ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI 10 CÓ ĐÁP ÁN

ĐỀ SỐ 1

Câu 1. (2,*5 điểm*) Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d) có phương trình $y = x + m$. Tìm m để đường thẳng *d* cắt *(P)* tại hai điểm phân biệt *A*, *B* sao cho $OA^2 + OB^2 = 82$.

Câu 2. (3,*0 điểm*)

1. Giải bất phương trình $\dfrac{3-2\sqrt{x^2+3x+2}}{1-2\sqrt{x^2-x+1}} > 1$.

2. Giải phương trình $2\sqrt{3x+7} - 5\sqrt[3]{x-6} = 4$.

3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 2(x^2 - y^2) = 7 \\ 2(x^2 + y^2) = 5 \end{cases}$.

Câu 3. (*2,0 điểm*)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình thang vuông $ABCD$ $\left(A = D = 90^0\right)$ có đỉnh $D(2;2)$ và $CD = 2AB$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm D lên đường chéo AC. Điểm $M(\frac{22}{5};\frac{14}{5})$ là trung điểm của HC. Xác định toạ độ đỉnh B, biết rằng đỉnh B nằm trên đường thẳng $\Delta: x - 2y + 4 = 0$.

2. Cho tam giác *ABC* là một tam giác bất kì. Chứng minh rằng với mọi số x ta đều có:

$$1 + \frac{1}{2}x^2 \geq \cos A + x\left(\cos B + \cos C\right).$$

Câu 4. (*1,5 điểm*) Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{\sin 10^0} - \dfrac{\sqrt{3}}{\cos 10^0} = 4$.

Câu 5. (1,*0 điểm*)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{a+bc} + \frac{b^2}{b+ca} + \frac{c^2}{c+ab} \geq \frac{a+b+c}{4}.$$

----------------Hết----------------

Họ và tên thí sinh :.. Số báo danh ....

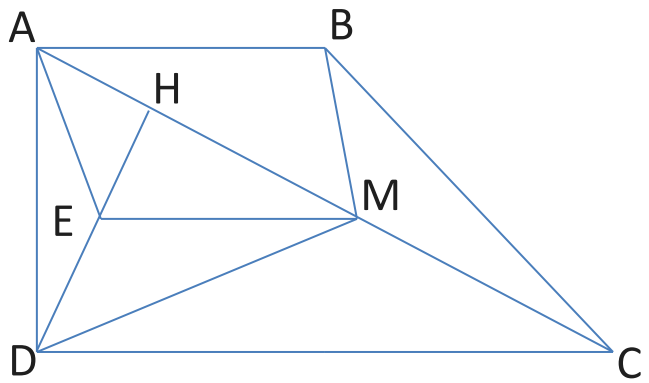
Họ và tên, chữ ký: Giám thị 1:...

Giám thị 2:...

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT LÝ THÁI TỔ

HƯỚNG DẪN CHẤM
THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
NĂM HỌC 2015 - 2016
Môn: Toán – Lớp 10 – THPT

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
1		***2,5***
	Hoành độ giao điểm của d và (P) là nghiệm phương trình: $x^2-2x+2=x+m \Leftrightarrow x^2-3x+2-m=0$ (1)	0,5
	Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $\Delta=9-4(2-m)>0 \Leftrightarrow 4m+1>0 \Leftrightarrow m>-1/4$ (*) Với điều kiện (*), gọi hai giao điểm là $A(x_1;x_1+m), B(x_2;x_2+m)$, trong đó x_1,x_2 là các nghiệm của (1). Theo định lý Viet ta có: $x_1+x_2=3, x_1x_2=2-m$.	1,0
	Ta có: $OA^2+OB^2=82 \Leftrightarrow x_1^2+\left(x_1+m\right)^2+x_2^2+\left(x_2+m\right)^2=82$ $\Leftrightarrow 2\left(x_1^2+x_2^2\right)+2m\left(x_1+x_2\right)+2m^2=82 \Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2+m\left(x_1+x_2\right)+m^2=41$	0,5
	$\Leftrightarrow 9-2(2-m)+3m+m^2=41 \Leftrightarrow m^2+5m-36=0 \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-9 \end{array}\right.$ Đối chiếu điều kiện (*) ta được m = 4 là giá trị cần tìm.	0,5
2.1		***1,0***
	ĐKXĐ: $x\le -2 \vee x\ge -1$ Ta có: $1-2\sqrt{x^2-x+1}=1-\sqrt{(2x-1)^2+3}\le 1-\sqrt{3}<0$ với mọi $x\in \mathbb{R}$, nên BPT $\Leftrightarrow 3-2\sqrt{x^2+3x+2}<1-2\sqrt{x^2-x+1} \Leftrightarrow 1+\sqrt{x^2-x+1}<\sqrt{x^2+3x+2}$	0,5
	$\Leftrightarrow x^2-x+1+2\sqrt{x^2-x+1}+1<x^2+3x+2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-x+1}+1<2x$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x^2-x+1<4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 3x^2+x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x<\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2} \vee x>\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x>\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2}$ Vậy BPT có tập nghiệm $S=\left(\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2};+\infty\right)$	0,5
2.2		***1,0***
	ĐKXĐ: $x\ge -7/3$ Đặt: $\sqrt[3]{x-6}=t \Rightarrow x=t^3+6$ PT trở thành: $\Leftrightarrow 2\sqrt{3(t^3+6)+7}=5t+4$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t\ge -4/5 \\ 4(3t^3+25)=(5t+4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t\ge -4/5 \\ 12t^3-25t^2-40t+84=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t\ge -4/5 \\ (t-2)(12t^2-t-42)=0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t\ge -4/5 \\ t=2 \vee t=\dfrac{1\pm\sqrt{2017}}{24} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=\dfrac{1+\sqrt{2017}}{24} \end{array}\right.$ Với $t=2 \Rightarrow x=14$	0,5

	Với $t=\frac{1+\sqrt{2017}}{24}\Rightarrow x=6+\left(\frac{1+\sqrt{2017}}{24}\right)^3$ Vậy phương trình có tập nghiệm là: $S=\left\{14;\ 6+\left(\frac{1+\sqrt{2017}}{24}\right)^3\right\}$	0,25
2.3		***1,0***
	Đặt $\begin{cases}x+y=a\\x-y=b\end{cases}$. Khi đó: $\begin{cases}2x=a+b\\2(x^2+y^2)=(x+y)^2+(x-y)^2=a^2+b^2\end{cases}$ HPT trở thành: $\begin{cases}a+b+2ab=7\\a^2+b^2=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2ab=7-(a+b)\\(a+b)^2-2ab=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2ab=7-(a+b)\\(a+b)^2+(a+b)-12=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}2ab=7-(a+b)\\a+b=3\vee a+b=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=3\\ab=2\end{cases}$ (thoả mãn) $\vee\begin{cases}ab=11/2\\a+b=-4\end{cases}$ (loại)	0,5
	* $\begin{cases}a+b=3\\ab=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}\vee\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$ Với $\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y=2\\x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3/2\\y=1/2\end{cases}$ Với $\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y=1\\x-y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3/2\\y=-1/2\end{cases}$ Vậy hệ có tập nghiệm là: $S=\left\{\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right),\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)\right\}$	0,5
3.1		***1,0***
	Gọi E là trung điểm của đoạn DH. Khi đó ABME là hình bình hành suy ra $ME\perp AD$ nên E là trực tâm tam giác ADM suy ra $AE\perp DM$. Mà AE//BM nên $DM\perp BM$  	0,5
	Phương trình đường thẳng BM đi qua $M\left(\frac{22}{5};\frac{14}{5}\right)$ nhận $\overrightarrow{DM}=\left(\frac{12}{5};\frac{4}{5}\right)$ làm VTPT là: $\frac{12}{5}\left(x-\frac{22}{5}\right)+\frac{4}{5}\left(y-\frac{14}{5}\right)=0\Leftrightarrow 3x+y-16=0$ Toạ độ B là nghiệm của hệ: $\begin{cases}3x+y-16=0\\x-2y+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=4\end{cases}\Rightarrow B(4;4)$ Vậy $B(4;4)$.	0,5
3.2		***1,0***
	BPT được viết lại như sau: $x^2-2x(\cos B+\cos C)+2-2\cos A\geq 0$ (*)	0,5

	Xét $\Delta'=(\cos B+\cos C)^2-(2-2\cos A)=4\cos^2\left(\dfrac{B+C}{2}\right)\cos^2\left(\dfrac{B-C}{2}\right)-4\sin^2\dfrac{A}{2}$	
	Do A, B, C là ba góc của một tam giác nên $A+B+C=\pi\Rightarrow\dfrac{B+C}{2}=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{A}{2}$ $\Rightarrow\cos\left(\dfrac{B+C}{2}\right)=\sin\dfrac{A}{2}$. Vì vậy $\Delta'=4\sin^2\dfrac{A}{2}\cos^2\left(\dfrac{B-C}{2}\right)-4\sin^2\dfrac{A}{2}=4\sin^2\dfrac{A}{2}\left(\cos^2\left(\dfrac{B-C}{2}\right)-1\right)$ $=-4\sin^2\dfrac{A}{2}\sin^2\left(\dfrac{B-C}{2}\right)\le 0,\ \forall A,B,C$. Do đó Bpt (*) nghiệm đúng với mọi giá trị thực x.	0.5
4		***1,5***
	Đặt $P=\dfrac{1}{\sin10^0}-\dfrac{\sqrt{3}}{\cos10^0}$ Ta có: $P=\dfrac{\cos10^0-\sqrt{3}\sin10^0}{\sin10^0\cos10^0}=\dfrac{2\left(\dfrac{1}{2}\cos10^0-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin10^0\right)}{\dfrac{1}{2}\sin20^0}$	1,0
	$=\dfrac{2\sin(30^0-10^0)}{\dfrac{1}{2}\sin20^0}=\dfrac{4\sin20^0}{\sin20^0}=4$	0,5
5		***1,0***
	Với các số thực dương a, b, c từ giả thiết ta có: $abc=ab+bc+ca$ Khi đó: $\dfrac{a^2}{a+bc}=\dfrac{a^3}{a^2+abc}=\dfrac{a^3}{a^2+ab+bc+ca}=\dfrac{a^3}{(a+c)(a+b)}$ Sử dụng bất đẳng thức AM-GM (côsi) ta có: $\dfrac{a^3}{(a+c)(a+b)}+\dfrac{a+c}{8}+\dfrac{a+b}{8}\ge\dfrac{3a}{4}\Rightarrow\dfrac{a^3}{(a+c)(a+b)}\ge\dfrac{4a-b-c}{8}\Rightarrow\dfrac{a^2}{a+bc}\ge\dfrac{4a-b-c}{8}$ (1)	0,5
	Tương tự: $\dfrac{b^2}{b+ac}\ge\dfrac{4b-a-c}{8}$ (2); $\dfrac{c^2}{c+ab}\ge\dfrac{4c-a-b}{8}$ (3) Cộng vế với vế của (1), (2), (3) ta được: $\dfrac{a^2}{a+bc}+\dfrac{b^2}{b+ac}+\dfrac{c^2}{c+ab}\ge\dfrac{a+b+c}{4}$ (đpcm) Dấu đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=\dfrac{1}{3}$.	0,5

1. Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược một cách giải. Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới được tính điểm tối đa.

2. Với các cách giải đúng nhưng khác đáp án, tổ chấm trao đổi và thống nhất điểm chi tiết nhưng không được vượt quá số điểm dành cho bài hoặc phần đó. Mọi vấn đề phát sinh trong quá trình chấm phải được trao đổi trong tổ chấm và chỉ cho điểm theo sự thống nhất của cả tổ.

3. Điểm toàn bài là tổng số điểm của các phần đã chấm, không làm tròn điểm

Đề số 2

Câu 1.

a) Giải bất phương trình

$$x^2-6x+2\geq 2(2-x)\sqrt{2x-1}.$$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^5+xy^4=y^{10}+y^6 \\ \sqrt{4x+5}+\sqrt{y^2+8}=6 \end{cases}$

Câu 2.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^2-m=y(x+my) \\ x^2-y=xy \end{cases}$$

Câu 3.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $I(2;4)$ và các đường thẳng $d_1: 2x-y-2=0,\ d_2: 2x+y-2=0$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I sao cho (C) cắt d_1 tại A, B và cắt d_2 tại C, D thỏa mãn $AB^2+CD^2+16=5AB.CD.$

Câu4.

1. Cho tam giác ABC có $AB= c$,$BC=a$,$CA=b$ .Trung tuyến CM vuông góc với phân giác trong AL và $\dfrac{CM}{AL}=\dfrac{3}{2}\sqrt{5-2\sqrt{5}}$.

   Tính $\dfrac{b}{c}$ và $\cos A$.

2. Cho a,b $\in \mathbb{R}$ thỏa mãn: $(2+a)(1+b)=\dfrac{9}{2}$

   Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\sqrt{16+a^4}+4\sqrt{1+b^4}$

Câu 5.

Cho $f(x)=x^2-ax+b$ với a,b $\in \mathbb{Z}$ thỏa mãn điều kiện: Tồn tại các số nguyên m,n,p đôi một phân biệt và $1\leq m,n,p\leq 9$ sao cho: $|f(m)|=|f(n)|=|f(p)|=7$.

Tìm tất cả các bộ số (a;b).

______________ Hết ______________

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: ………………………………………………Số báo danh: ………………

SỞ GD-ĐT HÀ TĨNH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2012-2013

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

(Hướng dẫn chấm gồm 4 trang)

Câu1	**Đáp án**	**Điểm**
3 điểm	Điều kiện: $x \ge \frac{1}{2}$. Đặt $t = \sqrt{2x-1}$ $(t \ge 0)$ thì $2x = t^2 + 1$. Khi đó ta có $x^2 - 6x + 2 - 2(2-x)t \ge 0 \Leftrightarrow x^2 + 2tx - 4t - 3(t^2+1) + 2 \ge 0$	**1.0**
	$\Leftrightarrow (x+t)^2 - (2t+1)^2 \ge 0 \Leftrightarrow (x+3t+1)(x-t-1) \ge 0$	**0.5**
	$\Leftrightarrow x - 1 \ge t$ (do $x + 3t + 1 > 0; \forall x \ge \frac{1}{2}; \forall t \ge 0$).	**0.5**
	Với $x - 1 \ge t$ ta có $x - 1 \ge \sqrt{2x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ x^2 - 2x + 1 \ge 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge 2 + \sqrt{2}$. Đối chiếu điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = [2+\sqrt{2}; +\infty)$.	**1.0**
3 điểm	$\begin{cases} x^5 + xy^4 = y^{10} + y^6 \quad (1) \\ \sqrt{4x+5} + \sqrt{y^2+8} = 6 \quad (2) \end{cases}$ Điều kiện: $x \ge -\frac{5}{4}$	**0.5**
	Th1: $y = 0 \Rightarrow x = 0$ không thỏa mãn	**0.5**
	Th2: $y \ne 0$ ta có:	**0,5**

	$(1) \Leftrightarrow \left(\dfrac{x}{y}\right)^5 + \dfrac{x}{y} = y^5 + y \Leftrightarrow (t-y)(t^4 + t^3y + t^2y^2 + ty^3 + y^4) = 0$ với t=x/y $\Leftrightarrow\ (t-y)\left[(t^2+y^2)^2 + (t+y)^2(t^2 - yt + y^2) + 2\right] = 0$ $\Leftrightarrow$ t=y hay $y^2 = x$	
	Thay vào (2): $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x+8} = 6 \quad \Leftrightarrow 2\sqrt{4x^2+37x+40} = 23 - 5x$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \le \dfrac{23}{5} \\ x^2 - 42x + 41 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = \pm 1$	**1**
	Đối chiếu đk ta được nghiêm hệ là: $(x;y) = \{(1;1);(-1;1)\}$	**0.5**
Câu2	Hệ đã cho tương đương với: $\begin{cases} my^2 - y + m = 0 \ (1) \\ x^2 - yx - y = 0 \ (2) \end{cases}$	**0,5**
	Phương trình (2) (ẩn x) có nghiệm là $\Delta_x = y^2 + 4y \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y \ge 0 \\ y \le -4 \end{array}\right.$	**0,5**
	Th1: $m = 0$, ta có $y = 0$, $x = 0$. Suy ra $m = 0$ thỏa mãn.	**0,5**
3 điểm	Th2: $m \ne 0$. Phương trình (1) (ẩn y) không có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;-4] \cup [0;+\infty)$ (*) là (1) vô nghiệm hoặc (1) có 2 nghiệm đều thuộc $(-4;0)$, điều kiện là $\left[\begin{array}{l} \Delta = 1 - 4m^2 < 0 \\ \begin{cases} \Delta = 1 - 4m^2 \ge 0 \\ -4 < y_1 < 0 \\ -4 < y_2 < 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta = 1 - 4m^2 < 0 \\ \begin{cases} \Delta = 1 - 4m^2 \ge 0 \\ -4 < \dfrac{1 - \sqrt{1-4m^2}}{2m} < 0 \\ -4 < \dfrac{1 + \sqrt{1-4m^2}}{2m} < 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \in (-\infty; -\dfrac{1}{2}) \cup (\dfrac{1}{2}; +\infty) \\ \begin{cases} -\dfrac{1}{2} \le m < 0 \\ \sqrt{1-4m^2} > 1 + 8m \quad (A) \\ \sqrt{1-4m^2} < -1 - 8m \end{cases} \end{array}\right. \quad (B)$ (với y_1, y_2 là 2 nghiệm của phương trình (1)).	**0.5**
	$(A) \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{2} \le m < -\dfrac{1}{8} \\ \sqrt{1-4m^2} < -1 - 8m \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \le m < -\dfrac{4}{17} \Rightarrow (B) \Leftrightarrow m \in (-\infty; -\dfrac{4}{17}) \cup (\dfrac{1}{2}; +\infty)$	**0,5**
	Hệ phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) (ẩn y) có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;-4] \cup [0;+\infty)$ hay (*) không xảy ra, điều kiện là $\dfrac{-4}{17} \le m \le \dfrac{1}{2}; m \ne 0$. Vậy tất cả các giá trị m cần tìm là $\dfrac{-4}{17} \le m \le \dfrac{1}{2}$.	**0,5**

Câu3 3 điểm	Gọi hình chiếu của I trên d_1, d_2 lần lượt là E, F.khi đó $IE = d_{(I;d_1)} = \frac{2}{\sqrt{5}}; IF = d_{(I;d_2)} = \frac{6}{\sqrt{5}}$.	**0,5**
	Gọi R là bán kính của đường tròn (C) cần tìm ($R > \frac{6}{\sqrt{5}}$) $AB = 2AE = 2\sqrt{R^2 - \frac{4}{5}}; CD = 2CF = 2\sqrt{R^2 - \frac{36}{5}}$	**1**
	Theo giả thiết ta có: $4\left(R^2 - \frac{4}{5}\right) + 4\left(R^2 - \frac{36}{5}\right) + 16 = 20\sqrt{R^2 - \frac{4}{5}}\sqrt{R^2 - \frac{36}{5}}$.	**0,5**
	$\Leftrightarrow 8R^2 - 16 = 4\sqrt{(5R^2-4)(5R^2-36)} \Leftrightarrow 2R^2 - 4 = \sqrt{(5R^2-4)(5R^2-36)}$ $\Leftrightarrow (2R^2-4)^2 = (5R^2-4)(5R^2-36)$ (do $R > \frac{6}{\sqrt{5}}$) $\Leftrightarrow R = 2\sqrt{2}$ (do $R > \frac{6}{\sqrt{5}}$)	**0.5**
	Vậy phương trình đường tròn (C) cần tìm là $(C): (x-2)^2 + (y-4)^2 = 8$.	**0.5**
4.a 3 điểm	Ta có: $\overrightarrow{AL} = \frac{b}{b+c}\overrightarrow{AB} + \frac{c}{b+c}\overrightarrow{AC}$	**0.5**
	$\overrightarrow{CM} = \frac{\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}}{2} = \frac{\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}}{2}$	**0.25**
	Theo giả thiết: $AL \perp CM \Leftrightarrow \overrightarrow{AL}.\overrightarrow{CM} = 0$	**0.25**
	$\Leftrightarrow \left(b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AC}\right)\left(\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}\right) = 0 \Leftrightarrow bc^2 + bc^2\cos A - 2cb^2\cos A - 2cb^2 = 0$ $\Leftrightarrow (c-2b)(1+\cos A) = 0 \Rightarrow c = 2b$ (do $\cos A > -1$)	**0.5**
	Khi đó: $CM^2 = \frac{b^2+a^2}{2} - \frac{c^2}{4} = \frac{a^2-b^2}{2}$	**0.25**
	$AL^2 = \frac{1}{9}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)^2 = \frac{1}{9}\left(AB^2 + AC^2 + 2\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right) = \frac{2}{9}\left(9b^2 - a^2\right)$	**0.5**
	$\frac{CM}{AL} = \frac{3}{2}\sqrt{5-2\sqrt{5}} \Leftrightarrow \frac{CM^2}{AL^2} = \frac{9}{4}.\frac{a^2-b^2}{9b^2-a^2} = \frac{9}{4}\left(5-2\sqrt{5}\right)$ $\Leftrightarrow \frac{a^2-b^2}{9b^2-a^2} = 5-2\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{a^2}{b^2} = 6-\sqrt{5}$	**0.5**
	$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{5b^2-a^2}{4b^2} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$	**0.25**

4.b 3 điểm	C/M được : $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\geq\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$. ấu bằng xảy ra khi: $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$	**0.5**
	Áp dụng (1) ta có : $\frac{p}{4}=\sqrt{1+\left(\frac{a^2}{4}\right)^2}+\sqrt{1+b^4}\geq\sqrt{4+\left(\frac{a^2}{4}+b^2\right)^2}=\sqrt{4+\frac{(a^2+4b^2)^2}{16}}$	**0.5**
	Mặt khác: $(1+2a)(1+b)=\frac{9}{2}\Leftrightarrow a+2b+ab=\frac{5}{2}$ (2)	**0.25**
	Mà: $\begin{cases} a^2+1\geq 2a \\ 4b^2+1\geq 4b \\ \frac{a^2+4b^2}{2}\geq 2ab \end{cases}\Rightarrow\frac{3(a^2+4b^2)}{2}+2\geq 2a+4b+2ab\Rightarrow a^2+4b^2\geq 2$ (3)	**0.75**
	Từ (1) và (3) suy ra: $p\geq 2\sqrt{17}$ .Dấu "=" xảy ra khi: a=1 và $b=\frac{1}{2}$ Vậy: $MinP=2\sqrt{17}$ Đạt được khi a=1 và $b=\frac{1}{2}$.	**0.5**
2 điểm	3 số f(m),f(n),f(p) hoặc cùng dương, âm hoặc có 2 số cùng dấu nên: <u>Th1</u>: f(m),f(n),f(p) cùng bằng 7 hoặc -7$\Rightarrow$ loại vì phương trình f(x)-7=0 có 3 nghiệm phân biệt	**0,5**
	<u>Th2</u>: $f(m)=f(n)=7$ và $f(p)=-7$ Không mất tính tổng quát,giả sử m>n và $\lvert m-p\rvert\geq\lvert n-p\rvert$ ta có: m,n là nghiệm pt: $x^2-ax+b-7=0$ và p là nghiệm pt: $x^2-ax+b+7=0$ nên : $\begin{cases} m+n=a \\ (n-p)(n+p-a)=14 \\ (m-p)(m+p-a)=14 \end{cases}\Rightarrow(n-p)(p-m)=14\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases} n-p=2 \\ p-m=7 \end{cases}\Rightarrow n-m=9(l) \\ \begin{cases} n-p=-2 \\ p-m=-7 \end{cases}\Rightarrow n-m=-9(l)\end{array}\right.$	**0,5**
	<u>Th3</u>: $f(m)=f(n)=-7$ và $f(p)=7$,khiđó hoàn toàn tương tự ta có: $(p-n)(m-p)=-14\Rightarrow\begin{cases} m-p=-7 \\ p-n=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} m-p=7 \\ p-n=-2 \end{cases}$	**0,5**
	Do m,n,p$\in[1;9]$ nên tìm được 4 bộ là: (a;b)=$\{(11;17),(13;29),(7;-1),(9;7)\}$.	**0.5**

Chú ý: Mọi cách giải đúng khác đều cho điểm tương ứng.