

**ĐỀ KIỂM TRA CHƯƠNG 4 LỚP 12 MÔN TOÁN**

**ĐỀ SỐ 1**

**Bài 1: ( 2 điểm )** Tìm phần thực và phần ảo của số phức sau:

$$z = \frac{3-5i}{1+4i} + (5-2i)(-3-i)$$

**Bài 2: ( 2 điểm )** Xác định tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn hệ thức  $2|z-1| = |z-\bar{z}+2|$

**Bài 3: ( 2 điểm )** Tìm tập hợp các số phức  $z$  thỏa điều kiện  $z^2 + |z| = 0$

**Bài 4: ( 2 điểm )** Giải phương trình  $2z^2 - 4z + 3 = 0$  trên tập số phức

**Bài 5: ( 2 điểm )** Chứng minh rằng với mọi số phức  $z_1, z_2$  ta có:

a)  $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}, |z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$

b)  $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

**Áp dụng chứng minh:** Nếu 3 số phức  $x, y, z$  cùng có môđun bằng 1 thì

$$|x + y + z| = |xy + yz + xz|$$

**HẾT**

**ĐỀ SỐ 2**

**Bài 1: ( 2 điểm )** Tìm phần thực và phần ảo của số phức sau:

$$z = \frac{4-3i}{1+3i} + (5-4i)(-5-i)$$

**Bài 2: ( 2 điểm )** Xác định tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn hệ thức  $2|z-i| = |z+\bar{z}+2i|$

**Bài 3: ( 2 điểm )** Tìm tập hợp các số phức  $z$  thỏa điều kiện  $z^2 + 8i = 0$

**Bài 4: ( 2 điểm )** Giải phương trình  $3z^2 - 4z + 2 = 0$  trên tập số phức

**Bài 5: ( 2 điểm )** Chứng minh rằng với mọi số phức  $z_1, z_2$  ta có:

a)  $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}, |z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$

b)  $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

**Áp dụng chứng minh:** Nếu 3 số phức  $x, y, z$  cùng có môđun bằng 1 thì

$$|x + y + z| = |xy + yz + xz|$$

NỘI DUNG	BIỂU ĐIỂM
<b>Bài 1: ( 2 điểm )</b> Tìm phần thực và phần ảo của số phức sau:	0.5+0.5

$z = \frac{3-5i}{1+4i} + (5-2i)(-3-i)$ $= \frac{(3-5i)(1-4i)}{1+16} + (-15-2-5i+6i)$ $= -1-i + (-17+i)$ $= -18$	<p>0.25+0.25</p> <p>0.5</p>
<p><b>Bài 2:</b></p> <p>Đặt <math>z = x + yi</math> (<math>x, y \in R</math>). Ta có</p> $2 z-1  =  z-\bar{z}+2 $ $\Leftrightarrow 2 x+yi-1  =  x+yi-x+yi+2 $ $\Leftrightarrow 2 x-1+yi  =  2+2yi $ $\Leftrightarrow 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{4+4y^2}$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ <p>Vậy tập hợp các điểm cần tìm là 2 đường thẳng <math>x = 0, x = 2</math></p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p><b>Bài 3: ( 2 điểm )</b> Tìm tập hợp các số phức <math>z</math> thỏa điều kiện <math>z^2 +  z  = 0</math></p> <p>Đặt <math>z = x + yi</math> (<math>x, y \in \mathbb{R}</math>). Ta có</p> $z^2 +  z  = 0 \Leftrightarrow (x + yi)^2 + \sqrt{x^2 + y^2} = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - y^2 + \sqrt{x^2 + y^2} + 2xyi = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + \sqrt{x^2 + y^2} = 0 \\ 2xy = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y = 0 \\ x = 0, y = 1 \\ x = 0, y = -1 \end{cases}$ <p>Vậy <math>z = 0</math> hoặc <math>z = i</math> hoặc <math>z = -i</math></p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25+0.25</p> <p>0.25+0.25</p> <p>0.25</p>
<p><b>Bài 4: ( 2 điểm )</b> Giải phương trình <math>2z^2 - 4z + 3 = 0</math> trên tập số phức</p> $\Delta' = 4 - 6 = -2 = 2i^2$ <p>Phương trình có 2 nghiệm là : <math>z_1 = \frac{2-i\sqrt{2}}{2}, z_2 = \frac{2+i\sqrt{2}}{2}</math></p>	<p>0.5+0.5</p> <p>0.5+0.5</p>
<p><b>Bài 5: ( 2 điểm )</b> Chứng minh rằng: Với mọi số phức <math>z_1, z_2</math> ta có</p> <p>a) <math>\left  \frac{z_1}{z_2} \right  = \frac{ z_1 }{ z_2 },  z_1 z_2  =  z_1   z_2 </math></p> <p>b) <math>\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}</math></p> <p><b>Áp dụng chứng minh:</b> Nếu 3 số phức <math>x, y, z</math> cùng có môđun bằng 1 thì</p> $ x + y + z  =  xy + yz + xz $	<p>0.25+0.25</p> <p>0.25</p>

$ xy + yz + xz  = \left  xyz \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \right  =  xyz  \left  \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right  = \left  \frac{\bar{x}}{ x ^2} + \frac{\bar{y}}{ y ^2} + \frac{\bar{z}}{ z ^2} \right $ $=  \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}  =  \overline{x + y + z}  =  x + y + z $	<p>0.25+0.25+0.25</p> <p>0.25+0.25</p>
---	--

ĐỀ SỐ 2

NỘI DUNG	BIỂU ĐIỂM
<p><b>Bài 1: ( 2 điểm )</b> Tìm phần thực và phần ảo của số phức sau:</p> $z = \frac{4-3i}{1+3i} + (5-4i)(-5-i)$ $z = \frac{4-3i}{1+3i} + (5-4i)(-5-i)$ $= \frac{(4-3i)(1-3i)}{1+9} + (-25-4-5i+20i)$ $= -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i + (-29+15i)$ $= -\frac{59}{2} + \frac{27}{2}i$	<p>0.5+0.5</p> <p>0.25+0.25</p> <p>0.5</p>
<p><b>Bài 2: ( 2 điểm )</b> Xác định tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức <math>z</math> thỏa mãn hệ thức <math>2 z-i  =  z+\bar{z}+2i </math></p> <p>Đặt <math>z = x + yi</math> (<math>x, y \in R</math>). Ta có</p> $2 z-i  =  z+\bar{z}+2i $ $\Leftrightarrow 2 x+yi-i  =  x+yi+x-yi+2i $ $\Leftrightarrow 2 x+(y-1)i  =  2x+2i $ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+(y-1)^2} = \sqrt{4x^2+4}$ $\Leftrightarrow y^2-2y=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ y=2 \end{cases}$ <p>Vậy tập hợp các điểm cần tìm là 2 đường thẳng <math>y=0</math> hoặc <math>y=2</math></p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p><b>Bài 3: ( 2 điểm )</b> Tìm tập hợp các số phức <math>z</math> thỏa điều kiện <math>z^2 + 3i = 0</math></p> <p>Đặt <math>z = x + yi</math> (<math>x, y \in R</math>). Ta có</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>

$z^2 + 3i = 0 \Leftrightarrow (x + yi)^2 + 8i = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - y^2 + (2xy + 8)i = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ 2xy + 8 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$ Vậy $z = -2 + 2i$ hoặc $z = 2 - 2i$	0.5  0.25+0.25  0.25
<b>Bài 4: ( 2 điểm)</b> Giải phương trình $3z^2 - 4z + 2 = 0$ trên tập số phức $\Delta' = 4 - 6 = -2 = 2i^2$ Phương trình có 2 nghiệm là : $z_1 = \frac{2 - i\sqrt{2}}{3}, z_2 = \frac{2 + i\sqrt{2}}{3}$	0.5+0.5  0.5+0.5

**ĐỀ SỐ 3**

**Câu 1(3,0đ):** Tìm phần thực phần ảo của các số phức:

1/.  $z = (1 + i)^3 - 3i$                       2/.  $z = (1 + i)(2 - 3i)^2$

**Câu 2(2,0đ):** Thực hiện phép tính:  $\frac{(3 - 2i)[(4 + 3i) - (1 + 2i)]}{5 - 4i}$

**Câu 3(3,5đ):**

1/. Giải phương trình:  $z^2 - 4z + 40 = 0$ . Tính  $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ ;  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình đã cho.

2/. Tìm số phức  $z$ , biết  $(2 - i)\bar{z} - 4 = 0$

**Câu 4(1,5đ):** Tìm tập hợp biểu diễn số phức  $z$  sao cho:  $|z - 1 + i| = |z + 2|$

-----**HẾT**-----

*Lưu ý: Học sinh phải ghi mã đề vào bài làm*

**ĐỀ SỐ 4**

**Câu 1(3,0đ):** Tìm phần thực phần ảo của các số phức:

1/.  $z = 1 + 4i + (1 - i)^3$       2/.  $z = (2 - 3i)(1 + 2i)^2$

**Câu 2(2,0đ):** Thực hiện phép tính:  $(2 - 3i)(1 + 2i) + \frac{4 - i}{3 + 2i}$

**Câu 3(3,5đ):**

1/. Giải phương trình:  $z^2 - 6z + 90 = 0$ . Tính  $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ ;  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình đã cho.

2/. Tìm số phức  $z$ , biết  $(1 + 3i)\bar{z} + 1 = 0$

**Câu 4(1,5đ):** Tìm tập hợp biểu diễn số phức  $z$  sao cho:  $|2 + z| = |i - z|$

-----**HẾT**-----

*Lưu ý: Học sinh phải ghi mã đề vào bài làm*

**ĐÁP ÁN ĐỀ 3**

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	1/. $z = 1 + 3i + 3i^2 + i^3 - 3i = -2 - i$ suy ra phần thực = - 2, phần ảo = -1	3x0,5
	2/. $z = (1 + i)(4 - 12i - 9) = (1 + i)(-5 - 12i) = -5 - 12i - 5i + 12 = 7 - 17i$ nên phần thực = 7; phần ảo = -17	4x0,25 0,5

2	$z = \frac{(3-2i)(3+i)}{5-4i} = \frac{9+3i-6i+2}{5-4i} = \frac{(11-3i)(5+4i)}{41} = \frac{55+44i-15i+12}{41} = \frac{67}{41} + \frac{29}{41}i$	2,0
3	1/. $\Delta' = -36 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phức $z_1 = 2+6i; z_2 = 2-6i$	0,5 1,0 0,5
	$A =  z_1 ^2 +  z_2 ^2 = (\sqrt{40})^2 + (\sqrt{40})^2 = 80$	
	2/. $\bar{z} = \frac{4}{2-i} = \frac{4(2+i)}{5} = \frac{8}{5} + \frac{4}{5}i \Rightarrow z = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i$	3x0,5
4	Gọi $z = x + yi; x, y \in R$	0,25
	$ z-1+i  =  z+2  \Leftrightarrow  x-1+(y+1)i  =  x+2+yi  \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + y^2}$	0,75
	$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 4x + 4 + y^2 \Leftrightarrow 3x - y + 1 = 0$ . Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức thỏa mãn đề bài là đường thẳng (d): $3x - y + 1 = 0$ .	0,5

**ĐÁP ÁN ĐỀ 4**

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	1/. $z = 1+4i+1-3i+3i^2-i^3 = -1+2i$ suy ra phần thực = -1, phần ảo = 2	3x0,5
	2/. $z = (2-3i)(1+4i-4) = (2-3i)(-3+4i) = -6+8i+9i+12 = 6+17i$ nên phần thực = 6; phần ảo = 17	4x0,25 0,5
2	$z = 2+4i-3i+6 + \frac{(4-i)(3-2i)}{13} = 8+i + \frac{12-8i-3i-2}{13} = 8+i + \frac{10-11i}{13} = \frac{114}{13} + \frac{2}{13}i$	2,0
3	1/. $\Delta' = -81 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phức $z_1 = 3+9i; z_2 = 3-9i$	0,5 1,0 0,5
	$A =  z_1 ^2 +  z_2 ^2 = (\sqrt{90})^2 + (\sqrt{90})^2 = 180$	
	2/. $\bar{z} = \frac{-1}{1+3i} = \frac{-1(1-3i)}{10} = -\frac{1}{10} + \frac{3}{10}i \Rightarrow z = -\frac{1}{10} - \frac{3}{10}i$	3x0,5
4	Gọi $z = x + yi; x, y \in R$	0,25
	$ 2+z  =  i-z  \Leftrightarrow  2+x+yi  =  -x+(1-y)i  \Leftrightarrow \sqrt{(2+x)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (1-y)^2}$	0,75
	$\Leftrightarrow 4+4x+x^2+y^2 = x^2+1-2y+y^2 \Leftrightarrow 4x+2y+3=0$ . Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức thỏa mãn đề bài là đường thẳng (d): $4x + 2y + 3 = 0$ .	0,5