

ĐỀ THI HỌC KÌ I KHỐI 10
MÔN: TOÁN

PHẦN I:

Bài 1:

- a) Viết các tập hợp sau theo cách liệt kê các phần tử của tập hợp

$$\{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 - x - 12)(x + 3) = 0\}$$

- b) Cho $A = [-3; 1]$, $B = [-5; 5]$, $C = [-5; +\infty)$. Cho biết tập hợp nào là tập con của tập khác trong các tập hợp trên và xác định $A \cap B$, $B \cup C$, $B \setminus A$, $B \setminus C$, $C \setminus B$

- c) Cho $A = \{a, b, c\}$; $B = \{a, b, c, d, e\}$. Tìm tập hợp X thỏa mãn: $A \subset X \subset B$.

Bài 2: Cho $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -6 \leq x \leq 10\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 7 \leq x < 12\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x + 4 > 0\}$, $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x + 1 \leq 0\}$.

- a) Dùng các kí hiệu đoạn, khoảng, nửa khoảng... để viết lại các tập hợp trên.
b) Biểu diễn A, B, C, D trên trục số.
c) Xác định $A \cap B$, $B \cup A$, $A \cap D$, $D \setminus B$, $C \setminus A$

PHẦN II: HÀM SỐ

Bài 1: Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \frac{3x-2}{x^2-4x+3}$

b) $y = 2\sqrt{5-4x}$

c) $y = \frac{2}{\sqrt{x+3}} + \sqrt{5-2x}$

d) $y = \sqrt{9-x^2} + \frac{1}{\sqrt{x+2}-2}$

Bài 2: Chứng minh rằng

a) Hàm số $y = -2x^2 + 3x + 1$ nghịch biến trên $(\frac{3}{4}; +\infty)$

b) Hàm số $y = \frac{4+x}{2x-1}$ nghịch biến trên $(-\infty; \frac{1}{2})$

c) Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ đồng biến trên $(2; +\infty)$

Bài 3: Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a) $y = 2x^4 - 3x^2 + 1$

b) $y = 5x^3 - 4x$

c) $y = |4x - 1| + |4x + 1|$

d) $y = \sqrt{4-x} - \sqrt{4+x}$

Bài 4: Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số sau:

a) $y = 3x + 1$ b) $y = \frac{9-x}{2}$ c) $y = x^2 + 5x - 2$ d) $y = -2x^2 - 4x + 6$

Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị các hàm số a) và b); a) và c) và vẽ chúng trên cùng một hệ trục tọa độ.

Bài 5:

- Vẽ parabol $y = 2x^2 - 3x + 1$
- Từ đồ thị chỉ ra x để $y > 0$, $y < 0$; $y \geq 1$.
- Từ đồ thị tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Bài 6: Tìm a , b biết đồ thị hàm số $y = ax + b$

- Đi qua $A(-4; 1)$ và $B(5; 2)$
- Đi qua $M(-1; 1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình $y = 3x + 2013$.

Bài 7: Xác định hàm số bậc hai $y = 2x^2 + bx + c$ biết rằng

- Đồ thị hàm số đi qua $A(2; 1)$ và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ $x = -3$
- Đồ thị có đỉnh $I(-3; 4)$.
- Đồ thị hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x = -2$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 6
- Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$ và đi qua $N(1; -2)$

Bài 8: Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số sau:

a) $y = x^2 - 4|x| + 3$ b) $y = |x^2 - 4x + 3|$ c) $y = x|x - 4| + 3$.

Bài 9: Cho hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ có đồ thị (P) và đường thẳng d_m có phương trình $y = x + m$.

- Tìm m để d_m cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
- Tìm m để d_m cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm về bên phải của trục Oy .
- Tìm m để d_m cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn:
 $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

PHẦN III: PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 1: Giải các phương trình sau:

$$a) \frac{2x+1}{2x-1} + 2 = \frac{4x-1}{2x-1} \quad b) 2x + \frac{3x+1}{x-1} = \frac{x^2+3}{x-1} \quad c) \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1} = 2$$

$$d) \frac{2x+1}{\sqrt{x+2}} = \frac{x+3}{\sqrt{x+2}} \quad e) \frac{2x^2-x}{\sqrt{3x-5}} = \frac{15}{\sqrt{3x-5}} \quad f) \frac{4x^2-5x+1}{\sqrt{4x-1}} = \sqrt{4x-1}$$

Bài 2: Giải các phương trình sau:

$$a) |2x - 3| = x - 5 \quad b) |4x - 1| = |5 - 2x| \quad c) |3x + 1| + |6 - 2x| = 6x - 1$$

$$d) \sqrt{2x-9} = x-5 \quad f) \sqrt{2x^2-5x+2} = 2x-1 \quad g) \sqrt{4x^2+6x+1} = \sqrt{3x+8}$$

$$i) |4x - 1| = 5x^2 + 7x - 9 \quad k) \frac{\sqrt{x^2-7}}{\sqrt{x-3}} + 2\sqrt{x-3} = \frac{9-x}{\sqrt{x-3}} \quad m) x^4 - 8x^2 - 9 = 0$$

$$n) x^2 + 2x + |x+1| - 5 = 0 \quad p) \sqrt{x^2+3x+5} = 2x^2 + 6x - 5$$

Bài 3:

- Tìm hai số u, v thỏa mãn:
$$\begin{cases} u+v=15 \\ u.v=-34 \end{cases}$$
- Tìm m để phương trình $2x^2 - 4x + 5m + 2 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt, có hai nghiệm cùng dấu, có hai nghiệm trái dấu.
- Tìm m để phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt và một nghiệm gấp ba lần nghiệm còn lại.
- Tìm m để phương trình $x^4 - (2m+1)x^2 + 2m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt theo thứ tự tăng dần là x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $x_4 - x_3 = x_3 - x_2 = x_2 - x_1$.
- Tìm m để phương trình $x^2 - 2mx - 3|x - m| + 6 = 0$ có 4 nghiệm x phân biệt.
- Tìm m để phương trình $(x - 2)^2 = 3|x - m|$ có 4 nghiệm x phân biệt.

Bài 4:

- Giải và biện luận phương trình $m(x - 3) = 5x - 2$ theo tham số m .
- Giải phương trình: $4x - 3y = -5$.

Bài 5: Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 2x+4y-5z=3 \\ 7y-2x=5 \\ z=1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x+2y+z=8 \\ -3x+4y+2z=11 \\ 4x-5y+5z=-1 \end{cases}$$

PHẦN IV: BẤT ĐẲNG THỨC

Bài 1: Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) $a^2 + b^2 - ab \geq 0 \forall a, b$ b) $a^2 + b^2c^2 \geq 2abc \forall a, b, c$ c) $\sqrt{a+1} - \sqrt{a-1} > \frac{1}{\sqrt{a}} \forall a \geq 1$

d) $(a + b)^2 \geq 4ab \geq \forall a, b$ e) $(a + b + c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2) \forall a, b, c.$

Bài 2: Chứng minh rằng

a) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b} \forall a, b > 0$ b) $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4 \forall a, b > 0$

c) $\left(1 + \frac{a}{b}\right)\left(1 + \frac{b}{c}\right)\left(1 + \frac{c}{a}\right) \geq 8 \forall a, b, c > 0$ d) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \geq 2\sqrt{(a+b)\sqrt{ab}} \forall a, b > 0$

Bài 3:

a) Cho $x > 3$, tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x) = 2x + \frac{8}{x-3}$

b) Cho $0 < x < 1$, tìm giá trị nhỏ nhất của $G(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{1-x}$

c) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $h(x) = \sqrt{6-2x} + \sqrt{3+2x}$

PHẦN VII: HÌNH HỌC

Bài 1: Cho tứ giác ABCD với M, N lần lượt là trung điểm của đoạn AB và đoạn CD.

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

b) Chứng minh rằng $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$

c) Xác định điểm E và F sao cho $2\overrightarrow{EA} + 3\overrightarrow{EB} = \vec{0}, 2\overrightarrow{FA} + 3\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC} = \vec{0}$.

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $AC = 2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|, |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$.

Bài 3: Cho tam giác ABC, gọi D và M là các điểm được xác định bởi:

$\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AD}$, I là trung điểm của của đoạn AC.

a) Phân tích \overrightarrow{BI} theo \overrightarrow{BA} và \overrightarrow{BC} .

b) Phân tích \overrightarrow{BM} theo \overrightarrow{BA} và \overrightarrow{BC} .

c) Chứng minh B, I, M thẳng hàng.

Bài 4: Cho tam giác ABC có M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$

- b) Chứng minh rằng hai tam giác ABC và MNP có cùng trọng tâm.
 c) Chứng minh rằng $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CP} = 0$

Bài 5:

- a) Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Tính $\cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$.
 b) Cho hình vuông ABCD. Tính các giá trị lượng của các góc giữa các cặp vectơ sau:
 $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}), (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{DC})$.

Bài 6:

- a) Cho tam giác ABC đều cạnh a có trọng tâm G. Tính $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{GB}, \overrightarrow{GC}$
 b) Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. Hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của AD và CD. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BN}$
 c) Cho hình thang vuông ABCD có hai đáy là $AD = a, BC = 2a$ và đường cao $AB = a\sqrt{2}$. Chứng minh rằng hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau.

Bài 7: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho ba điểm A(4; 1), B(10; 9), C(7; -3).

- a) Chứng minh A, B, C không thẳng hàng và tính chu vi của tam giác ABC.
 b) Tìm tọa độ điểm D để tứ giác ABDC là hình bình hành.
 c) Tính số đo góc A của tam giác ABC.
 d) Tìm tọa độ trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.
 e) Tìm tọa độ điểm E là giao điểm của đường thẳng AB với trục Ox.

Bài 8: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với A(10; 5), B(3; 2), C(6; -5).

- a) Tìm tọa độ D biết $2\overrightarrow{DA} + 3\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.
 b) Với F(-5; 8), phân tích \overrightarrow{AF} theo \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} .
 c) Chứng minh rằng tam giác ABC vuông tại B.
 d) Tìm tọa độ điểm E trên trục Ox sao cho tam giác EBC cân tại E.
 e) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Oy sao cho $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.