

BỘ ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ 2 TOÁN 11

ĐỀ SỐ 1

I. Phần chung cho cả hai ban

Bài 1. Tìm các giới hạn sau:

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x-x^2}{x-1}$ 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2x^4 - 3x + 12}$ 3) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{7x-1}{x-3}$ 4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{9-x^2}$

Bài 2.

1) Xét tính liên tục của hàm số sau trên tập xác định của nó:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6 & \text{khi } x > 3 \\ x - 3 & \\ 2x + 1 & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$$

2) Chứng minh rằng phương trình sau có ít nhất hai nghiệm : $2x^3 - 5x^2 + x + 1 = 0$.

Bài 3.

1) Tìm đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = x\sqrt{x^2 + 1}$ b) $y = \frac{3}{(2x+5)^2}$

2) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$.

a) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = -2$.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến song song với d: $y = \frac{x-2}{2}$.

Bài 4. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$.

- 1) Chứng minh rằng các mặt bên hình chóp là những tam giác vuông.
- 2) Chứng minh rằng: (SAC) \perp (SBD).
- 3) Tính góc giữa SC và mp (SAB).
- 4) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và (ABCD).

II. Phần tự chọn.

1. Theo chương trình chuẩn.

Bài 5a. Tính $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 + 11x + 18}$.

Bài 6a. Cho $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 6x - 8$. Giải bất phương trình $y' \leq 0$.

2. Theo chương trình nâng cao.

Bài 5b. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - 12x + 11}$.

Bài 6b. Cho $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x-1}$. Giải bất phương trình $y' > 0$.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh: SBD :

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x-x^2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(-x-2)(x-1)}{(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} (-x-2) = -3$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2x^4 - 3x + 12} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \sqrt{2 + \frac{3}{x} + \frac{12}{x^4}} = +\infty$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{7x-1}{x-3}$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x-3) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} (7x-1) = 20 > 0$; $x-3 > 0$ khi $x \rightarrow 3^+$ nên $l = +\infty$

$$4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{9-x^2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(3+x)(3-x)(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{(x+3)(\sqrt{x+1}+2)} = -\frac{1}{24}$$

Bài 2.

$$1) \text{ Xét tính liên tục của hàm số sau trên tập xác định của nó: } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x-3} & \text{khi } x > 3 \\ 2x+1 & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$$

- Hàm số liên tục với mọi $x \neq 3$.
- Tại $x = 3$, ta có:
+ $f(3) = 7$

$$+ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (2x+1) = 7 \quad + \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x-2) = 1$$

\Rightarrow Hàm số không liên tục tại $x = 3$.

Vậy hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 3)$, $(3; +\infty)$.

2) Chứng minh rằng phương trình sau có ít nhất hai nghiệm : $2x^3 - 5x^2 + x + 1 = 0$.

Xét hàm số: $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + 1 \Rightarrow$ Hàm số f liên tục trên \mathbb{R} .

Ta có:

$$+ \left. \begin{matrix} f(0) = 1 > 0 \\ f(1) = -1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{PT } f(x) = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm } c_1 \in (0; 1).$$

$$+ \left. \begin{matrix} f(2) = -1 < 0 \\ f(3) = 13 > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{PT } f(x) = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm } c_2 \in (2; 3).$$

Mà $c_1 \neq c_2$ nên PT $f(x) = 0$ có ít nhất 2 nghiệm.

Bài 3.

$$1) \text{ a) } y = x\sqrt{x^2+1} \Rightarrow y' = \frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}} \quad \text{b) } y = \frac{3}{(2x+5)^2} \Rightarrow y' = -\frac{12}{(2x+5)^3}$$

$$2) y = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{2}{(x+1)^2} \quad (x \neq -1)$$

a) Với $x = -2$ ta có: $y = -3$ và $y'(-2) = 2 \Rightarrow$ PTTT: $y+3 = 2(x+2) \Leftrightarrow y = 2x+1$.

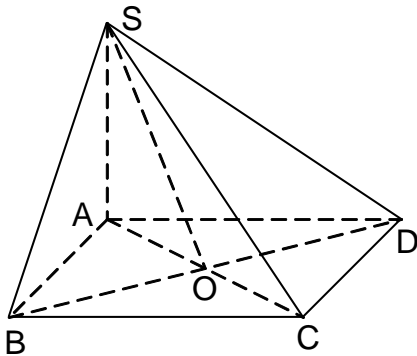
b) d: $y = \frac{x-2}{2}$ có hệ số góc $k = \frac{1}{2} \Rightarrow$ TT có hệ số góc $k = \frac{1}{2}$.

Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ của tiếp điểm. Ta có $y'(x_0) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{(x_0+1)^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -3 \end{cases}$

+ Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow$ PTTT: $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

+ Với $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 2 \Rightarrow$ PTTT: $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$.

Bài 4.



- 1)
 - $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB, SA \perp AD \Rightarrow$ Các tam giác SAB, SAD vuông tại A.
 - $BC \perp SA, BC \perp AB \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B.
 - $CD \perp SA, CD \perp AD \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow \Delta SCD$ vuông tại D.
- 2) $BD \perp AC, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow (SBD) \perp (SAC)$.
- 3)
 - $BC \perp (SAB) \Rightarrow (SC, (SAB)) = BSC$
 - ΔSAB vuông tại A $\Rightarrow SB^2 = SA^2 + AB^2 = 3a^2 \Rightarrow SB = a\sqrt{3}$
 - ΔSBC vuông tại B $\Rightarrow \tan BSC = \frac{BC}{SB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow BSC = 60^\circ$

4) Gọi O là tâm của hình vuông ABCD.

• Ta có: $(SBD) \cap (ABCD) = BD, SO \perp BD, AO \perp BD \Rightarrow ((SBD), (ABCD)) = SOA$

• ΔSAO vuông tại A $\Rightarrow \tan SOA = \frac{SA}{AO} = 2$

Bài 5a. $I = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 8}{x^2 + 11x + 18}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 11x + 18) = 0, \begin{cases} x^2 + 11x + 18 = (x+2)(x+9) < 0, & \text{khi } x < -2 & (1) \\ x^2 + 11x + 18 = (x+2)(x+9) > 0, & \text{khi } x > -2 & (2) \\ \lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 8) = 12 > 0 & (*) \end{cases}$

Từ (1) và (*) $\Rightarrow I_1 = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 + 8}{x^2 + 11x + 18} = -\infty$.

Từ (2) và (*) $\Rightarrow I_2 = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2 + 8}{x^2 + 11x + 18} = +\infty$

Bài 6a. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 6x - 18 \Rightarrow y' = x^2 - 4x - 6$

BPT $y' \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow 2 - \sqrt{10} \leq x \leq 2 + \sqrt{10}$

Bài 5b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - 12x + 11} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - \sqrt{2x-1})(x + \sqrt{2x+11})}{(x^2 - 12x + 11)(x + \sqrt{2x-1})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x-11)(x + \sqrt{2x-1})} = 0$

Bài 6b. $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1} \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$

BPT $y' > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$

=====

Đề số 2

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-5x^3 + 2x^2 - 3)$

2) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x + 2}{x + 1}$

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - x}{\sqrt{x + 7} - 3}$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + 3)^3 - 27}{x}$

5) $\lim \left(\frac{3^n - 4^n + 1}{2 \cdot 4^n + 2^n} \right)$

Bài 2. Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - 1 & \text{khi } x > 1 \\ 3ax & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại điểm $x = 1$.

Bài 3. Chứng minh rằng phương trình sau có ít nhất một nghiệm âm: $x^3 + 1000x + 0,1 = 0$

Bài 4. Tìm đạo hàm các hàm số sau:

1) $y = \frac{2x^2 - 6x + 5}{2x + 4}$

2) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x + 1}$

3) $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$

4) $y = \sin(\cos x)$

Bài 5. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$.

- 1) Chứng minh $(SAC) \perp (SBD)$; $(SCD) \perp (SAD)$
- 2) Tính góc giữa SD và (ABCD); SB và (SAD); SB và (SAC).
- 3) Tính $d(A, (SCD))$; $d(B, (SAC))$

Bài 6. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$:

- 1) Tại điểm M $(-1; -2)$
- 2) Vuông góc với đường thẳng $d: y = -\frac{1}{9}x + 2$.

Bài 7. Cho hàm số: $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{2}$. Chứng minh rằng: $2y \cdot y'' - 1 = y'^2$.

Hết

Họ và tên thí sinh: SBD :

ĐÁP ÁN

Bài 1:

$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} (-5x^3 + 2x - 3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(-1 + \frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^3} \right) = +\infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1}. \text{ Ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} (x+1) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} (3x+1) = -2 < 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty \\ x > -1 \Rightarrow x+1 > 0 \end{cases}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{\sqrt{x+7}-3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2-x)(\sqrt{x+7}+3)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} -(\sqrt{x+7}+3) = -6$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+3)^3 - 27}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 9x^2 + 27x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 9x + 27) = 27$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4^n + 1}{2 \cdot 4^n + 2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1 + \left(\frac{1}{4}\right)^n}{2 + \left(\frac{1}{2}\right)^n} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Bài 2: } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ 3ax & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$$

Ta có: • $f(1) = 3a$ • $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 3ax = 3a$

• $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2}$

Hàm số liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow 3a = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{1}{6}$

Bài 3: Xét hàm số $f(x) = x^3 + 1000x + 0,1 \Rightarrow f$ liên tục trên \mathbb{R} .

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 0,1 > 0 \\ f(-1) = -1001 + 0,1 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(-1) \cdot f(0) < 0 \Rightarrow \text{PT } f(x) = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm } c \in (-1; 0)$$

Bài 4:

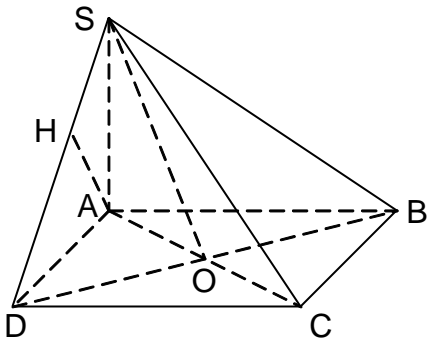
$$1) y = \frac{2x^2 - 6x + 5}{2x + 4} \Rightarrow y' = \frac{4x^2 + 16x - 34}{(2x + 4)^2} = \frac{2x^2 + 8x - 17}{2(x + 2)^2}$$

$$2) y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x + 1} \Rightarrow y' = \frac{3x - 7}{(2x + 1)^2 \sqrt{x^2 - 2x + 3}}$$

$$3) y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} \Rightarrow y = -\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow y' = -\frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = -\left(1 + \tan^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

4) $y = \sin(\cos x) \Rightarrow y' = -\sin x \cdot \cos(\cos x)$

Bài 5:



- 1) • $BD \perp AC, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow (SBD) \perp (SAC)$
- $CD \perp AD, CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (DCS) \perp (SAD)$
- 2) • Tìm góc giữa SD và mặt phẳng (ABCD)

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SD, (ABCD)) = SDA$

$\tan SDA = \frac{SA}{AD} = \frac{2a}{a} = 2$

- Tìm góc giữa SB và mặt phẳng (SAD)

$AB \perp (ABCD) \Rightarrow (SB, (SAD)) = BSA$

$\tan BSA = \frac{AB}{SA} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$

- Tìm góc giữa SB và mặt phẳng (SAC).

$BO \perp (SAC) \Rightarrow (SB, (SAC)) = BSO.$

$OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}, SO = \frac{3a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \tan BSO = \frac{OB}{OS} = \frac{1}{3}$

- 3) • Tính khoảng cách từ A đến (SCD)

Trong ΔSAD , vẽ đường cao AH. Ta có: $AH \perp SD, AH \perp CD \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH.$

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \Rightarrow d(A, (SCD)) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$

- Tính khoảng cách từ B đến (SAC)

$BO \perp (SAC) \Rightarrow d(B, (SAC)) = BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Bài 6: (C): $y = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x$

1) Tại điểm M(-1; -2) ta có: $y'(-1) = 9 \Rightarrow$ PTTT: $y = 9x + 7$

2) Tiếp tuyến vuông góc với d: $y = -\frac{1}{9}x + 2 \Rightarrow$ Tiếp tuyến có hệ số góc $k = 9.$

Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ của tiếp điểm.

Ta có: $y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow x_0^2 - 2x_0 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$

• Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -2 \Rightarrow$ PTTT: $y = 9x + 7$

• Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 2 \Rightarrow$ PTTT: $y = 9x - 25$

Bài 7: $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{2} \Rightarrow y' = x + 1 \Rightarrow y'' = 1$

$\Rightarrow 2y \cdot y'' - 1 = 2 \left(\frac{x^2}{2} + x + 1 \right) \cdot 1 - 1 = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 = (y')^2$

=====

I. Phần chung cho cả hai ban.

Bài 1. Tìm các giới hạn sau:

1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x - 1} + 3x}{2x + 7}$ 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 - 5x + 1)$ 3) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x - 11}{5 - x}$ 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3 + 1} - 1}{x^2 + x}$.

Bài 2.

- 1) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & \text{khi } x \neq 1 \\ 2m + 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Xác định m để hàm số liên tục trên \mathbb{R} .
- 2) Chứng minh rằng phương trình: $(1 - m^2)x^5 - 3x - 1 = 0$ luôn có nghiệm với mọi m .

Bài 3.

1) Tìm đạo hàm của các hàm số:

a) $y = \frac{2 - 2x + x^2}{x^2 - 1}$ b) $y = \sqrt{1 + 2 \tan x}$.

2) Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C):

- a) Tại điểm có tung độ bằng 3 .
 b) Vuông góc với d: $x + 2y - 3 = 0$.

Bài 4. Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC, đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$, I là trung điểm BC

- 1) Chứng minh rằng: $(OAI) \perp (ABC)$.
 2) Chứng minh rằng: $BC \perp (AOI)$.
 3) Tính góc giữa AB và mặt phẳng (AOI).
 4) Tính góc giữa các đường thẳng AI và OB .

II . Phần tự chọn.

1. Theo chương trình chuẩn .

Bài 5a. Tính $\lim \left(\frac{1}{n^2 + 1} + \frac{2}{n^2 + 1} + \dots + \frac{n-1}{n^2 + 1} \right)$.

Bài 6a. Cho $y = \sin 2x - 2 \cos x$. Giải phương trình $y' = 0$.

2. Theo chương trình nâng cao .

Bài 5b. Cho $y = \sqrt{2x - x^2}$. Chứng minh rằng: $y^3 \cdot y'' + 1 = 0$.

Bài 6b . Cho $f(x) = \frac{64}{x^3} - \frac{60}{x} - 3x + 16$. Giải phương trình $f'(x) = 0$.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh: SBD :

ĐỀ SỐ 3

Bài 1:

1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x - 1} + 3x}{2x + 7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} + 3x}{x \left(2 + \frac{7}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(-\sqrt{1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} + 3 \right)}{x \left(2 + \frac{7}{x} \right)} = 1$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 - 5x + 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(-2 - \frac{5}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) = -\infty$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x-11}{5-x}$$

Ta có:
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 5^+} (5-x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 5^+} (2x-11) = -1 < 0 \\ x > 5 \Leftrightarrow 5-x < 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x-11}{5-x} = +\infty$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3+1}-1}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x(x+1)(\sqrt{x^3+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{(x+1)(\sqrt{x^3+1}+1)} = 0$$

Bài 2:

1) • Khi $x \neq 1$ ta có $f(x) = \frac{x^3-1}{x-1} = x^2+x+1 \Rightarrow f(x)$ liên tục $\forall x \neq 1$.

• Khi $x = 1$, ta có:

$$\left. \begin{matrix} f(1) = 2m+1 \\ \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+x+1) = 3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow f(x) \text{ liên tục tại } x=1 \Leftrightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \Leftrightarrow 2m+1=3 \Leftrightarrow m=1$$

Vậy: $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} khi $m = 1$.

2) Xét hàm số $f(x) = (1-m^2)x^5 - 3x - 1 \Rightarrow f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

Ta có: $f(-1) = m^2 + 1 > 0, \forall m; f(0) = -1 < 0, \forall m \Rightarrow f(0).f(1) < 0, \forall m$

\Rightarrow Phương trình có ít nhất một nghiệm $c \in (0; 1), \forall m$

Bài 3:

1) a) $y = \frac{-2-2x+x^2}{x^2-1} \Rightarrow y' = \frac{2x^2+2x+2}{(x^2-1)^2}$ b) $y = \sqrt{1+2\tan x} \Rightarrow y' = \frac{1+\tan^2 x}{\sqrt{1+2\tan x}}$

2) (C): $y = x^4 - x^2 + 3 \Rightarrow y' = 4x^3 - 2x$

a) Với $y = 3 \Leftrightarrow x^4 - x^2 + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{cases}$

• Với $x=0 \Rightarrow k = y'(0) = 0 \Rightarrow$ PTTT: $y = 3$

• Với $x=-1 \Rightarrow k = y'(-1) = -2 \Rightarrow$ PTTT: $y = -2(x+1) + 3 \Leftrightarrow y = -2x + 1$

• Với $x=1 \Rightarrow k = y'(1) = 2 \Rightarrow$ PTTT: $y = 2(x-1) + 3 \Leftrightarrow y = 2x + 1$

b) d: $x + 2y - 3 = 0$ có hệ số góc $k_d = -\frac{1}{2} \Rightarrow$ Tiếp tuyến có hệ số góc $k = 2$.

Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ của tiếp điểm. Ta có: $y'(x_0) = 2 \Leftrightarrow 4x_0^3 - 2x_0 = 2 \Leftrightarrow x_0 = 1 (y_0 = 3)$

\Rightarrow PTTT: $y = 2(x-1) + 3 \Leftrightarrow y = 2x + 1$.

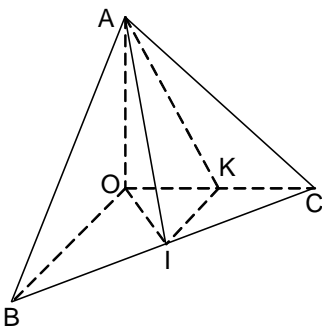
Bài 4:

1) • $OA \perp OB, OA \perp OC \Rightarrow OA \perp BC$ (1)

• ΔOBC cân tại O, I là trung điểm của $BC \Rightarrow OI \perp BC$

(2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BC \perp (OAI) \Rightarrow (ABC) \perp (OAI)$



2) Từ câu 1) $\Rightarrow BC \perp (OAI)$

3) • $BC \perp (OAI) \Rightarrow (AB, (AOI)) = BAI$

• $BI = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

• ΔABC đều $\Rightarrow AI = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{2}\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

• ΔABI vuông tại I $\Rightarrow \cos BAI = \frac{AI}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BAI = 30^\circ \Rightarrow (AB, (AOI)) = 30^\circ$

4) Gọi K là trung điểm của OC $\Rightarrow IK // OB \Rightarrow (AI, OB) = (AI, IK) = AIK$

• ΔAOK vuông tại O $\Rightarrow AK^2 = OA^2 + OK^2 = \frac{5a^2}{4}$

• $AI^2 = \frac{6a^2}{4}$

• $IK^2 = \frac{a^2}{4}$

• ΔAIK vuông tại K $\Rightarrow \cos AIK = \frac{IK}{AI} = \frac{1}{\sqrt{6}}$

Bài 5a: $\lim \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+1} + \dots + \frac{n-1}{n^2+1} \right) = \lim \frac{1}{n^2+1} (1+2+3+\dots+(n-1))$

$= \lim \frac{1}{n^2+1} \frac{(n-1)(1+(n-1))}{2} = \lim \frac{(n-1)n}{2(n^2+1)} = \lim \frac{1-\frac{1}{n}}{2+\frac{2}{n^2}} = \frac{1}{2}$

Bài 6a: $y = \sin 2x - 2\cos x \Rightarrow y' = 2\cos 2x + 2\sin x$

PT $y' = 0 \Leftrightarrow 2\cos 2x + 2\sin x = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$

Bài 5b: $y = \sqrt{2x-x^2} \Rightarrow y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} \Rightarrow y'' = \frac{-1}{(2x-x^2)\sqrt{2x-x^2}} \Rightarrow y^3 y'' + 1 = 0$

Bài 6b: $f(x) = \frac{64}{x^3} - \frac{60}{x} - 3x + 16 \Rightarrow f'(x) = -\frac{192}{x^4} + \frac{60}{x^2} - 3$

PT $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{192}{x^4} + \frac{60}{x^2} - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 20x^2 + 64 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \pm 4 \end{cases}$

=====