ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI 10

ĐỀ SỐ 1

Câu I (4 điểm)

1. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=m-2 \\ x^2+y^2+2x+2y=-m^2+4 \end{cases}$ (trong đó m là tham số; x và y là ẩn)

a) Tìm m để hệ phương trình trên có nghiệm.

b) Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $A=xy+2(x+y)+2011$.

2. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt đều lớn hơn -3

$$x^4-(3m+1)x^2+6m-2=0$$

Câu II (1,5 điểm)

Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y-\sqrt{xy}=1 \\ \sqrt{x^2+3}+\sqrt{y^2+3}=4 \end{cases}$

Câu III (1 điểm)

Chứng minh rằng nếu x, y là các số thực dương thì $\dfrac{1}{(1+x)^2}+\dfrac{1}{(1+y)^2}\ge\dfrac{1}{1+xy}$

Câu IV (3,5 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ *Oxy*, cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(4;3)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho góc *AMB* bằng 45^0.

2. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* nhọn với trực tâm *H*. Các đường thẳng *AH, BH, CH* lần lượt cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* tại *D, E, F* (*D* khác *A*, *E* khác *B*, *F* khác *C*). Hãy viết phương trình cạnh *AC* của tam giác *ABC*; biết rằng $D(2;1), E(3;4), F\left(\dfrac{6}{5};\dfrac{17}{5}\right)$.

3. Cho tam giác *ABC*, có $a=BC, b=CA, c=AB$. Gọi *I, p* lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp, nửa chu vi của tam giác *ABC*. Chứng minh rằng

$$\frac{IA^2}{c(p-a)}+\frac{IB^2}{a(p-b)}+\frac{IC^2}{b(p-c)}=2$$

-------------Hết-------------

Chú ý: Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Câu 1. (5,0 điểm) Cho phương trình: $(m-2)x^2-(2m+1)x+3m-3=0 \quad (1)$

a) Giải phương trình (1) khi $m=3$

b) Giả sử $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m sao cho

$$(2m+1)x_1+(m-2)x_2^2=m-2$$

Câu 2. (3,0 điểm) Giải phương trình:

$$x\sqrt{x}-1=\left(\sqrt{x}-1\right).\sqrt{2x^2-3x+2}$$

Câu 3. (2,0 điểm) Cho a,b là các số thực thỏa mãn: $a,b\in\left[\frac{1}{4};2\right]$ và $a+b=4ab$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P=\left(a-b\right)^2-2\left(a+b\right)$$

Câu 4. (3,0 điểm) Cho $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{6}}{2}$, $\alpha\in\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$. Tính giá trị biểu thức sau:

$$P=\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2\left(1-\sin\alpha\cos\alpha+\sin\alpha-\cos\alpha\right)}$$

Câu 5. (4,0 điểm) Cho tam giác ABC. Điểm M thuộc cạnh BC sao cho $MC=3MB$, I là điểm thuộc đoạn AM sao cho $AI=3IM$. Xác định điểm K thuộc cạnh AC sao cho ba điểm B,I,K thẳng hàng.

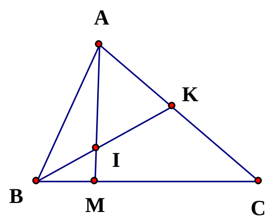
Câu 6. (3,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A\left(2;6\right)$, đường phân giác trong của góc A cắt cạnh BC tại $D\left(2;-\frac{3}{2}\right)$. Viết phương trình cạnh BC. Biết đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình: $x^2+y^2+x-2y-30=0$.

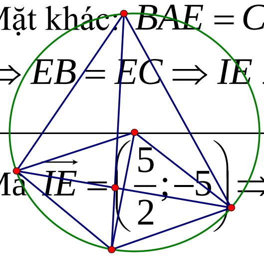
---- ***Hết*** ----

Họ tên thí sinh:... Số báo danh:..................................

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu	Nội dung	Điểm
1.		**5,0**
a)	Giải phương trình (1) khi $m=3$	**1,5**
	Khi $m=3$ PT (1) có dạng: $x^2-7x+6=0$	0,5
	Ta có: $a+b+c=0$	0,5
	PT (1) có 2 nghiệm phân biệt: $x_1=1$ và $x_2=6$	0,5
b)	Tìm giá trị m thỏa mãn	**3,5**
	Để PT(1) có 2 nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a\ne 0 \\ \Delta\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2\ne 0 \\ (2m+1)^2-4(m-2)(3m-3)\ge 0\end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ne 2 \\ -8m^2+40m-23\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ne 2 \\ \dfrac{10-3\sqrt{6}}{4}\le m\le \dfrac{10+3\sqrt{6}}{4}\end{cases}$ (*)	1,0
	Theo hệ thức Viet ta có: $x_1+x_2=\dfrac{2m+1}{m-2}$ và $x_1x_2=\dfrac{3m-3}{m-2}$	0,5
	Theo bài ra: $(2m+1)x_1+(m-2)x_2^2=m-2 \Leftrightarrow (x_1+x_2)x_1+x_2^2=1$	0,5
	$\Leftrightarrow \left(\dfrac{2m+1}{m-2}\right)^2-\dfrac{3m-3}{m-2}=1 \Leftrightarrow 17m=9 \Leftrightarrow m=\dfrac{9}{17}$ (Không thỏa mãn)	0,5
	Vậy không có giá trị m thỏa mãn bài toán.	0,5
2.	Giải phương trình:	**3,0**
	ĐK: $x\ge 0$ Trên ĐK đó PT $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x+\sqrt{x}+1=\sqrt{2x^2-3x+2}\ (1)\end{array}\right.$	0,5
	Giải PT(1). Ta nhận thấy $x=0$ không là nghiệm của PT (1) nên PT (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}+1=\sqrt{2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)-3}$	0,5
	Đặt $t=\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$; ĐK: $t\ge 2$	0,5
	Ta được PT: $t+1=\sqrt{2t^2-7} \Leftrightarrow t^2-2t-8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=4 \\ t=-2\quad \text{(Loại)}\end{array}\right.$	0,5
	Khi $t=4$ ta có $\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}=4 \Leftrightarrow x-4\sqrt{x}+1=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=2\pm\sqrt{3} \Leftrightarrow x=7\pm 4\sqrt{3}$ Vậy PT đã cho có ba nghiệm: $x=1$ và $x=7\pm 4\sqrt{3}$	1,0
3.	Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức	**2,0**
	Ta có: $P=(a-b)^2-2(a+b)=(a+b)^2-3(a+b)$ Đặt: $t=a+b\ge \dfrac{1}{2}$. Khi đó: $P=f(t)=t^2-3t$	0,5

	Theo bài ra: $a+b=4ab\le(a+b)^2\Rightarrow a+b\ge1\Rightarrow t\ge1$ (do $a+b\ge\frac{1}{2}$) $a,b\in[0;2]\Rightarrow(a-2)(b-2)=ab-2(a+b)+4\ge0$ $\Rightarrow\frac{a+b}{4}-2(a+b)+4\ge0\Rightarrow a+b\le\frac{16}{7}\Rightarrow t\le\frac{16}{7}$	0,5
	Xét hàm số: $f(t)=t^2-3t$ trên đoạn $\left[1;\frac{16}{7}\right]$ Ta có bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccccc} t & 1 & & \frac{3}{2} & & \frac{16}{7} \\ \hline f(t) & -2 & & & & -\frac{80}{49} \\ & & \searrow & & \nearrow & \\ & & & -\frac{9}{4} & & \end{array}$	0,5
	Vậy $\max P=-\frac{80}{49}$ khi $a=2;b=\frac{2}{7}$ hoặc $a=\frac{2}{7};b=2$	0,5
4.	Tính giá trị của biểu thức	**3,0**
	Ta có: $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin\alpha-\cos\alpha)$ $\sqrt{2(1-\sin\alpha\cos\alpha+\sin\alpha-\cos\alpha)}=\sqrt{(1+\sin\alpha-\cos\alpha)^2}$	1,0
	$\Rightarrow P=-\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin\alpha-\cos\alpha)+\left\|\sin\alpha-\cos\alpha+1\right\|$	0,5
	Theo bài ra: $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2+(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=2\Rightarrow(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=\frac{1}{2}$ Do $\alpha\in\left(0;\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow\sin\alpha-\cos\alpha<0\Rightarrow\sin\alpha-\cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{2}}$	1,0
	Vậy: $P=\frac{3-\sqrt{2}}{2}$	0,5
5.	Xác định điểm K	**4,0**
	Đặt: $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$; $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ và $\overrightarrow{AK}=t.\overrightarrow{AC}$	0,5
	Khi đó: $\overrightarrow{BK}=-\vec{a}+t.\vec{b}$	0,5
	Ta có: $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AM}=\frac{3}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}\right);\overrightarrow{BM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ $=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)\Rightarrow\overrightarrow{AI}=\frac{9}{16}\vec{a}+\frac{3}{16}\vec{b}$ Mà $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{AB}=\frac{9}{16}\vec{a}+\frac{3}{16}\vec{b}-\vec{a}=-\frac{7}{16}\vec{a}+\frac{3}{16}\vec{b}$ 	1,0

	Để ba điểm B,I,K thẳng hàng thì $\exists m:\overrightarrow{BK}=m\overrightarrow{BI}\Leftrightarrow -\vec{a}+t.\vec{b}=m\left(-\frac{7}{16}\vec{a}+\frac{3}{16}\vec{b}\right)$	0,5
	$\Leftrightarrow\begin{cases}-1=-\frac{7m}{16}\\ t=\frac{3m}{16}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\frac{16}{7}\\ t=\frac{3}{7}\end{cases}$	0,5
	Suy ra $\overrightarrow{AK}=\frac{3}{7}.\overrightarrow{AC}\Rightarrow AK=\frac{3}{7}.AC$ Vậy điểm K thuộc cạnh AC sao cho $AK=\frac{3}{7}.AC$	1,0
6.	Viết phương trình cạnh BC	**3,0**
	Đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I\left(-\frac{1}{2};1\right)$	0,5
	Phương trình đường thẳng $AD: x-2=0$	0,5
	Giao điểm E khác A của AD với đường tròn (C) là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x-2=0\\ 4x^2+4y^2+4x-8y-120=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2;y=-4\\ x=2;y=6\end{array}\right.\Rightarrow E(2;-4)$	1,0
	Mặt khác $\widehat{BAE}=\widehat{CAE}$ (do AD là phân giác) $\Rightarrow EB=EC\Rightarrow IE\perp BC$ 	0,5
	Mà $\overrightarrow{IE}=\left(\frac{5}{2};-5\right)\Rightarrow$ cạnh BC có vtpt $\vec{n}=(1;-2)$ Phương trình cạnh BC: $1(x-2)-2\left(y+\frac{3}{2}\right)=0\Leftrightarrow x-2y-5=0$	0,5

<u>Một số điểm lưu ý:</u>

Học sinh có thể giải cách khác đáp án nếu đúng cho điểm tương ứng như trong đáp án đã nêu.

<u>Cách giải khác Câu 3:</u> (Dồn biến theo tích a.b)

Ta có: $P=(a-b)^2-2(a+b)=16(ab)^2-12ab$

Đặt: $t=ab\geq\frac{1}{16}$. Khi đó: $P=f(t)=16t^2-12t$

Theo bài ra: $4ab\leq(a+b)^2=16(ab)^2\Rightarrow ab\geq\frac{1}{4}\Rightarrow t\geq\frac{1}{4}$ (do $ab\geq\frac{1}{16}$)

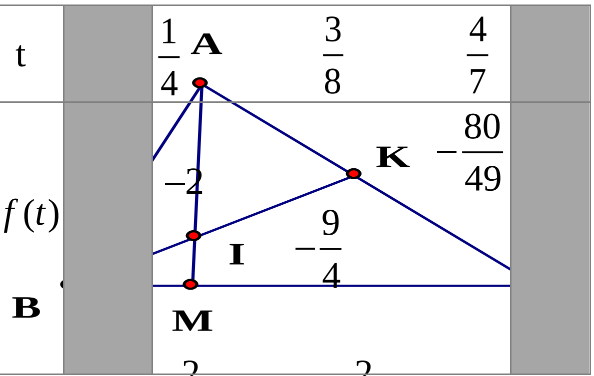
$$a,b\in[0;2]\Rightarrow(a-2)(b-2)=ab-2(a+b)+4\geq 0$$

$$\Rightarrow ab-8ab+4\geq 0\Rightarrow ab\leq\frac{4}{7}\Rightarrow t\leq\frac{4}{7}$$

Xét hàm số: $f(t)=16t^2-12t$ trên đoạn $\left[\frac{1}{4};\frac{4}{7}\right]$

Ta có bảng biến thiên:

t	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{7}$
$f(t)$	-2	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{80}{49}$



Vậy $\max P=-\frac{80}{49}$ khi $t=\frac{4}{7}\Rightarrow$ $a=2;b=\frac{2}{7}$ hoặc $a=\frac{2}{7};b=2$

<u>Cách giải khác Câu 5:</u> (Bằng cách sử dụng định lí Menelaus)

Định lí (Menelaus): Là định lí không quen thuộc trong chương trình giáo khoa THCS.

Vì vậy yêu cầu học sinh cần nêu rõ tên và nội dung của định lí như dưới đây (không cần chứng minh).

Định lí (Menelaus): Cho tam giác ABC, ba điểm M,N,P lần lượt nằm trên các đường thẳng AB, BC, CA. Nếu M,N,P thẳng hàng khi và chỉ khi $\frac{MA}{MB}.\frac{NB}{NC}.\frac{PC}{PA}=1$

Áp dụng định lí (Menelaus) cho tam giác AMC ta có ba điểm I,B,K lần lượt nằm trên ba đường thẳng AM, MC, CK.

Khi đó I, B, K thẳng hàng khi và chỉ khi $\frac{IA}{IM}.\frac{BM}{BC}.\frac{KC}{KA}=1$

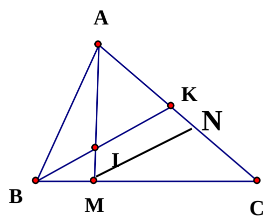
Mà $IA=3IM\Rightarrow\frac{IA}{IM}=3$; $MC=3MB\Rightarrow\frac{BM}{BC}=\frac{1}{4}$

Từ đó ta có: $3.\frac{1}{4}.\frac{KC}{KA}=1\Rightarrow AK=\frac{3}{4}.KC$

Vậy điểm K thuộc cạnh AC sao cho $AK=\frac{3}{4}.KC$

<u>Cách khác câu 5: (giải theo CT lớp 9)</u>

Kẻ MN // BK , N thuộc AC



Theo định lí Talet trong tam giác CBK ta có: $\frac{CM}{MB}=\frac{CN}{NK}=3$

Theo định lí Talet trong tam giác AMN ta có: $\frac{AI}{IM}=\frac{AK}{KN}=3$

Từ đây suy ra: $\frac{AK}{KN}=\frac{CN}{NK}=3 \Rightarrow AK=CN=3NK$

Mà $CK=CN+NK=4NK$

ĐỀ SỐ 3

Câu I: (1,5 điểm). So sánh các số thực sau (Không dùng máy tính gần đúng).

$$\sqrt{3\sqrt{2}} \text{ và } \sqrt{2\sqrt{3}}$$

Câu II: (3,0 điểm). Cho $A=\frac{1}{x-2}+\frac{x^2-x-2}{x^2-7x+10}-\frac{2x-4}{x-5}$

a) Rút gọn A.

b) Tìm x nguyên để A nguyên.

Câu III: (5,0 điểm).

1) Mỗi học sinh lớp 10A1 đều chơi bóng đá hoặc bóng chuyền. Biết rằng có 25 bạn chơi bóng đá, 20 bạn chơi bóng chuyền và 10 bạn chơi cả hai môn thể thao này. Hỏi lớp 10A1 có bao nhiêu học sinh.

2) Cho các nữa khoảng $A=(a;\, a+1],\ \ B=[b;\, b+2).$ **Đặt** $C=A\cup B.$ **Với điều kiện nào của các số thực a và b thì C là một đoạn? Tính độ dài của đoạn C khi đó .**

3) Tìm một tính chất đặc trưng cho các phần tử của mỗi tập hợp sau:

a) $\mathrm{A}=\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{6},\frac{1}{12},\frac{1}{20},\frac{1}{30}\right\}$ **b)** $\mathrm{B}=\left\{\frac{2}{3},\frac{3}{8},\frac{4}{15},\frac{5}{24},\frac{6}{35}\right\}$

Câu IV: (3,0 điểm).

1) Tìm m để phương trình $\left|x^2-1\right|=m^4-m^2+1$ **có bốn nghiệm phân biệt.**

2) Gi¶i hÖ ph¬ng tr×nh: $\begin{cases} x^4+3=4y \\ y^4+3=4x \end{cases}$

Câu V: (4,0 điểm).

1) **Cho tam giác ABC có trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm của AM và K là điểm trên cạnh AC sao cho** $\mathrm{AK}=\frac{1}{3}\mathrm{AC}$ **. Chứng minh ba điểm B, I ,K thẳng hàng.**

2) **Cho tứ giác ABCD. Các điểm M, N, P và Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD và DA. Chứng minh hai tam giác ANP và CMQ có cùng trọng tâm.**

Câu VI: (3,5 điểm). Cho đường tròn tâm (O; R) đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trong đoạn AB lấy điểm M khác 0. Đường thẳng CM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai N.

Đường thẳng vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến với đường tròn (O) tại N ở điểm P. Chứng minh rằng:

a) **Các điểm O, M, N, P cùng nằm trên một đường tròn.**
b) **Tứ giác CMPO là hình bình hành.**
c) **CM.CN = 2R2**

---HẾT---

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

<table>
<tr><th>CÂU</th><th>NỘI DUNG ĐÁP ÁN</th></tr>
<tr><td rowspan="2">I.
(1,5đ)</td><td>Giả sử $\sqrt{3\sqrt{2}} > \sqrt{2\sqrt{3}} \Leftrightarrow \left(\sqrt{3\sqrt{2}}\right)^2 > \left(\sqrt{2\sqrt{3}}\right)^2$</td></tr>
<tr><td>$\Leftrightarrow 3\sqrt{2} > 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \left(3\sqrt{2}\right)^2 > \left(2\sqrt{3}\right)^2 \Leftrightarrow 18 > 12$ (BĐT đúng)</td></tr>
<tr><td>II
(3,0 đ)</td><td>a) (1,5 đ) x2-7x+10=(x-5)(x-2). Điều kiện để A có nghĩa là x ≠5và x ≠2
$A=\frac{1}{x-2}+\frac{x^2-x-2}{x^2-7x+10}-\frac{2x-4}{x-5}=\frac{1}{x-2}+\frac{x^2-x-2}{(x-5)(x-2)}-\frac{2x-4}{x-5}=$
$=\frac{x-5+x^2-x-2-(2x-4)(x-2)}{(x-5)(x-2)}$
$=\frac{-x^2+8x-15}{(x-5)(x-2)}=\frac{-(x-5)(x-3)}{(x-5)(x-2)}=\frac{-x+3}{x-2}$
b) (1,5 đ) $A=\frac{-(x-2)+1}{x-2}=-1+\frac{1}{x-2}$, với x nguyên, A nguyên khi và chỉ khi $\frac{1}{x-2}$ nguyên, khi đó x-2=1 hoặc x-2 =-1 nghĩa là x=3, hoặc x=1.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">III

(5,0đ)</td><td>1)(2 đ) Gọi A là tập hợp các học sinh lớp 10A1 chơi bóng đá
B là tập hợp các học sinh lớp 10A1 chơi bóng chuyền. Vì mỗi bạn của lớp 10A1 đều chơi bong đá hoặc bóng chuyền nên $A\cup B$ là tập các học sinh của lớp. Để đếm số phần tử của $A\cup B$. Số phần tử của A là 25 Hs và của B là 20 hs. Nhưng khi đó các phần tử thuộc $A\cap B$ được đếm hai lần(10 lần).
Vậy số phần tử của $A\cup B$ là 25+20 -10 = 35. Lớp 10A1 có 35 hs.</td></tr>
<tr><td>2) (2 đ) $C=[b;\, b+2)\cup(a;\, a+1]$ là một đoạn ⇔ $b\le a<b+2\le a+1$
$\Leftrightarrow\ b+1\le a<b+2.$ (*)
Khi đó, $C=[b;\, b+2)\cup(a;\, a+1]=[b;\ a+1]$ là đoạn có độ dài $|a-b+1|$</td></tr>
<tr><td>3) (1 đ) a) $A=\left\{\frac{1}{n(n+1)}/\, n\in N, 1\le n\le 5\right\}$
b) $A=\left\{\frac{n}{n^2-1)}/\, n\in N, 2\le n\le 6\right\}$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="2">IV
(3,0đ)</td><td>

1) (1,5 đ) Ta có: $m^4 - m^2 + 1 > 0$

PT $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2 = m^4 - m^2 + 2 & (1) \\ x^2 = m^2 - m^4 = m^2(1-m^2) & (2) \end{array}\right.$

(1) có 2 nghiệm phân biệt với mọi m vì $m^4 - m^2 + 2 > 0$

(2) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $m \neq 0$ **và** $1 - m^2 > 0$ $\Leftrightarrow$ $m \in (-1;\, 1)\backslash\{0\}$

PT có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $m \in (-1;1)\backslash\{0\}$ **và** $m^4 - m^2 + 2 \neq m^2 - m^4$

$\Leftrightarrow$ $m \in (-1;1)\backslash\{0\}$ **và** $m^4 - m^2 + 1 \neq 0$ $\Leftrightarrow$ $m \in (-1;1)\backslash\{0\}$**, kết luận**

</td></tr>
<tr><td>

2) (1,5 đ) . §iÒu kiÖn ®Ó hÖ cã nghiÖm lµ: $\begin{cases} x \geq 3/4 \\ y \geq 3/4 \end{cases}$ **(*)**

Víi ®iÒu kiÖn (*), ta cã: $\begin{cases} x^4 + 3 = 4y \\ y^4 + 3 = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 + 3 = 4y & (a) \\ x^4 - y^4 + 4(x-y) = 0 & (b) \end{cases}$

$(b) \Leftrightarrow (x-y)\left[(x+y)(x^2+y^2)+4\right] = 0 \Leftrightarrow x - y = 0 \Leftrightarrow x = y$

(v× $x, y \geq 3/4 > 0$ **nªn** $(x+y)(x^2+y^2)+4 > 0$**).**

Thay vµo (a): $x^4 + 3 = 4y \Leftrightarrow x^4 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 1 - 4(x-1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^3+x^2+x-3) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x^2+2x+3) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

v× $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 > 0$.

So víi ®iÒu kiÖn (*), ta cã: $x = y = 1 > 3/4$.

VËy hÖ ph¬ng tr×nh cã nghiÖm duy nhÊt : $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">V
(4,0đ)</td><td>

1) (2,0 đ) Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{BA};\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ **.Ta có**

$\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK} = \vec{u} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \frac{2}{3}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}$ (1)

$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}) = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{4}\vec{v}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $2\vec{u} + \vec{v} = 3\overrightarrow{BK}$ $, 2\vec{u} + \vec{v} = 4\overrightarrow{BI}$ **vậy** $3\overrightarrow{BK} = 4\overrightarrow{BI}$ **hay** $\overrightarrow{BK} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BI}$

Do đó ba điểm B, I, K thẳng hàng

</td></tr>
<tr><td>

2) (2,0 đ) Gọi G là trọng tâm tam giác ANP .Khi đó $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GP} = \vec{0}$

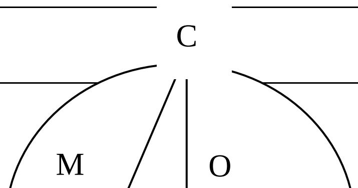
Ta có

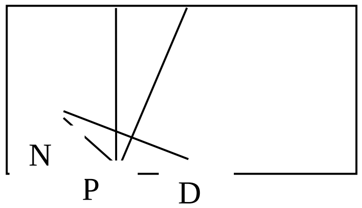
$\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GQ} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{PQ}$

$= \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{PQ}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

Vậy $\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GQ} = \vec{0}$ **Suy ra G là trọng tâm tam giác CMQ**

</td></tr>
<tr><td>VI
(3,5đ)</td><td></td></tr>
</table>





a) (1,5 đ) * Tam giác OMP vuông tại M nên O, M, P thuộc đường tròn đường kính OP.
*** Tam giác ONP vuông tại N nên O, N, P thuộc đường tròn đường kính OP.**
*** Vậy O, M, N, P cùng thuộc đường tròn đường kính OP.**

b) (1,0 đ) MP//OC (vì cùng vuông góc với AB)

$NMP = NCD$ **(hai góc đồng vị)**

$ONC = OCN$ **(hai góc đáy của tam giác cân ONC)**

$NMP = NOP$ **(hai góc nội tiếp cùng chắn cung NP)**

Suy ra $MNO = NOP$ **; do đó, OP//MC.**
Vậy tứ giác MCOP là hình bình hành.

c) (1,0 đ) $\Delta CND \backsim \Delta COM\,(g.g)$

Nên $\dfrac{OC}{CN} = \dfrac{CM}{CD}$ **hay CM.CN = OC.CD = 2R2**