

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 7

Đề số 1

Bài 1:(4 điểm)

a) Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

b) Chứng minh rằng : Với mọi số nguyên dương n thì :
 $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10

Bài 2:(4 điểm)

Tìm x biết:

a. $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$

b. $(x - 7)^{x+1} - (x - 7)^{x+11} = 0$

Bài 3: (4 điểm)

a) Số A được chia thành 3 số tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số A.

b) Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

Bài 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA. Chứng minh rằng:

a) AC = EB và AC // BE

b) Gọi I là một điểm trên AC ; K là một điểm trên EB sao cho AI = EK . Chứng minh ba điểm I , M , K thẳng hàng

c) Từ E kẻ $EH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết $HBE = 50^\circ$; $MEB = 25^\circ$.

Tính $\angle HEM$ và $\angle BME$

Bài 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A có $\angle A = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

a) Tia AD là phân giác của góc BAC

b) AM = BC

ĐỀ SỐ 2

Bài 1:(4 điểm)

a) Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

b) Chứng minh rằng : Với mọi số nguyên dương n thì :
 $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10

Bài 2:(4 điểm)

Tìm x biết:

a. $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$

b. $(x - 7)^{x+1} - (x - 7)^{x+1} = 0$

Bài 3: (4 điểm)

c) Số A được chia thành 3 số tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số đó bằng 24309. Tìm số A.

d) Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

Bài 4: (4 điểm)

Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA. Chứng minh rằng:

a) AC = EB và AC // BE

b) Gọi I là một điểm trên AC ; K là một điểm trên EB sao cho AI = EK . Chứng minh ba điểm I , M , K thẳng hàng

c) Từ E kẻ $EH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết $HBE = 50^\circ$; $MEB = 25^\circ$.

Tính HEM và BME

Bài 5: (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

- c) Tia AD là phân giác của góc BAC
- d) AM = BC

..... Hết

ĐỀ SỐ 3

Bài 1 (3đ):

1, Tính:
$$P = \frac{\frac{1}{2003} + \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}}{\frac{2}{2003} + \frac{2}{2004} - \frac{2}{2005}} - \frac{\frac{2}{2002} + \frac{2}{2003} - \frac{2}{2004}}{\frac{3}{2002} + \frac{3}{2003} - \frac{3}{2004}}$$

2, Biết: $13 + 23 + \dots + 103 = 3025$.

Tính: $S = 23 + 43 + 63 + \dots + 203$

3, Cho: $A = \frac{x^3 - 3x^2 + 0,25xy^2 - 4}{x^2 + y}$

Tính giá trị của A biết $x = \frac{1}{2}$; y là số nguyên âm lớn nhất.

Bài 2 (1đ):

Tìm x biết:

$$3x + 3x + 1 + 3x + 2 = 117$$

Bài 3 (1đ):

Một con thỏ chạy trên một con đường mà hai phần ba con đường bằng qua đồng cỏ và đoạn đường còn lại đi qua đầm lầy. Thời gian con thỏ chạy trên đồng cỏ bằng nửa thời gian chạy qua đầm lầy.

Hỏi vận tốc của con thỏ trên đoạn đường nào lớn hơn ? Tính tỉ số vận tốc của con thỏ trên hai đoạn đường ?

Bài 4 (2đ):

Cho ΔABC nhọn. Vẽ về phía ngoài ΔABC các Δ đều ABD và ACE. Gọi M là giao điểm của BE và CD. Chứng minh rằng:

1, $\Delta ABE = \Delta ADC$

2, $\angle BMC = 120^\circ$

Bài 5 (3đ):

Cho ba điểm B, H, C thẳng hàng, BC = 13 cm, BH = 4 cm, HC = 9 cm. Từ H vẽ tia Hx vuông góc với đường thẳng BC. Lấy A thuộc tia Hx sao cho HA = 6 cm.

- 1, ΔABC là Δ gì ? Chứng minh điều đó.
- 2, Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Từ D vẽ đường thẳng song song với AH cắt AC tại E.
Chứng minh: $AE = AB$

ĐỀ SỐ 4

Bài 1 (4đ):

Cho các đa thức:

$$A(x) = 2x^5 - 4x^3 + x^2 - 2x + 2$$

$$B(x) = x^5 - 2x^4 + x^2 - 5x + 3$$

$$C(x) = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 8x + 4\frac{3}{16}$$

- 1, Tính $M(x) = A(x) - 2B(x) + C(x)$
- 2, Tính giá trị của $M(x)$ khi $x = -\sqrt{0,25}$
- 3, Có giá trị nào của x để $M(x) = 0$ không ?

Bài 2 (4đ):

1, Tìm ba số a, b, c biết:

$$3a = 2b; 5b = 7c \text{ và } 3a + 5b - 7c = 60$$

2, Tìm x biết:

$$|2x-3|-x = |2-x|$$

Bài 3 (4đ):

Tìm giá trị nguyên của m và n để biểu thức

1, $P = \frac{2}{6-m}$ có giá trị lớn nhất

2, $Q = \frac{8-n}{n-3}$ có giá trị nguyên nhỏ nhất

Bài 4 (5đ):

Cho tam giác ABC có $AB < AC$; $AB = c$, $AC = b$. Qua M là trung điểm của BC kẻ đường vuông góc với đường phân giác trong của góc A , cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại D, E .

- 1, Chứng minh $BD = CE$.
- 2, Tính AD và BD theo b, c

Bài 5 (3đ):

Cho ΔABC cân tại A , $BAC = 100^\circ$. D là điểm thuộc miền trong của ΔABC sao cho $DBC = 10^\circ$, $DCB = 20^\circ$.

Tính góc ADB ?

ĐỀ SỐ 5

Bài 1 (3đ): Tính:

$$1, \left[6 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right) + 1 \right] - \left(\frac{-1}{3} - 1\right)$$

$$2, (6^3 + 3 \cdot 6^2 + 3^3) : 13$$

$$3, \frac{9}{10} - \frac{1}{90} - \frac{1}{72} - \frac{1}{56} - \frac{1}{42} - \frac{1}{30} - \frac{1}{20} - \frac{1}{12} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$$

Bài 2 (3đ):

1, Cho $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$ và $a + b + c \neq 0$; $a = 2005$.

Tính b, c .

2, Chứng minh rằng từ hệ thức $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ ta có hệ thức:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Bài 3 (4đ):

Độ dài ba cạnh của tam giác tỉ lệ với 2; 3; 4. Ba chiều cao tương ứng với ba cạnh đó tỉ lệ với ba số nào ?

Bài 4 (3đ):

Vẽ đồ thị hàm số:

$$y = \begin{cases} 2x & ; x \geq 0 \\ x & ; x < 0 \end{cases}$$

Bài 5 (3đ):

Chứng tỏ rằng:

$$A = 75 \cdot (4^{2004} + 4^{2003} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 25 \text{ là số chia hết cho } 100$$

Bài 6 (4đ):

Cho tam giác ABC có góc $A = 60^\circ$. Tia phân giác của góc B cắt AC tại D, tia phân giác của góc C cắt AB tại E. Các tia phân giác đó cắt nhau tại I.

Chứng minh: $ID = IE$

ĐỀ SỐ 6

Bài 1 (5đ):

1, Tìm $n \in \mathbb{N}$ biết $(3^3 : 9)3^n = 729$

2, Tính :

$$A = \left| \frac{4}{9} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \right| + \left| 0, (4) + \frac{1}{3} - \frac{2}{5} - \frac{3}{7} \right|$$

Bài 2 (3đ):

Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a, b, c \neq 0$ thỏa mãn $b^2 = ac$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{c} = \frac{(a + 2007b)^2}{(b + 2007c)^2}$$

Bài 3 (4đ):

Ba đội công nhân làm 3 công việc có khối lượng như nhau. Thời gian hoàn thành công việc của đội I, II, III lần lượt là 3, 5, 6 ngày. Biết đội II nhiều hơn đội III là 2 người và năng suất của mỗi công nhân là bằng nhau. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu công nhân ?

Câu 4 (6đ):

Cho ΔABC nhọn. Vẽ về phía ngoài ΔABC các Δ đều ABD và ACE .

1, Chứng minh: $BE = DC$.

2, Gọi H là giao điểm của BE và CD . Tính số đo góc BHC .

Bài 5 (2đ):

Cho $m, n \in \mathbb{N}$ và p là số nguyên tố thỏa mãn: $\frac{p}{m-1} = \frac{m+n}{p}$.

Chứng minh rằng : $p^2 = n + 2$.