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau đây quanh trục OX:</u>

a) $\left(C\right): y=f\left(x\right); Ox; x=a; x=b$

(trong đó hai đường thẳng $x=a; x=b$ có thể thiếu một hoặc cả hai).

b). <u>CÔNG THỨC</u>: $\boxed{V=\pi\int_a^b f^2(x)dx}$ (3)

c). <u>Các bước thực hiện</u>:

- Bước 1: Nếu hai đường $x=a, x=b$ đề bài cho thiếu một hoặc cả hai thì giải phương trình $f\left(x\right)=0$ (PTHĐGĐ của $\left(C\right)$ và trục Ox) để tìm.
- Bước 2: Áp dụng công thức (3).

C). <u>Các chú ý:</u>

- Nếu đề bài đó cho đầy đủ a và b thì không cần phải giải phương trình $f\left(x\right)=0$.
- Nếu đề bài không cho a và b thì giải phương trình $f\left(x\right)=0$ để tìm. Phương trình này có thể có nhiều hơn hai nghiệm, trong trường hợp này nghiệm *nhỏ nhất là* a và nghiệm lớn nhất là b. Các nghiệm còn lại ta không cần phải chọn vào trong quá trình tính tích phân.

<u>Tính diện tích hình phẳng, thể tích khối tròn xoay</u>

<u>Bài 1</u>: Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $\left(C\right): y=\dfrac{x-2}{x+1}$; Ox và trục Oy.

<u>Bài 2</u>: Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi mặt đường sau : $\left(C\right): y=e^x; Ox; Oy; x=2$

<u>Bài 3</u>: Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $\left(C\right): y=x\left(x-3\right)^2$ và trục Ox.

<u>Bài 4:</u> Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $\left(C\right): y=x^4-x^2$ và trục Ox.

<u>Bài 5</u>: Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $\left(C\right): y=x^3-3x+1$ và đường thẳng $d: y=3$.

<u>Bài 7</u>: Cho đường cong $\left(C\right): y=x^3-3x^2+4x$. Viết phương trình tiếp tuyến d của $\left(C\right)$ tại gốc tọa độ O. Từ đó tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $\left(C\right)$ và d.

<u>Bài 8</u>: Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi mặt đường: $\left(C\right): y=\sqrt{x}$; $d: y=2-x$ và trục Ox.

<u>Bài 9</u>: Cho đường cong $\left(C\right): y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi mặt đường: $\left(C\right); Ox; Oy$. Tính thể tích của hình tròn xoay được sinh ra khi quay (H) xung quanh trục Ox.

<u>Bài 10</u>: Cho đường cong $\left(C\right): y=x^4-x^2$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $\left(C\right)$ và trục Ox. Tính thể tích của hình tròn xoay được sinh ra khi quay (H) xung quanh trục Ox.

<u>Bài 11</u>: Tính thể tích khối tròn xoay tao thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi mặt đường:

$y = \frac{x-1}{x+2}$, y = 0, x = -1 và x = 2.

Bài 12: Tính thể tích khối tròn xoay tao thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi mặt đường: $y=\sqrt{\sin x\left(e^{\cos x}+\sin x\right)}$; $y=0$; $x=0$; $x=\frac{\pi}{2}$.

F. BÀI TẬP: Tính mặt tích phân sau:

Bài 1: Phương pháp đổi biến số

a) $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}dx$ b) $\int_{-2}^{-1}\sqrt[3]{x+2}dx$ c) $\int_0^1 \frac{3}{\sqrt{2x+1}}dx$ d) $\int_0^1 x^3(x^4-1)^5dx$ e) $\int_0^2 \frac{x^2dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}$

f) $\int_0^2 \frac{xdx}{(x^2+2)^2}$ g) $\int_0^1 x\sqrt{1+x^2}dx$ g) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1+2\sin 2x}dx$ h) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 xdx$ i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 xdx$

k) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x(1+\sin^2 x)^3dx$ l) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\sin^4 x+1\right)\cos xdx$ m) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x(1+\sin x)^3dx$ n) $\int_1^e \frac{(1+\ln x)^4}{x}dx$

o) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x+2}}{\cos^2 x}$ p) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x}cosxdx$ q) $\int_0^1 e^{x^2+2}xdx$ r) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x}+\cos x)\cos xdx$

Bài 2: Tích phân từng phần.

a) $\int_0^1 (2x+1).\,e^x dx$ b) $\int_{-1}^2 (2x+3)\,e^{3x}dx$ c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-6x)\sin xdx$ d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\sin 3xdx$

e) $\int_{-\pi}^{\pi} (2x^2-5x)\cos 2xdx$ f) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1)\cos xdx$ g) $\int_1^e (x+1)\ln xdx$ h) $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx$

i) $\int_1^e (2x+3)\ln 3xdx$ k) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x}\sin 3xdx$ l) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x\cos xdx$ m) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+\cos x)\sin xdx$

n) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x}dx$ o) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin^2 x}dx$ p) $\int_0^{\pi} \left(e^{\cos x}+x\right)\sin xdx$ **q)** $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x.\cos x.\sin xdx$

Bài 3: Phương pháp đồng nhất thức.

a) $\int_1^2 \frac{x-1}{x^2+x}dx$ b) $\int_{-1}^0 \frac{x}{x^2-3x+2}dx$ c) $\int_3^4 \frac{1}{x^2-4}dx$ d) $\int_0^2 \frac{2x}{x^2+3x+2}dx$

<u>Bài 4</u>: Tích phân hàm lượng giác.

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 5x.\cos 3x dx$ b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 5x.\sin 3x dx$ c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 5x.\cos 3x dx$

Trích các bài tích phân trong đề thi tốt nghiệp

Bài 1: TN_09: $\int_0^{\pi} x(1+\cos x)dx$

Bài 2: BT_09: $\int_0^1 (2x + x.e^x)dx$

Bài 3: TNPB_08: $\int_{-1}^1 x^2(1-x^3)^4 dx$

Bài 4: TNKPB_08: $\int_0^1 (1+e^x)xdx$

Bài 5: BT_08: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x.\sin x dx$

Bài 6: TNPB_07: $\int_1^2 \frac{2xdx}{\sqrt{x^2+1}}$

Bài 7: TNKPB_07: $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$

Bài 8: BT_07: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x.\sin x dx$

Bài 9: BT_06: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\sin x + 3)\cos x dx$

Bài 10: TNKPB_06: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{4-\cos^2 x} dx$

Bài 11: TNPB_06: $\int_0^1 (2x+1)e^x dx$

Bài 12: TN_05: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin^2 x)\cos x dx$

Bài 13: BT_05: $\int_0^1 (e^x + 2)dx$

Bài 14: BT_05: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x\cos x dx$

Bài 15: TN_2010: $\int_0^1 x^2(x-1)^2 dx$

Bài 16: BT_2010: $\int_0^1 (5x-2)^3 dx$

Chuyên đề 4: SỐ PHỨC

1. Số phức và biểu diễn số phức:

Số phức là một biểu thức có dạng $a+bi$, trong đó $a,b\in\mathbb{R}$; $i^2=-1$.

Số phức $z=a+bi$ có a là *phần thực*, b là *phần ảo*.

Số phức $z=a+bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a;b)$ hay bởi $\vec{u}=(a;b)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

Hai số phức bằng nhau : $a+bi=c+di\Leftrightarrow\begin{cases}a=c\\b=d\end{cases}$.

Modun của số phức $z=a+bi$ chính là độ dài của $\overrightarrow{OM}$. Vậy : $|z|=\left|\overrightarrow{OM}\right|=\sqrt{a^2+b^2}$.

Số phức *liên hợp* của số phức $z=a+bi$ là số phức $\overline{z}=a-bi$. Chú ý rằng : các điểm biểu diễn z và $\overline{z}$ *đối xứng* nhau qua trục *hoành*. Do đó z là số thực khi và chỉ khi $\overline{z}=z$, z là số ảo khi và chỉ khi $\overline{z}=-z$

2. Mặt phép toán trên tập số phức:

a. Phép cộng, trừ, nhân hai số phức : $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$

$(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$ $\qquad$ $(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$

Chú ý : $i^1=i, i^2=-1, i^3=-i, i^4=1$. Tổng quát : $i^{4n}=1, i^{4n+1}=i, i^{4n+2}=-1, i^{4n+3}=-i$;

$(1+i)^2=2i$; $(1-i)^2=-2i$.

b. Phép chia hai số phức : $\dfrac{a+bi}{c+di}=\dfrac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}=\dfrac{(a+bi)(c-di)}{c^2+d^2}$.

c. Mặt tính chất của số phức liên hợp và modun : $\overline{\overline{z}}=z$; $\overline{z+z'}=\overline{z}+\overline{z'}$; $\overline{zz'}=\overline{z}.\overline{z'}$; $\overline{\left(\dfrac{z'}{z}\right)}=\dfrac{\overline{z'}}{\overline{z}}$.

3. Phương trình bậc hai:

a. Căn bậc hai của số phức: Số phức z là căn bậc hai của số phức nếu : $z^2=w$.

Như vậy để tính Số phức $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$ là căn bậc hai của số phức $w=a+bi$ ta giải hệ phương trình hai ẩn x, y thực sau : $\begin{cases}x^2-y^2=a\\2xy=b\end{cases}$

Chú ý : Số 0 có đúng một căn bậc hai là 0.

Số thực $a>0$ có đúng hai căn bậc hai là : $\pm\sqrt{a}$

Số thực $a<0$ có hai căn bậc hai là $\pm i\sqrt{|a|}=\pm i\sqrt{-a}$. Đặc biệt , số -1 có hai căn bậc hai là $\pm i$.

b. Phương trình bậc hai : Cho phương trình bậc hai $az^2+bz+c=0$ $(a,b,c\in\mathbb{C}, a\neq 0)$.

- Nếu $\Delta=0$, phương trình có một nghiệm kép $z=-\dfrac{b}{2a}$.
- Nếu $\Delta>0$, phương trình có hai nghiệm phân biệt : $z_{1,2}=\dfrac{-b\pm\Delta}{2a}$.

- Nếu $\Delta < 0$, phương trình có hai nghiệm : $z_{1,2} = \dfrac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

c. <u>Định lý Viet</u> : Nếu phương trình bậc hai $az^2 + bz + c = 0$ ($a,b,c \in \mathbb{C}, a \neq 0$) có hai nghiệm z_1, z_2 thì: $z_1 + z_2 = -\dfrac{b}{a}$ và $z_1 z_2 = \dfrac{c}{a}$.

d. <u>Định lý đảo của định lý Viet</u> :Nếu hai số z_1, z_2 có tổng $z_1 + z_2 = S$ và $z_1 z_2 = P$ thì z_1, z_2 là nghiệm của phương trình : $z^2 - Sz + P = 0$.

<u>BÀI TẬP</u>

<u>Bài 1</u>: Tính phần thực, phần ảo và mụdum của số phức z :

a) $z = \left(1 - i\sqrt{3}\right)\left(1 + i\right)$ b) z = (2+i)^3 - (3-i)^3 c) $z = \dfrac{1 - i\sqrt{3}}{1 + i}$ d) $z = 4 - 3i - (1 + 3i)^2$

<u>Bài 2</u>. Thực hiện mặt Phép tính: 1. a) $\dfrac{-i(1+i)(4-3i)}{3-2i}$ b) $\dfrac{3-i}{1+2i}$ + 4 – 3i c) $\dfrac{2+i}{-i} + \dfrac{1+3i}{2+i}$

2. a) $(1 - i\sqrt{2})^2 - (1 + i\sqrt{2})^2$ b) $(2-i)^3 - (2+i)^3$ c) $(2-3i)^2 - (2+3i)^2$

<u>Bài 3</u>. Giải các phương trình trên tập số phức:

1. a) $3x^2 - 2x + 5 = 0$ b) $z^4 + 27z = 0$ c) $25 - z^4 = 0$ d) $2x^2 - \sqrt{2}x + 1 = 0$
2. a) $-\sqrt{2}x^2 + \sqrt{5}x - 3\sqrt{2} = 0$ b) $z^3 - 1 = 0$ c) $x^3 + 8 = 0$ d) $-z^4 + 2z^2 + 15 = 0$

<u>Bài 4</u>. Giải các phương trình trên tập số phức:

a) (1+i)z +(2+i)(1-3i) = 2-3i b) $(-2+7i)z = (14-i) + (1-2i)z$ c) $3z(2-i) + 1 = 2iz(1-i) + 3i$

<u>Bài 5</u>: Tính hai số phức biết tổng và tích của chỳng :

a) Tổng bằng 4 và tích bằng 7; b) Tổng bằng -2 và tích bằng 6 ; c) Tổng bằng $\sqrt{2}$ và tích bằng 3;

<u>Bài 6</u>: Tính mặt số thực x, y thoả :

a) $2x + 1 - (1 - 2y)i = 2 - x + (3y + 1)i$ b) $2x - y + 1 - (x - 2y)i = 0$

c) $4x - 3 + (y - 2)i = y + 1 + (2x - 3)i$ d) $x(1-3i)^2 + (x + 2y)(1 + 2i)^3 = 16 + 12i$

<u>Bài 7</u>: Trên mặt phẳng tọa độ, hãy tính tập hợp điểm biểu diễn số phức z thoả món mỗi điều kiện sau:

a) $|z + 2i| < 6$ b) $|2i - \bar{z}| = |z + 3|$ c) $|z - 2i| = |z + 1|$ d) $|z - i| = 1$ h) $|z + (1 - 3i)| = |\bar{z} + 3 - 2i|$

<u>Bài 8</u>: Tính số phức z, biết: a) $|z| + 2z = 1 - 4i$ b) $2|z| - 3z = 1 - 12i$ c) $z - 3\bar{z} = 1 + 3i$ f) $2z + \bar{z} = 3 + 4i$

<u>Bài 9</u>: Tính mặt căn bậc hai của: -27 ; -45 ; - 15; $1 - \sqrt{3}$; $2 - \sqrt{5}$.

<u>Trích một bài số phức trong đề thi tốt nghiệp</u>

1. Giải phương trình $2x^2 - 5x + 4 = 0$ trên tập số phức. *TN THPT – 2006*
2. Giải phương trình $x^2 - 4x + 7 = 0$ trên tập số phức. *TN THPT – 2007 (lần 1)*
3. Giải phương trình $x^2 - 6x + 25 = 0$ trên tập số phức. *TN THPT – 2007 (lần 2)*
4. Tính giỏ trị của biểu thức: $P = (1 + \sqrt{3}i)^2 + (1 - \sqrt{3}i)^2$. *TN THPT – 2008 (lần 1)*
5. Giải phương trình $x^2 - 2x + 2 = 0$ trên tập số phức. *TN THPT – 2008 (lần 2)*
6. Giải phương trình $8z^2 - 4z + 1 = 0$ trên tập số phức. *TN THPT – 2009 (CB)*
7. Giải phương trình $2z^2 - iz + 1 = 0$ trên tập số phức. *TN THPT – 2009 (NC)*
8. Giải phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trên tập số phức. *TN THPT – 2010 (GDTX)*
9. Cho hai số phức: $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 2 - 3i$. Xỏc định phần thực và phần ảo của số phức $z_1 - 2z_2$.*TN – 2010 (CB)*
10. Cho hai số phức: $z_1 = 2 + 5i$, $z_2 = 3 - 4i$. Xỏc định phần thực và phần ảo của số phức $z_1.z_2$.*TN – 2010 (NC)*

Chuyên đề 5: **KHỐI ĐA DIỆN – MẶT CẦU – MẶT TRỤ - MẶT NÓN.**

I) Công thức tính thể tích.

a) Khối chóp: $V = \frac{1}{3}Bh$

b) Lăng trụ: $V = Bh$

c) Khối nún: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$S_{xq} = \pi rl$

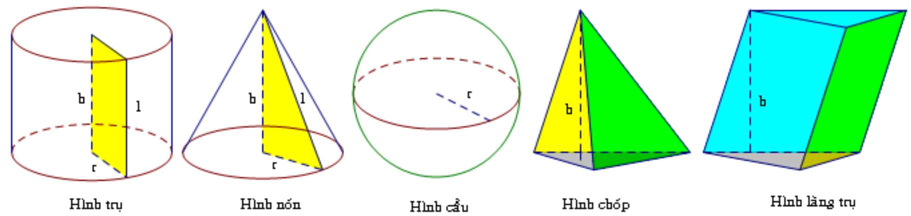
d) Khối trụ: $V = Bh = \pi r^2 h$

$S_{xq} = 2\pi rl$

e) Khối cầu: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, $S = 4\pi r^2$

e) Khối lập phương: $V = a^3$

f) Khối hộp chữ nhật: V = abc.



II) Một số kiến thức cân nhớ.

1. Các hệ thức lượng trong tam giác:

Cho tam giác ABC có BC = a, AC = b, AB = c.

a) ***Định lý cosin***:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$; $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\cos B$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$

$\Rightarrow$ ***Hệ quả:***

+ $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ $\quad \cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ $\quad \cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

+ $m_a^2 = \dfrac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$ $\quad m_b^2 = \dfrac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}$ $\quad m_c^2 = \dfrac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$

b) ***Định lý sin:***

$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$ (Với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC)

3. Một số công thức tính diện tích tam giác:

- $S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$
- $S = \frac{1}{2}ab.\sin C = \frac{1}{2}bc.\sin A = \frac{1}{2}ac.\sin B$
- $S = \dfrac{abc}{4R}$; $\quad S = pr$; $\quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ Với $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$

4. Hệ thức lượng trong tam giác vuông: Cho ΔABC vuông ở A ta có :

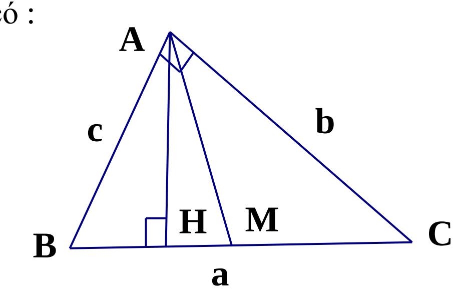
a) Định lý Pitago : $a^2 = b^2 + c^2$

b) $b^2 = ab'$; $c^2 = ac'$

c) ah = bc

d) $\dfrac{1}{h^2} = \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}$

e) $h^2 = b'.c'$



5. Diện tích của một số hình khác.

a) Diện tích hình vuông : S = cạnh x cạnh

b) Diện tích hình chữ nhật : S = dài x rộng

c) Diện tích hình thoi : S = $\frac{1}{2}$(chộo dài x chộo ngắn)

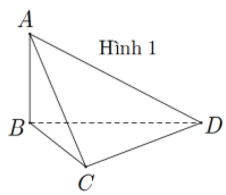
d) Diện tích hình thang : $S = \frac{1}{2}$(đáy lớn + đáy nhỏ) x chiều cao

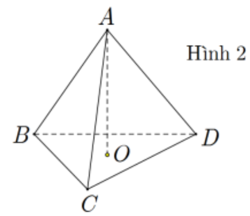
e) Diện tích hình bình hành : S = đáy x chiều cao

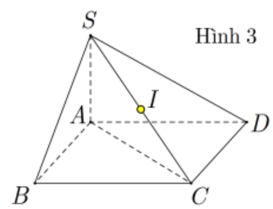
f) Diện tích hình tròn : $S = \pi . R^2$

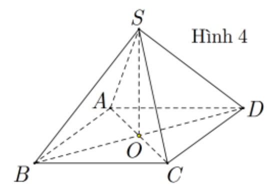
1. Một số hình không gian thường gặp:

a) Hình chóp:



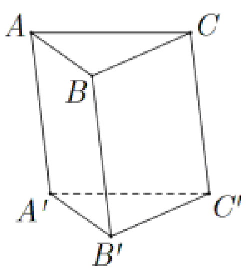




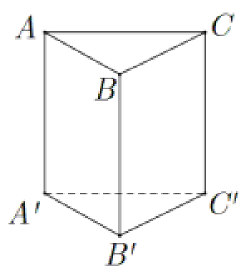


① Hình 1: Dựng cho mặt loại hình chóp tam giác (tứ diện): Có một cạnh bên vuông góc với đáy hoặc có ba cạnh vuông góc với nhau cùng đi qua một đỉnh.
② Hình 2: Dựng cho mặt loại hình chóp tam giác đều hoặc tứ diện đều.
③ Hình 3: Dựng cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ có đáy ABCD là hình bình hành, hình thoi, hình vuông, hình chữ nhật. (*Tâm mặt cầu ngoại tiếp là trung điểm của SC*)
④ Hình 4: : Dựng cho hình chóp $S.ABCD$ có $SO \perp (ABCD)$ có đáy ABCD là hình bình hành, hình thoi, hình vuông, hình chữ nhật. (*Tâm của mặt cầu ngoại tiếp nằm trên đường thẳng SO*)

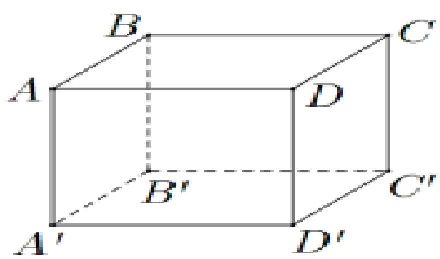
b) Hình lăng trụ – Hình hộp :



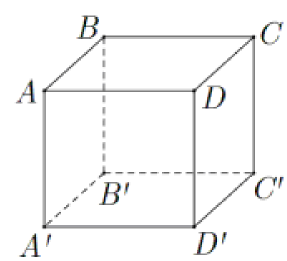
Lăng trụ
Tam giỏc



Lăng trụ đứng
tam giỏc

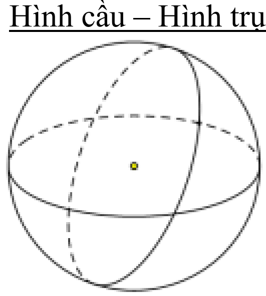


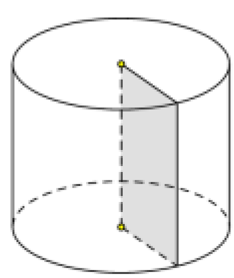
Hình hộp chữ nhật

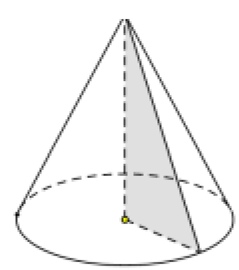


Hình lập phương

c) Hình cầu – Hình trụ – Hình nón:







2. Cung thức tính diện tích – thể tích:

Khối chóp: $V = \frac{1}{3} B.h$	Khối lăng trụ: $V = B.h$	Khối lập phương: $V = a^3$ Khối hộp chữ nhật: $V = a.b.c$

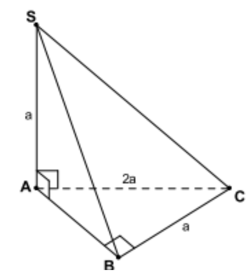
Khối nún: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$, $S_{xq}=\pi rl$	Khối trụ: $V=\pi r^2 h$, $S_{xq}=2\pi rl$	Khối cầu: $V=\frac{4}{3}\pi r^3$, $S=4\pi r^2$

VÍ DỤ MINH HỌA:

Ví dụ 1: Tính thể tích của khối chóp S.ABC có cạnh bên SA vuông góc Với đáy (ABC), $SA=a$; tam giác ABC vuông tại B, $BC=a, AC=2a$

Giải:

Ta có thể tích $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA$, mà $SA=a$.Trong tam giác ABC vuông tại B, ta có: $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$



Nờn $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{2}a\sqrt{3}.a=\frac{1}{2}a^2\sqrt{3}$ (đvdt)

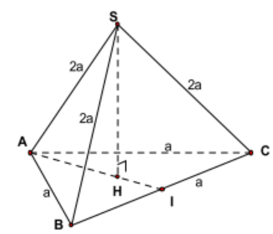
Vậy: $V=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}a^2\sqrt{3}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ (đvtt)

Ví dụ 2: Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Tính thể tích khối chóp S.ABI theo a.

Giải:

Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC. Khi đó: $SH\perp(ABC)$ nờn $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH$

Mà $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.BC\sin B=\frac{1}{2}a.a.\sin 60^0=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (đvdt)



Lại có: $AH=\frac{2}{3}AI=\frac{2}{3}\sqrt{AB^2-BI^2}=\frac{2}{3}\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$

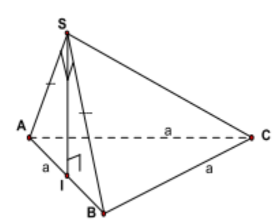
Trong tam giác SAH vuông tại H có $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{4a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{a\sqrt{33}}{3}$

Vậy $V=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH=\frac{1}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{33}}{3}=\frac{a^3\sqrt{11}}{4}$ (đvtt)

Ví dụ 3: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là một tam giác đều cạnh bằng a, mặt bên (SAB) vuông góc Với mặt đáy (ABC) và mặt SAB là tam giác vuông cân tại S. Tính thể tích của khối chóp S.ABC theo a.

Giải:

Ta có: $(SAB)\cap(ABC)=AB$. Từ S dựng đường thẳng vuông góc Với AB cắt AB tại I, nờn $SI\perp(ABC)$ mà ΔSAB vuông cân tại S nên I là trung điểm của AB $\Rightarrow SI=\frac{1}{2}AB=\frac{a}{2}$. Khi đó thể tích $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}SI$.



Mà $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin A=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (đvdt). Vậy $V=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ (đvtt)

BÀI TẬP THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Bài 1: a) (TN THPT 09) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc Với mặt phẳng đáy, mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a, biết $\mathrm{AS}B=120^0$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a

b) (TN THPT 08L2) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc Với mặt phẳng đáy, đáy ABC là tam giác vuông tại B, biết $AB = a, BC = a\sqrt{3}$ và $SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

c) (TN THPT 07L1) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc Với mặt phẳng đáy, đáy ABC là một tam vuông tại B, biết $SA = AB = BC = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

d) (TN THPT 07L2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc Với mặt phẳng đáy, đáy ABCD là hình vuông cạnh a và $SA = AC$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

Bài 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc Với mặt đáy. Biết $SA = AB = BC = a$. Tính thể tích của khối chop $S.ABC$ theo a.

Bài 3: Cho hình chop $S.ABCD$ có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc Với mặt phẳng đáy. Biết góc $BAC = 120^0$. Hãy tính thể tích khối chop $S.ABC$ theo a.

Bài 4: Cho hình chop $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc Với mặt đáy, góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy bằng 60^0.Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

Bài 5: Cho hình chop $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA=$a\sqrt{2}$ và vuông góc Với mặt đáy, góc giữa SB và mặt đáy bằng 45^0. tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a

Bài 6: Cho hình chop tứ giác đều có tất cả có tất cả các cạnh đều bằng a. tính thể tích khối chop $S.ABCD$ theo a.

Bài 7: Cho hình chop $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm 0, SAC Là tam giác đều cạnh a $SB = SD = a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chop $S.ABC$

Bài 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh đáy là tam giác cân tại A. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc Với mặt đáy. Gọi I là trung điểm canh BC. Biết $BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$ và góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30^0 .Tính thể tích khối chop $S.ABC$ theo a

Bài 9: Cho khối chop $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, tam giác SAC cân tại S có $SAC = 60^0$, $(SAC) \perp (ABC)$. Tính thể tích của khối chop $S.ABC$ theo a.

Bài 10: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp Với đáy một góc 60^0. Gọi (C) là đường tròn ngoại tiếp đáy ABCD. Tính thể tích khối nón có đỉnh S và đáy (C).

Ví dụ 4: Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có $AC = a, BC = 2a, ACB = 60^0$ và tam giác ABB' cân tại B. Tính thể tích khối lăng trụ đó cho theo a.

Giải:

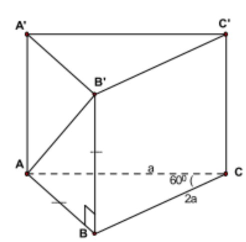
Ta có thể tích $V = B.h = S_{\Delta ABC}.BB'$

Mà $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC.BC\sin C = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ (đvdt)

Vỡ $\Delta ABB'$ vuông cân tại B nờn $AB = BB'$.

Trong ΔABC có $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC.BC.\cos C = 3a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{3}$

Vậy $V = S_{\Delta ABC}.BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3} = \frac{3a^2}{2}$ (đvtt)



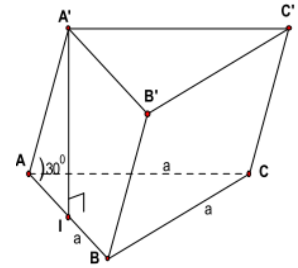
Ví dụ 5: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên đáy (ABC) trùng Với trung điểm i của AB, đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa cạnh bên AA' Với đáy bằng 30^0. Tính thể tích khối lăng trụ đa cho theo a.

Giải:

Ta có thể tích $V = B.h = S_{\Delta ABC}.A'I$. Mà $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC.BC.\sin C = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (đvdt).

Góc giữa AA' Với đáy là góc giữa AA' Với AI (Vỡ AH là hình chiếu của AA' lên đáy (ABC)). Nên $A'AI = 30^0$.

Trong tam giác $AA'I$ vuông tại, ta có: $\tan A = \frac{A'I}{AI} \Rightarrow A'I = \tan 30^0.\frac{1}{2}.AB = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. Vậy $V = S_{\Delta ABC}.A'I = \frac{a^3}{8}$ (đvtt)



BÀI TẬP THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

Bài 1: Cho hình lăng trụ tứ giác đều ABCD.A′B′C′D′ có cạnh đáy bằng a, chiều cao 2a. Biết rằng O′ là tâm của A′B′C′D′ và (C) là đường tròn nội tiếp đáy ABCD. Tính thể tích khối nón có đỉnh O′ và đáy (C).

Bài 2: Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC.A′B′C′ có cạnh đáy bằng a và chiều cao 2a. Biết rằng O′ là tâm của A′B′C′ và (C) là đường tròn nội tiếp đáy ABC. Tính thể tích khối nón có đỉnh O′ và đáy (C).

Bài 3: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, $A'B$ tạo Với đáy một góc 60^0. Tính thể tích lăng trụ theo a.

Bài 4: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ tạo Với đáy một góc 30^0 và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Bài 5: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của A' lờn mặt phẳng $\left(ABC\right)$ trung Với trung điểm M của BC. Góc hợp bởi AA' và mặt đáy bằng 30^0 . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

Bài 6: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C, cho $A'C = a$, góc hợp bởi $\left(A'BC\right)$ và mặt phẳng đáy bằng α . Tính α để lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích lớn nhất.

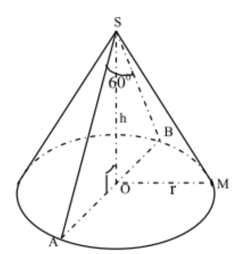
Ví dụ 6: Cho hình nón đỉnh S, đường tròn đáy tâm O, bán kính $r = a$ và góc ở đỉnh của hình nón bằng 60^0. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nún

Giải:

Ta có $S_{xq} = \pi rl = \pi.a.SA$. Trong tam giác ASO vuông tại O ta có:

$\sin S = \frac{AO}{SA} \Rightarrow SA = 2a$. Nờn $S_{xq} = \pi.r.l = 2\pi a^2$. Mà $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$

Vậy thể tích $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2.SO = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt)



BÀI TẬP THỂ TÍCH – DIỆN TÍCH CỦA KHỐI NÓN

Bài 1: Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I, góc IOM bằng 30^0 và cạnh IM = a. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nún tròn xoay.

a) Tính diện tích xung quanh của hình nún tròn xoay tạo thành.

b) Tính thể tích của khối nún tròn xoay tạo thành.

Bài 2: Thiết diện qua trục của một hình nún là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nún.

b) Tính thể tích của khối nón tương ứng.

c) Một thiết diện qua đỉnh và tạo Với đáy một góc 60^0. Tính diện tích của thiết diện này.

Bài 3: Cho hình nún đỉnh S, đường cao SO, A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ điểm O đến AB bằng a và $SAO = 30^0$, $SAB = 60^0$. Tính độ dài đường sinh của hình nún theo a.

Bài 4: Thiết diện qua trục của một khối nún là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng a. Tính thể tích khối nún và diện tích xung quanh của hình nún đó cho.

Bài 5: Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' cạnh a. Tính diện tích xung quanh của hình nún có đỉnh là tâm O của hình vuông ABCD và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông A'B'C'D'.

Bài 6: Cắt một hình nún bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó, ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh 2a. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình và thể tích của khối nún.

Ví dụ 7: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và khoảng cách giữa hai đáy bằng $a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình trụ đó cho theo a.

Giải:

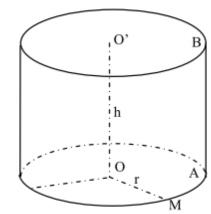
Gọi hình trụ có tâm của hai đáy là O, O' (như hình bên).

Theo giả thiết ta có $OO' = a\sqrt{3}$.

Khi đó diện tích xung quanh:

$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi rAB = 2\pi r.OO' = 2\pi a^2\sqrt{3}$ (đvdt)

Thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi a^2.OO' = \pi a^3\sqrt{3}$ (đvtt)



BÀI TẬP THỂ TÍCH – DIỆN TÍCH KHỐI TRỤ

Bài 1: Cho hình trụ có mặt đáy là hai hình tròn tâm O và O′, bán kính đáy bằng 2 cm. Trên đường tròn đáy tâm O lấy hai điểm A, B sao cho AB = 2 cm. Biết rằng thể tích tứ diện OO′AB bằng 8 cm^3. Tính chiều cao hình trụ và thể tích khối trụ.

Bài 2: Cho hình trụ có mặt đáy là hai hình tròn tâm O và O′, bán kính đáy bằng 2 cm. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A sao cho AO′ hợp Với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính chiều cao hình trụ và thể tích khối trụ.

Bài 3: Cho hình trụ có mặt đáy là hai hình tròn tâm O và O′, bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O′ lấy điểm B sao cho AB = 2a. Tính thể tích của khối tứ diện OO′AB.

Bài 4: Một khối trụ có chiều cao bằng 20 cm và có bán kính đáy bằng 10 cm. Người ta kẻ hai bán kính OA và O'B' lần lượt trên hai đáy sao cho chúng hợp Với nhau một góc 30^0. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng chứa đường thẳng AB' và song song Với trục OO' của khối trụ đó. Hãy tính diện tích của thiết diện.

Bài 5: Một hình trụ có bán kính đáy R = 53 cm, khoảng cách giữa hai đáy h = 56 cm. Một thiết diện song song Với trục là hình vuông. Tính khoảng Cách từ trục đến mặt phẳng thiết diện.

Bài 6: Trong không gian cho hình vuông ABCD cạnh a. Gọi I và H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Khi quay hình vuông đó xung quanh trục IH ta được một hình trụ tròn xoay.

a) Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay được tạo nên.

b) Tính thể tích của khối trụ tròn xoay được tạo nên bởi hình trụ tròn xoay đó.

Bài 7: Cho một hình trụ có bán kính r và chiều cao $h = r\sqrt{3}$.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ.

b) Tính thể tích khối trụ tạo nờn bởi hình trụ đó cho.

Bài 8: Một hình trụ có bán kính đáy R và đường cao bằng $R\sqrt{3}$; A và B là hai điểm trên hai đường tròn đáy sao cho góc hợp bởi AB và trục của hình trụ là 30^0.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ.

b) Tính khoảng Cách giữa AB và trục của hình trụ.

Bài 9: Cho một hình trụ có bán kính đáy $r = 5cm$ và khoảng cách giữa hai mặt đáy bằng $7cm$.

a) Tính diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đó.

b) Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song Với trục của hình trụ và Cách trục $3cm$. Hãy tính diện tích của thiết diện được tạo nên.

Ví dụ 8: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $SA = 2a, AC = a\sqrt{2}$ và SA vuông góc Với mặt phẳng đáy.

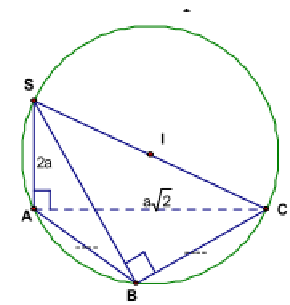
a) Chứng minh trung điểm I của SC là tâm mặt cầu (S) đi qua các đỉnh của hình chóp

b) Xác định tâm và bán kính của đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) Với mặt phẳng (ABC).

Giải:

a) Ta có các tam giác SAC và SBC lần lượt vuông tại A và B nên $AI = BI = \frac{1}{2}SC = IS = IC$. Do đó I cách đều các đỉnh S, A, B, C.

Vậy I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. Bán kính $R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.



b) Đường tròn giao tuyến là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Do đó ABC là tam giác vuông tại B nên tâm là trung điểm của AC và bán kính $r = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

<u>BÀI TẬP THỂ TÍCH MẶT CẦU</u>

<u>Bài 1:</u> Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ,cạnh bên SA vuông góc Với mặt đáy, cạnh bên SB bằng $a\sqrt{3}$

a) Tính thể tích khối chop $S.ABCD$ theo a.

b) Chứng minh rằng trung điểm cạnh SC là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

<u>Bài 2:</u> Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc Với mặt đáy , SAD là tam giac vuông cân.

a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ b) Tính tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

<u>Bài 3:</u> Cho hình chóp đều $S.ABC$ có M là trung điểm cạnh AB , AM=a . tính thể tích khối chop $S.ABC$ theo a biết $SA = a\sqrt{2}$

<u>Bài 4:</u> Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng 2a

a) Tính thể tích khối chop $S.ABC$. b) Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

<u>Bài 5:</u> Cho hình chop $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc Với mặt đáy, cạnh bên SC tạo Với mặt đáy một góc 60^0

a) Tính thể tích khối chop $S.BCD$ theo a.

b) Chứng minh rằng trung điểm cạnh SC là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chop $S.ABCD$. Tính diện tích mặt cầu đó.

<u>Bài 6:</u> Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, BC vuông góc Với nhau từng đôi một. Biết $SA = a, AB = BC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp và tính tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

<u>Chuyên đề 6</u>: **<u>PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN</u>**.

A – <u>CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN</u>

I – <u>PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG</u>.

<u>Bài toán 1</u>: Viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và có véc tơ pháp tuyến cho trước.

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M(1; -2; 3) và có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3;1;-2)$.

<u>Bài toán 2</u>: Viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và song song Với một mặt phẳng cho trước.

Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua M(2; 1; 1) và song song Với mặt phẳng (P): x + 2y – Z + 1 = 0.

<u>Bài toán 3</u>: Viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc Với một đường thẳng cho trước.

a) Đi qua M (2;1;3) và vuông góc Với AB Với A = (1;-2;2), B = (0;- 4;4).

b) Mặt phẳng trung trực của đoạn AB Với A = (2;-1;3) và B = (0;3;-1).

c) Vuông góc Với d : $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và cách điểm A(2;1;3) một khoảng bằng 2.

<u>Bài toán 4</u>: Viết phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm 3 điểm không thẳng hàng cho trước.

Viết phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm A(1;2;3), B(-2;1;1), C(-1;-3;-4).

<u>Bài toán 5</u>: Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d và một điểm M không nằm trên d.

Viết phương trình mặt phẳng đi qua M(-2;3;1) và chứa đường thẳng d: $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$

Bài toán 6: Viết phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Viết phương trình mặt phẳng chỳa hai đường Chứa d: $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z+1}{3}$ và d': $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{5}=\frac{z+1}{2}$

Bài toán 7: Viết phương trình mặt phẳng chỳa hai đường song song Với nhau.

Cho hai đường thẳng: $d:\begin{cases}x=1+t\\ y=2+t\\ z=3-t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=1+2t'\\ y=-1+2t'\\ z=2-2t'\end{cases}$

a) Chứng minh d song song Với d'.
b) Viết phương trình mặt phẳng chứa d và d'.

Bài toán 8: Viết phương trình mặt phẳng chứa một điểm và song song Với hai đường thẳng cho trước.

Đi qua M(10;8;-3) và song song Với 2 đường d: $\begin{cases}x=1+t\\ y=-3+5t\\ z=-1+2t\end{cases}$ và d' : $\frac{x-15}{2}=\frac{y+1}{4}=\frac{z+13}{3}$

Bài toán 9: Viết phương trình mặt phẳng chứa một đường thẳng và song song Với một đường thẳng.

a) Cho d: $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{5}=\frac{z+1}{2}$ và d': $\frac{x-8}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+7}{1}$. Viết PT mp(P) chứa d và song song Với d'.

b) Cho A(- 2;- 3;- 2), B(- 8;- 5;- 7) ,C(3;- 4;- 1) và D(0;- 6;- 3) . Viết PT mp(P) chứa AB và song song Với CD.

Bài toán 10: Viết phương trình mặt phẳng chứa một đường thẳng và vuông góc Với một mặt phẳng.

a) Chứa đường d : $\frac{x-8}{12}=\frac{y+2}{-11}=\frac{z+7}{-16}$ và vuông góc Với mặt (P) : 7x + y - 6z -10 = 0.

b) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm A(0;1;0) và B(1;2;-2) và vuông góc Với
(Q): 2x-y+3z+13=0

Bài toán 11: Viết phương trình mặt phẳng chứa một điểm, song song vói một đường thẳng và vuông góc Với một mặt phẳng cho trước.

Viết phương trình mặt phẳng đi qua A(2;1;1) song song Với đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\ y=-2-t\\ z=-1+2t\end{cases}$ và vuông góc Với mặt phẳng (P): 2x + y – z + 3 = 0.

Bài toán 12: Viết phương trình mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc Với hai mặt phẳng cắt nhau.
Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M(1;-1;2) và vuông góc Với 2 mặt phẳng
(Q) : $x-3z+1=0$; (R):2x+y-z+1=0

Bài toán 13: Viết phương trình mặt phẳng cách đều 2 mặt phẳng khác:
Lập PT mặt phẳng cách đều 2 mặt: (P) : x + 2y +3z - 14 = 0 và (Q) : x + 2y +3z + 4 = 0

Bài toán 14: Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc Với mặt cầu tại 1 điểm
Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc Với mặt cầu : $(x-2)^2+y^2+(z-3)^2=9$ tại điểm A(3;2; 1)

Bài toán 15: Viết phương trình mặt phẳng vuông góc Với một đường thẳng và tiếp xúc Với mặt cầu:

Viết phương trình mặt phẳng vuông góc Với đường thẳng d: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{-2}$ và tiếp xúc Với mặt cầu (S) có phương trình: $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=1$

II – **PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU**.

Bài 1: Xác định tọa độ của tâm và bán kính của các mặt cầu có phương trình sau đây:

a) $x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$ b) $x^2+y^2+z^2+4x+8y-2z-4=0$

c) $x^2+y^2+z^2-5z-7=0$ d) $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=1$

Bài 2: Viết phương trình mặt cầu trong mặt trường hợp sau:

1) Tâm I(2;1;-1), bán kính R = 4
2) Đi qua điểm A(2;1;-3) và tâm I(3;-2;-1)

3) Đường kính AB Với A(-1;2;3), B(3;2;-7)
4) Đi qua bốn điểm (0; 0; 0), A(2; 2; 3), B(1; 2; -4), C(1; -3; -1)
5) Đi qua 2 điểm A(1;3;0) ,B(1;1;0) và tâm I thuộc 0y.
6) Đi qua 3 điểm A(1;0;0), B(2;3;0), C(1;3;2) và có tâm thuộc mặt phẳng Oxy.
7) Đi qua 3 điểm A(2;0;1), B(1;0;0), C(1;1;1) và có tâm nằm trên mặt phẳng (P) : x + y + z – 2 = 0.
8) Tâm I(1;2;3) và tiếp xúc Với mặt phẳng (P): 2x – y + 2z – 1 = 0.

III – VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA MẶT PHẲNG VÀ MẶT CẦU.

Bài 1: Trong không gian Oxyz cho mặt cầu (S) : $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ và mặt phẳng (P) có phương trình: 2x – 2y – z +9 = 0

a) Chứng minh : (P) và (S) cắt nhau .

b) Xác định tâm và bán kính đường tròn là giao tuyến của của (P) và (S).

Bài 2: Xét vị trí tương đối của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) trong các trường hợp sau:

a) (P): x + 2y + 2z +18 = 0 và (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=36$.

b) (P): x + 2y + 2z +13 = 0 và (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=36$.

IV – VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG.

Bài 1: Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

1) Đi qua điểm M(1;0;1) và nhận $\vec{a}(3;2;3)$ làm véc tơ chỉ phương.
2) Đi qua 2 điểm A(1;0;-1) và B(2;-1;3)
3) Đi qua A(2; -1; 3) và vuông góc mặt phẳng (P): 3x + 2y – z + 1 = 0
4) Đi qua điểm M(2;3;-5) và song song Với đường thẳng d : $\begin{cases} x=-t \\ y=2+2t \\ z=1+2t \end{cases}$
5) Cho M(2;3;-1) và 2 đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+3}{2}$; $\Delta_2: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2-t \\ z=1+5t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng d qua M vuông góc Với Δ_1 & Δ_2.
6) Cho $\Delta_1: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-3+3t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=2+t' \\ y=-3+2t' \\ z=1+3t' \end{cases}$. Chứng minh Δ_1 và Δ_2 chéo nhau . Viết phương trình đường thẳng d là đường vuông góc chung của Δ_1 và Δ_2

Bài 2: Trong không gian Oxyz cho M(1;0;2) và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$

a) Tính tọa độ điểm H là hình chiếu của M trên Δ.

b) Tính khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ.

c) Tính tọa độ điểm M’ đối xứng Với M qua Δ.

Bài 3: Tính tọa độ điểm H là hình chiếu của M(1;0;2) trên mặt phẳng (P): x + 2y + 2z +18 = 0. Từ đó hãy suy ra tọa độ điểm M’ đối xứng Với M qua mặt phẳng (α).

Bài 4: Xét vị trí tương đối của các đường thẳng sau:

a) $(d_1): \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và $(d_2): \begin{cases} x=1+2t \\ y=t+2 \\ z=-1+3t \end{cases}$

b) $(d_1): \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-3+3t \end{cases}$ và $(d_2): \begin{cases} x=2+t' \\ y=-3+2t' \\ z=1+3t' \end{cases}$

c) $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3-t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+2t'\\y=-1+2t'\\z=2-2t'\end{cases}$

<u>Bài 5</u>: Xét vị trí tương đối của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P), tính tọa độ giao điểm (nếu có).

a) $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=4+t\end{cases}$ và (P): x + 2y – z + 5 = 0.

b) $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=1+2t\end{cases}$ và (P): x + 3y + z + 1 = 0.

c) $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}$ và (P): x + y + z – 4 = 0.

B – <u>BÀI TẬP TỔNG HỢP</u>

<u>Bài 1:</u> Trong không gian tọa độ Oxyz cho 3 điểm A(-1; 1; 2), B(0; 1; 1), C(1; 0; 4).

1. Chứng minh tam giác ABC vuông. Viết phương trình tham số của đương thẳng AB.
2. Gọi M là điểm sao cho $\overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MC}$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua M và vuông góc Với đường thẳng BC. ***(Đề thi tốt nghiệp 2006)***

<u>Bài 2:</u> Trong không gian Oxyz, cho điểm E(1; 2; 3) và mặt phẳng (α) có phương trình x + 2y – 2z + 6 = 0.

1. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc mặt phẳng (α).
2. Viết phương trình tham số của đường thẳng (Δ) đi qua điểm E và vuông góc mặt phẳng (α).

(TN 2007 Lần 1)

<u>Bài 3:</u> Trong không gian tọa độ Oxyz, cho hai điểm M(1; 0; 2), N(3; 1; 5) và đường thẳng (d) có phương trình $\begin{cases}x=1+2t\\y=-3+t\\z=6-t\end{cases}$

1. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc Với đường thẳng (d).
2. Viết phương trình tham số của đương thẳng đi qua hai điểm M và N. ***(Đề thi tốt nghiệp 2007 Lần 2)***

<u>Bài 4:</u> Trong không gian tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC Với A(1; 4; -1), B(2; 4; 3) và C(2; 2; -1)

1. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc Với đường thẳng BC.
2. Tính tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.***(Đề thi tốt nghiệp 2008)***

<u>Bài 5:</u> Trong không gian tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có phương trình:

(S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=36$ và (P): x + 2y + 2z +18 = 0.

1. Xác định tọa độ tâm T và bán kính mặt cầu (S). Tính khoảng cách từ T đến mặt phẳng (P).
2. Viết phương trình tham số của đương thẳng d đi qua T và vuông góc Với (P). Tính tọa độ giao điểm của d và (P). ***(Đề thi tốt nghiệp 2009)***

<u>Bài 6:</u> Trong không gian Với hệ toạ độ Oxyz, cho 3 điểm A(1; 0; 0), B(0; 2; 0) và C(0; 0; 3).

1. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc Với đường thẳng BC.
2. Tính tọa độ tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC. ***(Đề thi tốt nghiệp 2010)***

<u>Bài 7:</u>Trong không gian Với hệ toạ độ Oxyz, cho hai điểm M(1;0;2), N(3;1;5) và đường thẳng (d) có phương trình $\begin{cases}x=1+2t\\y=-3+t\\z=6-t\end{cases}$

1. Viết phương trình mp(P) đi qua điểm M và vuông góc Với đường thẳng (d).
2. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm hai điểm M và N.

BàI 8: Trong không gian Với hệ tọa độ Oxyz cho M(2,-2,0) , N(-4;4;2) và mặt phẳng (P) có phương trình 6Y+8Z+1=0

1.Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm M và N.

2.Lập phương trình mặt cầu (S) tâm M nhận mặt phẳng (P) là mặt phẳng tiếp diện.

BàI 9: Trong không gian Với hệ trục Oxyz, cho A(1;1;2), B(0;-1;3), C(3;1;4)

1. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A,B,C
2. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và có đường kính bằng 4

BàI 10: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2;-1;0)$ và đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

1. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc Với d.
2. Tính tọa độ điểm A’ đối xứng Với điểm A qua đường thẳng d.

BàI 11: Trong không gian Oxyz cho ba điểm A(2 ; -1 ; 1), B(0;2 ;- 3) C(-1 ; 2 ;0).

1. Chứng minh A,B,C không thẳng hàng .Viết phương trình mặt phẳng(ABC).
2. Viết phương trình tham số của đường thẳng BC.

BàI 12: Trong không gian Oxyz cho các điểm A(1 ; -3 ; -1), B(-2; 1 ; 3)

1. Viết phương trình đường thẳng AB
2. Viết phương trình mặt phẳng qua gốc tọa độ và vuông góc AB

BàI 13: Trong không gian Oxyz, cho A(2 ;-3;1) và mặt phẳng (Q) :x+ 3y - z + 2 = 0 .

1. Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) qua A và vuông góc Với (Q).
2. Tính tọa độ H hình chiếu của A trên (Q).Suy ra tọa độ A' đối xứng của A qua (Q).

BàI 14: Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(3;2;0), B(0;2;1), C(-1;1;2), D(3;-2;-2)$.

1. Viết phương trình mặt phẳng (ABC). Suy ra $DABC$ là một tứ diện.
2. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm D và tiếp xúc Với mặt phẳng (ABC).

BàI 15: Trong không gian Oxyz, cho điểm M(1;2;3)

1. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua M và song song Với mặt phẳng $x-2y+3z-4=0$.
2. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I(1;1;1) và tiếp xúc Với mặt phẳng (α).

BàI 16: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2;-1;0)$ và đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

1. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc Với d.
2. Tính tọa độ điểm A’ đối xứng Với điểm A qua đường thẳng d

BàI 17: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và điểm A(3;2;0)

1. Tính tọa độ hình chiếu vuông góc H của A lên (d)
2. Tính tọa độ điểm B đối xứng Với A qua đường thẳng d.

BàI 18: Trong không gian Oxyz cho: (α) : 2x + y + z – 9 = 0 và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 1 + t \\ z = 3t \end{cases}$ (t là tham số)

1. Tính giao điểm I của Δ Và (α).
2. Viết phương trình đường thẳng d qua I và vuông góc Với (α).