

ĐỀ SỐ 1

Câu 1.(1,5 điểm) Tìm số hạng đầu, công sai và tổng của 30 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) biết:

$$\begin{cases} u_6 - u_2 = 4 \\ u_3 + u_4 = 17 \end{cases}$$

Câu 2.(3,5 điểm)

a) Tính giới hạn: $\lim(\sqrt{n^2 + 3n + 1} - n)$

b) Tìm m để hàm số :

$$f(x) = \begin{cases} mx + 3 & \text{khi } x=1 \\ \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - \sqrt[3]{7x+1}}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \end{cases} \text{ liên tục tại } x=1.$$

c) Chứng minh phương trình $x^6 + 2 \sin 2x - 1 = 0$ luôn có nghiệm.

Câu 3.(4,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD), $AD = SA = 2a$, $AB = BC = a$.

a) Chứng minh rằng: $SA \perp (ABCD)$.

b) Chứng minh rằng: $(SBC) \perp (SAB)$.

c) Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD).

d) Gọi M là trung điểm của cạnh CD. Tính góc giữa hai đường thẳng BM và SC.

Câu 4.(1,0 điểm) Cho tam giác ABC có $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$. Chứng minh rằng ba cạnh a, b, c theo thứ tự

tạo lập một cấp số cộng khi và chỉ khi ba số $\cot \frac{A}{2}, \sqrt{3}, \cot \frac{C}{2}$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân.

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM KIỂM TRA HỌC KỲ II

Câu	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
<p>Câu 1 1,5</p>	<p>Tìm số hạng đầu, công sai và tổng của 30 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) biết: $\begin{cases} u_6 - u_2 = 4 \\ u_3 + u_4 = 17 \end{cases}$</p>	
	$\begin{cases} u_6 - u_2 = 4 \\ u_3 + u_4 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 5d - (u_1 + d) = 4 \\ u_1 + 2d + u_1 + 3d = 17 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ u_1 = 6 \end{cases}$	0,5
	$S_{30} = \frac{30[2u_1 + 29d]}{2} = 615.$	0,5
<p>Câu 2 a) 1,0 b) 1,5 c) 1,0</p>	<p>a) Tính giới hạn: $\lim(\sqrt{n^2 + 3n + 1} - n)$</p> <p>b) Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} mx + 3 & \text{khi } x=1 \\ \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - \sqrt[3]{7x + 1}}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \end{cases}$ liên tục tại $x=1$.</p> <p>c) Chứng minh phương trình $x^6 + 2\sin 2x - 1 = 0$ luôn có nghiệm.</p>	
<p>a) 1,0</p>	<p>a) $\lim(\sqrt{n^2 + 3n + 1} - n) = \lim \frac{3n + 1}{\sqrt{n^2 + 3n + 1} + n}$</p>	0,5

	$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{1}{n}}{\sqrt{1 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}} + 1}$	0,25
	$= \frac{3}{2}$	0,25
b) 1,5	<p>b) $x=1$ thuộc tập xác định của hàm số</p> <p>Hàm số liên tục tại $x=1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$</p>	0,25
	+) $f(1) = m + 3$	0,25
	$+ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - \sqrt[3]{7x + 1}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - 2}{x - 1} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt[3]{7x + 1}}{x - 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x + 1)}{\sqrt{3x^2 + 1} + 2} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-7}{4 + 2\sqrt[3]{7x + 1} + \sqrt[3]{(7x + 1)^2}} = \frac{11}{12}$	0,5
	Nên $m + 3 = \frac{11}{12} \Leftrightarrow m = \frac{-25}{12}$	0,25
	Vậy: $m = \frac{-25}{12}$	0,25
c) 1,0	<p>c) Xét hàm số $g(x) = x^6 + 2 \sin 2x - 1$ liên tục trên tập xác định \mathbb{R} nên hàm số liên tục trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.</p>	0,25
	Có $g(0) = -1 < 0$, $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi^6}{64} - 1 > 0$	0,25
	$\Rightarrow g(0) \cdot g\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0$	0,25

	Nên phương trình $x^6 + 2\sin 2x - 1 = 0$ luôn có nghiệm trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ (đpcm).	0,25
Câu 3	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $AD = SA = 2a$, $AB = BC = a$.	
a) 1,0		
b) 1,0	a) Chứng minh rằng $SA \perp (ABCD)$.	
c) 1,0	b) Chứng minh rằng $(SBC) \perp (SAB)$.	
d) 1,0	c) Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.	
	d) Gọi M là trung điểm của cạnh CD . Tính góc giữa hai đường thẳng BM và SC .	
a) 1,0	a)	
		0,25
	$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp (ABCD). \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases}$	0,75
b) 1,0	b) $BC \perp AB$ (gt), $BC \perp SA$ (Do $SA \perp (ABCD), BC \subset (ABCD)$)	0,5

	$\Rightarrow BC \perp (SAB), BC \subset (SBC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB).$	0,5
c) 1,0	c) Đường thẳng AC là hình chiếu của đường thẳng SC trên mp(ABCD)	0,25
	Nên góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD) bằng góc giữa 2 đường thẳng AC và SC $\Rightarrow (\text{SC}, (\text{ABCD})) = (\text{SC}, \text{AC}) = \widehat{\text{SCA}} < 90^\circ$ (vì tam giác SAC vuông tại A)	0,25
	$AC = a\sqrt{2}, \tan \widehat{\text{SAC}} = \frac{SA}{AC} = \sqrt{2}$	0,25
	Vậy: góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD) bằng α sao cho $\tan \alpha = \sqrt{2}, (\alpha \approx 54^\circ 44')$.	0,25
d) 1,0	d) MK là đường trung bình của tam giác SCD $\Rightarrow MK // SC \Rightarrow$ góc giữa hai đường thẳng BM và SC bằng góc giữa hai đường thẳng BM và MK.	0,25
	$BM = \frac{a\sqrt{10}}{2}, MK = \frac{1}{2}SC = a\sqrt{6}, BK = \sqrt{AB^2 + AK^2} = a\sqrt{3}$	0,25
	$\cos \widehat{\text{BMK}} = \frac{BM^2 + KM^2 - BK^2}{2BM \cdot MK} = \frac{11}{4\sqrt{15}}$	0,25
	Vậy: góc giữa hai đường thẳng BM và SC bằng β sao cho $\cos \beta = \frac{11}{4\sqrt{15}} (\beta \approx 44^\circ 46')$	0,25
Câu 4 1,0	Cho tam giác ABC có $AB=c, BC=a, CA=b$. Chứng minh rằng ba cạnh a, b, c theo thứ tự tạo lập một cấp số cộng khi và chỉ khi ba số $\cot \frac{A}{2}, \sqrt{3}, \cot \frac{C}{2}$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân.	
	Theo bài có: $b = \frac{a+c}{2} \Leftrightarrow \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{C}{2} = 3$	0,25
	Xét $2b = a + c \Leftrightarrow 2\sin B = \sin A + \sin C \Leftrightarrow 4\sin \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} = 2\sin \frac{A+C}{2} \cdot \cos \frac{A-C}{2}$ $\Leftrightarrow \cos \frac{A-C}{2} = 2\cos \frac{A+C}{2}$ (Do $\cos \frac{B}{2} = \sin \frac{A+C}{2}, \sin \frac{B}{2} = \cos \frac{A+C}{2}$)	0,25

$\Leftrightarrow \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{C}{2} = 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} - 2 \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}$	0,25
$\Leftrightarrow 3 \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} \Leftrightarrow \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{C}{2} = 3 \text{ (đpcm)}$	0,25

(Lưu ý: Học sinh giải theo cách khác, đúng vẫn cho điểm)

ĐỀ SỐ 2

PHẦN 1: TƯ LUÂN (5,0 ĐIỂM)

Câu 1 (1,5 điểm). Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-2x+2}{x-1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x-3}{x-2}$

Câu 2 (1,25 điểm).

a) Tính đạo hàm của hàm số: $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 4x^2 - 2017x$

b) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (2m-2)x - \frac{2}{3}m^2 - 2$, m là tham số. Tìm điều kiện của tham số m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 3 (0,75 điểm).

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 2x - 1$ tại $M(1; -2)$.

Câu 4 (1,5 điểm). Cho tứ diện đều ABCD, M là trung điểm của BD. Chứng minh rằng:

a) $\overline{DB} + \overline{AC} = \overline{DC} + \overline{AB}$ b) $BD \perp (CAM)$

PHẦN 2: TRẮC NGHIỆM (5,0 ĐIỂM)

Câu 1. Giới hạn $\lim \frac{n+3}{3n+1}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. 2

Câu 2. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim \frac{2n+1}{n+1}$ B. $\lim \frac{2n^2+1}{n+1}$ C. $\lim \frac{3^n-2^n}{5^n-1}$ D. $\lim (n^2-2n-1)$

Câu 3. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{2x-2}$

A. 0 B. $+\infty$ C. $-\infty$ D. 1

Câu 4. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **SAI**?

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$ B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^x = 0$ C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x} = 0$ D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$

Câu 5. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -4} |2x-5|$:

A. 2 B. -13 C. 13 D. -2

Câu 6. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên \mathbb{R} ?

A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$ B. $y = \cot x$ C. $y = \frac{1}{x}$ D. $y = x^4 + x$

Câu 7. Với giá trị nào của m thì hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & , x \neq 2 \\ 2mx - 4 & , x = 2 \end{cases}$ liên tục trên \mathbb{R} ?

- A. -2 B. 2 C. 4 D. 0

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = x^4 + 2x - 2$. Tính $f'(-1)$?

- A. 2 B. 3 C. -2 D. 5

Câu 9. Hàm số $y = \sqrt{x-12}$ có đạo hàm là?

- A. $\frac{1}{\sqrt{x-12}}$ B. $\sqrt{x-12}$ C. 1 D. $\frac{1}{2\sqrt{x-12}}$

Câu 10. Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{x^2 - 2x + 3}$ có đạo hàm là?

- A. $\frac{-3x^2 + 2x + 7}{(x^2 - 2x + 3)^2}$ B. $\frac{-3x^2 + 2x - 7}{(x^2 - 2x + 3)^2}$ C. $\frac{-3x^2 + 2x}{(x^2 - 2x + 3)^2}$ D. $\frac{-3x^2 - 2x + 7}{(x^2 - 2x + 3)^2}$

Câu 11. Cho hai hàm số $g(x) = x^2 - 3x + 5$ và $f(x) = \frac{2}{x-2}$. Giải bất phương trình :

$$g'(x) \geq f(x)$$

- A. $\frac{7 - \sqrt{17}}{4} \leq x \leq 2$ hay $x \geq \frac{7 + \sqrt{17}}{4}$ B. $\frac{7 - \sqrt{17}}{4} \leq x \leq 2$
 C. $\frac{7 - \sqrt{17}}{4} \leq x \leq 2$ hay $x > \frac{7 + \sqrt{17}}{4}$ D. $\frac{7 - \sqrt{17}}{4} \leq x < \frac{7 + \sqrt{17}}{4}$

Câu 12. Phương trình tiếp tuyến của hàm số $y = x^3 + 2x - 1$ tại điểm $M(2;11)$ là:

- A. $y = 14x + 17$ B. $y = 14x$ C. $y = 14x - 17$ D. $y = 14x - 5$

Câu 13. Hệ số góc tiếp tuyến của hàm số $y = \frac{-3x+1}{x-1}$ tại điểm có hoành độ 2 là:

- A. 5 B. 2 C. -5 D. -2

Câu 14. Cho $(C_m): y = \frac{x^3}{3} + \frac{mx^2}{2} + 2m - 1$. Gọi điểm $A \in (C_m)$ có hoành độ 1. Tìm m để tiếp tuyến tại A song song với (d): $y = -5x + 2017$?

- A. $m = 6$ B. $m = -6$ C. $m = 5$ D. $m = -1$

Câu 15. Cho hình bình hành ABCD. Phát biểu nào **SAI**?

- A. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$ B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

Câu 16. Cho tứ diện ABCD, G là trọng tâm tam giác ABC. Chọn khẳng định **ĐÚNG** trong các khẳng định sau?

- A. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DG}$ B. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{DG}$ C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$ D. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$

Câu 17. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a. Khi đó $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DB} = ?$

- A. a^2 B. $-a^2$ C. $\frac{a^2}{2}$ D. $-\frac{a^2}{2}$

Câu 18. Hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông, cạnh bên $SA = SB = SC = SD$. Cạnh SD vuông góc với đường nào trong các đường sau?

- A. BA B. DB C. DA D. AC

Câu 19. Mặt phẳng (β) là mặt phẳng trung trực của MN. Chọn khẳng định **ĐÚNG**:

- A. $MN \subset (\beta)$
 B. $(\beta) \perp MN$

C. (β) đi qua trung điểm của MN.

D. (β) đi qua trung điểm của MN và vuông góc với MN

Câu 20. Cho hình chóp S.ABCD có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD, I là tâm mặt đáy. **Khẳng định nào sau đây SAI?**

A. $BD \perp (CMN)$ B. $AC \perp (SBD)$ C. $BD \perp SA$ D. $SI \perp (ABC)$

ĐỀ SỐ 3

Câu 1.(1,0 điểm) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^4 - x)$;

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3x+1}-1}$.

Câu 2.(1,0 điểm)

Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 + 2x - 5}{x-1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 2mx & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

Câu 3.(2,5 điểm) Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a). $y = x^3 + 4x^2 - \frac{5}{2}$

b.) $y = \sqrt{1 + \sin^2 3x}$.

Câu 4. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có đồ thị (C).

a). Giải phương trình $y' = 4$.

b). Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 8.

Câu 5. (4,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB=2AD=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi I là trung điểm của cạnh CD .

- a). Chứng minh rằng $AB \perp (SAD)$.
- b). Chứng minh rằng $(SAI) \perp (SBI)$.
- c). Tính góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SBI) .
- d). Tính khoảng cách giữa đường thẳng SO và đường thẳng AI theo a .

----- Hết -----

Năm học 2015-2016

Môn: Toán – Lớp 11



(Thời gian làm bài 90 phút không kể thời gian phát đề).

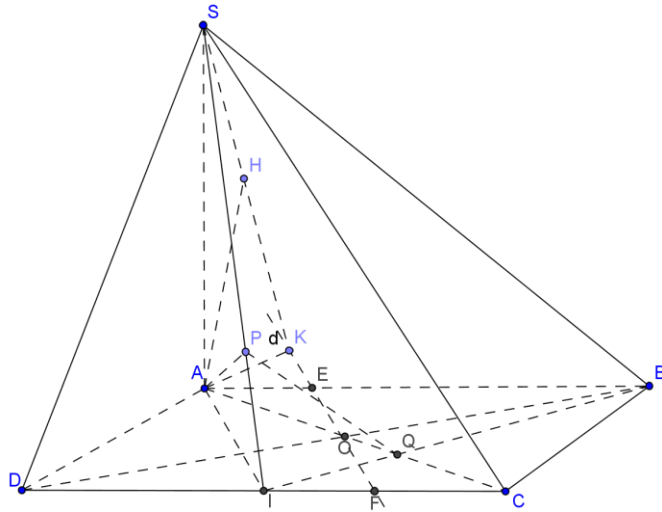
Câu I	1,0 điểm	
	<p>a. 0,5 điểm</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^4 - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 \left(2 - \frac{1}{x^3}\right) = +\infty$	0,2 5
	<p>vì $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 - \frac{1}{x^3}\right) = 2 > 0. \end{cases}$</p>	0,2 5
	<p>b. 0.5 điểm</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3x+1}-1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{3x+1}+1)}{(\sqrt{3x+1}-1)(\sqrt{3x+1}+1)}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{3x+1}+1)}{3x}$	0,2 5
	$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1}+1}{3}$ $= \frac{2}{3}.$	0,2 5
Câu II	1, 0 điểm	1,0
	<p>TXĐ: D = R.</p> $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(3x+5)}{(x-1)}$	0,2 5

	$= \lim_{x \rightarrow 1} (3x + 5)$ $= 8.$	0,2 5
	$f(1) = 2m$	0,2 5
	<p>Hàm số liên tục tại $x = 1$ khi và chỉ khi</p> $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 8 = 2m \Leftrightarrow m = 4.$ <p>KL: Với $m = 4$ thì hàm số liên tục tại $x = 1$</p>	0,2 5
Câu III	2,5 điểm	3,0
	<p>a. (1,5 điểm).</p> $y = x^3 + 4x^2 - \frac{5}{2}$ $\Rightarrow y' = 3x^2 + 8x$	1,5
	<p>b.(1điểm)</p> $y = \sqrt{1 + \sin^2 3x}$ $\Rightarrow y' = \frac{[1 + \sin^2 3x]'}{2\sqrt{1 + \sin^2 3x}}$ $= \frac{2 \sin 3x (\sin 3x)'}{2\sqrt{1 + \sin^2 3x}}$	0,5

	$= \frac{6 \sin 3x \cos 3x}{2\sqrt{1 + \sin^2 3x}}$ $= \frac{3 \sin 6x}{2\sqrt{1 + \sin^2 3x}}$	0,5
Câu III	<p>a) (1điểm)</p> <p>TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$</p> $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$	0,2 5
	$y' = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{(x+1)^2} = 4$ $\Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{1}{4}$	0,2 5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} (tm) \\ x = -\frac{3}{2} (tm) \end{cases}$	0,2 5
	<p>Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \left\{ -\frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right\}$</p>	0,2 5
	<p>b) (0,5điểm)</p> <p>Gọi $M \left(x_0; \frac{x_0}{x_0+1} \right) \in (C)$</p> <p>Phương trình tiếp tuyến tại M là : $y = \frac{1}{(x_0+1)^2} (x - x_0) + \frac{x_0}{x_0+1}$ (d)</p>	0,2

<p>d cắt trục Ox tại $A(-x_0^2; 0) \Rightarrow OA = x_0^2$</p> <p>d cắt trục Oy tại $B(0; \frac{x_0^2}{(x_0+1)^2}) \Rightarrow OB = \frac{x_0^2}{(x_0+1)^2}$</p>	5
<p>Theo đề bài: $S_{OAB} = 8 \Leftrightarrow OA \cdot OB = 16$</p> $\Leftrightarrow x_0^4 = 16(x_0+1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + 4x_0 + 4 = 0 \\ x_0^2 - 4x_0 - 4 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 \Rightarrow M(-2; 2) \\ x_0 = 2 + 2\sqrt{2} \Rightarrow M(2 + 2\sqrt{2}; -2 + 2\sqrt{2}) \\ x_0 = 2 - 2\sqrt{2} \Rightarrow M(2 - 2\sqrt{2}; -2 - 2\sqrt{2}) \end{cases}$ <p>KL:</p>	0,2 5
<p>Câu IV 4,0 điểm</p>	
<p>a) 1,5 điểm</p> $\left. \begin{array}{l} AB \perp SA (SA \perp (ABCD)) \\ AB \perp AD \\ SA, AD \subset (SAD) \\ SA \cap AD = \{A\} \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (SAD)$	0,5 0,5 0,5
<p>b) 0,75 điểm</p> <p>Tam giác BIC vuông tại C nên $BI = a\sqrt{2}$</p> <p>Ta có: $AI^2 + BI^2 = AB^2$</p> <p>\Rightarrow Tam giác AIB vuông tại I.</p>	0,2 5

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow BI \perp AI \\ BI \perp SA \\ AI, SA \subset (SAI) \\ AI \cap SA = \{A\} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} BI \perp (SAI) \\ BI \subset (SBI) \end{array} \right\} \Rightarrow (SBI) \perp (SAI)$$



0,5

c) 0,75 điểm

Trong (ABCD), gọi $AC \cap BI = \{Q\}$

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} (SAI) \perp (SBI) \\ \text{Trong } (SAI), \text{ kẻ } AP \perp SI (P \in SI) \\ (SAI) \cap (SBI) = \{SI\} \end{array} \right\} \Rightarrow AP \perp (SBI)$$

$\Rightarrow PQ$ là hình chiếu của AC trên mặt phẳng (SBI)

\Rightarrow Góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SBI) là $\angle QP$.

Lại có Q là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow AQ = \frac{2}{3} AC = \frac{2\sqrt{5}a}{3}$.

Xét tam giác SAI vuông tại I : $\frac{1}{AP^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AP = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

0,2
5

0,2
5

Xét tam giác APQ vuông tại P: $\sin \angle OP = \frac{AP}{AQ} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} \Rightarrow \angle OP \approx 33^{\circ}12'$

0,2
5

d) 1,0 điểm

Trong (ABCD), kẻ đường thẳng d qua O và $d // AI$. Gọi $d \cap AB = \{E\}$, $d \cap DC = \{F\}$

0,2
5

Trong (ABCD), kẻ $AK \perp d (K \in d)$.

Ta có: $AI // OK \Rightarrow AI // (SOK) \Rightarrow d(AI, SO) = d(AI, (SOK)) = d(A, (SOK))$

Lại có:

$$\left. \begin{array}{l} OK \perp AK \\ OK \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow OK \perp (SAK)$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow (SOK) \perp (SAK) \\ \text{Trong (SAK), kẻ } AH \perp SK (H \in SK) \\ (SOK) \cap (SAK) = SK \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (SOK) \Rightarrow d(A, (SOK)) = AH$$

$$S_{AEFI} = S_{ABCD} - S_{ADI} - S_{EFCB} = 2a^2 - \frac{a^2}{2} - a^2 = \frac{a^2}{2}$$

0,2
5

$$\text{Mà } S_{AEFI} = AK \cdot AI \Rightarrow AK = \frac{S_{AEFI}}{AI} = \frac{\frac{a^2}{2}}{2a\sqrt{2}} = \frac{a}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{Xét tam giác SAK vuông tại A: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{9}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a}{3}. \text{ Vậy } d(AI, SO) = \frac{a}{3}.$$

0,2
5

		0,2 5
--	--	----------

(Các cách giải khác đúng vẫn được điểm tối đa, giáo viên chia điểm theo thành phần tương ứng)