

I. ĐẠI SỐ

1) Định nghĩa, tính chất căn bậc hai

a) Với số dương a, số  $\sqrt{a}$  được gọi là căn bậc hai số học của a.

b) Với  $a \geq 0$  ta có  $x = \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = a \end{cases}$

c) Với hai số a và b không âm, ta có:  $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

d)  $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A \text{ nếu } A \geq 0 \\ -A \text{ nếu } A < 0 \end{cases}$

2) Các công thức biến đổi căn thức

1.  $\sqrt{A^2} = |A|$

2.  $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \quad (A \geq 0, B \geq 0)$

3.  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \quad (A \geq 0, B > 0)$

4.  $\sqrt{A^2B} = |A| \sqrt{B} \quad (B \geq 0)$

5.  $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2B} \quad (A \geq 0, B \geq 0)$

$A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2B} \quad (A < 0, B \geq 0)$

6.  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB} \quad (AB \geq 0, B \neq 0)$

7.  $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A \mp B})}{A - B^2} \quad (A \geq 0, A \neq B^2)$

8.  $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} \quad (B > 0)$

9.  $\frac{C}{\sqrt{A \pm \sqrt{B}}} = \frac{C(\sqrt{A \mp \sqrt{B}})}{A - B} \quad (A, B \geq 0, A \neq B)$

3) Định nghĩa, tính chất hàm số bậc nhất

a) Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức  $y = ax + b$  ( $a, b \in \mathbf{R}$  và  $a \neq 0$ )

b) Hàm số bậc nhất xác định với mọi giá trị  $x \in \mathbf{R}$ .

Hàm số đồng biến trên  $\mathbf{R}$  khi  $a > 0$ . Nghịch biến trên  $\mathbf{R}$  khi  $a < 0$ .

4) Đồ thị của hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ) là một đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b (a: hệ số góc, b: tung độ gốc).

5) Cho (d):  $y = ax + b$  và (d'):  $y = a'x + b'$  ( $a, a' \neq 0$ ). Ta có:

$(d) \equiv (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$

$(d) // (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$

$(d) \cap (d') \Leftrightarrow a \neq a'$

$(d) \perp (d') \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$

6) Gọi  $\alpha$  là góc tạo bởi đường thẳng  $y = ax + b$  và trục Ox thì:

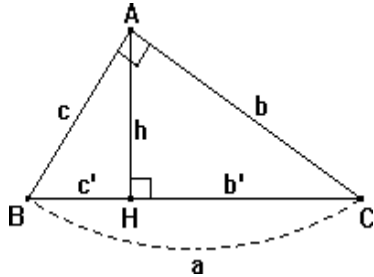
Khi  $a > 0$  ta có  $\tan \alpha = a$

Khi  $a < 0$  ta có  $\tan \alpha' = |a|$  ( $\alpha'$  là góc kề bù với góc  $\alpha$ )

## II. HÌNH HỌC

1) Các hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông.

Cho  $\Delta ABC$  vuông tại A, đường cao AH. Ta có:



$$1) b^2 = a \cdot b'$$

$$c^2 = a \cdot c'$$

$$4) \frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

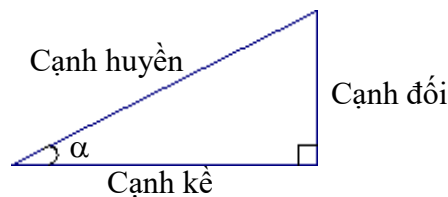
$$5) a^2 = b^2 + c^2 \text{ (Định lí Pythagore)}$$

$$2) h^2 = b' \cdot c'$$

$$3) a \cdot h = b \cdot c$$

2) Tỷ số lượng giác của góc nhọn

a) Định nghĩa các tỷ số lượng giác của góc nhọn



b) Một số tính chất của các tỷ số lượng giác

+ Cho hai góc  $\alpha$  và  $\beta$  phụ nhau. Khi đó:

$$\sin \alpha = \cos \beta$$

$$\cos \alpha = \sin \beta$$

$$\tan \alpha = \cot \beta$$

$$\cot \alpha = \tan \beta$$

+ Cho góc nhọn  $\alpha$ . Ta có:

$$0 < \sin \alpha < 1$$

$$0 < \cos \alpha < 1$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

c) Các hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông: Định lí SGK/ 86

3) Các định lí trong đường tròn

a) Định lí về đường kính và dây cung

+ Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.

+ Đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy.

b) Các tính chất của tiếp tuyến

+ Nếu một đường thẳng là một tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.

+ Nếu một đường thẳng vuông góc với bán kính tại một điểm nằm trên đường tròn thì đường thẳng đó là một tiếp tuyến của đường tròn.

+ Nếu 2 tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì:

- Điểm đó cách đều hai tiếp điểm

- Tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm đường tròn là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến.

- Tia kẻ từ tâm đường tròn đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua các tiếp điểm.

c) Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền.

+ Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông.

d) Định lý liên hệ giữa dây và khoảng cách đến tâm: SGK/ 105

e) Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn: SGK/ 109

g) Vị trí tương đối của hai đường tròn: SGK/ 121

## B - BÀI TẬP

### I. CĂN BẬC HAI

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau:

1)  $\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{48}$

2)  $(\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{80}) : \sqrt{5}$

3)  $2\sqrt{27} - \sqrt{\frac{16}{3}} - \sqrt{48} - \sqrt{8\frac{1}{3}}$

4)  $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

5)  $(\sqrt{125} - \sqrt{12} - 2\sqrt{5})(3\sqrt{5} - 3\sqrt{+} \sqrt{27})$

6)  $\left( 3\sqrt{20} - \sqrt{125} - 15\sqrt{\frac{1}{5}} \right) \cdot \sqrt{5}$

7)  $\left( 6\sqrt{128} - \frac{3}{5}\sqrt{50} + 7\sqrt{8} \right) : 3\sqrt{2}$

8)

$\left( 2\sqrt{48} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{27} \right) \cdot 2\sqrt{3}$

9)  $\sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{8} - 4)^2}$

10)

$\sqrt{(4 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2}$

11)  $\sqrt{\frac{10 - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - 1}} + \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$

12)  $\left( 1 - \frac{5 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{2}} \right) \left( \frac{5 - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{2}} - 1 \right) \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$

13)  $\sqrt{15 - 6\sqrt{6}}$

14)  $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$



### III. HỆ THỨC LƯỢNG

Bài 1. Cho  $\Delta ABC$  vuông tại A, đường cao AH.

- Biết  $AH = 12\text{cm}$ ,  $CH = 5\text{cm}$ . Tính AC, AB, BC, BH.
- Biết  $AB = 30\text{cm}$ ,  $AH = 24\text{cm}$ . Tính AC, CH, BC, BH.
- Biết  $AC = 20\text{cm}$ ,  $CH = 16\text{cm}$ . Tính AB, AH, BC, BH.
- Biết  $AB = 6\text{cm}$ ,  $BC = 10\text{cm}$ . Tính AC, AH, BH, CH.
- Biết  $BH = 9\text{cm}$ ,  $CH = 16\text{cm}$ . Tính AC, AB, BC, AH.

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có  $B = 60^\circ$ ,  $BC = 20\text{cm}$ .

- Tính AB, AC
- Kẻ đường cao AH của tam giác. Tính AH, HB, HC.

Bài 3. Giải tam giác ABC vuông tại A, biết:

- |  |  |
|--|--|
| a) $AB = 6\text{cm}$ , $B = 40^\circ$      | b) $AB = 10\text{cm}$ , $C = 35^\circ$     |
| c) $BC = 20\text{cm}$ , $B = 58^\circ$     | d) $BC = 82\text{cm}$ , $C = 42^\circ$     |
| d) $BC = 32\text{cm}$ , $AC = 20\text{cm}$ | e) $AB = 18\text{cm}$ , $AC = 21\text{cm}$ |

Bài 4. Không sử dụng bảng số và máy tính, hãy sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần:  $\sin 65^\circ$ ;  $\cos 75^\circ$ ;  $\sin 70^\circ$ ;  $\cos 18^\circ$ ;  $\sin 79^\circ$

### IV. ĐƯỜNG TRÒN

Bài 1. Cho điểm C trên (O), đường kính AB. Từ O vẽ đường thẳng song song với AC và cắt tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) ở P.

- Chứng minh  $\Delta OBP = \Delta OCP$ .
- Chứng minh PB là tiếp tuyến của (O).

Bài 2. Cho  $\Delta ABC$  vuông tại A. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ , d là tiếp tuyến của đường tròn tại A. Các tiếp tuyến của đường tròn tại B và C cắt d tại D và E. Chứng minh:

- Góc DOE vuông.
- $DE = BD + CE$
- BC là tiếp tuyến của đường tròn đường kính DE.

Bài 3. Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Kẻ hai tiếp tuyến Ax, By (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi C là một điểm trên tia Ax, kẻ tiếp tuyến CM với nửa đường tròn (M là tiếp điểm), CM cắt By ở D.

- Tính số đo góc COD.
- Gọi I là giao điểm của OC và AM, K là giao điểm của OD và MB. Tứ giác OIMK là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh tích  $AC \cdot BD$  không đổi khi C di chuyển trên Ax.
- Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD.

Bài 4. Cho đường tròn  $(O; R)$  và một điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn. Từ  $A$  vẽ hai tiếp tuyến  $AB$  và  $AC$  ( $B, C$  là tiếp điểm). Kẻ đường kính  $BD$ , đường thẳng vuông góc với  $BD$  tại  $O$  cắt đường thẳng  $DC$  tại  $E$ .

a) Chứng minh  $OA \perp BC$  và  $DC \parallel OA$ .

b) Chứng minh tứ giác  $AEDO$  là hình bình hành.

c) Đường thẳng  $BC$  cắt  $OA$  và  $OE$  lần lượt tại  $I$  và  $K$ . Chứng minh  $IK \cdot IC + OI \cdot IA = R^2$

(Làm các bài tập 41, 42, 43 SGK trang 128)

## ĐỀ KIỂM TRA HKI CÁC NĂM HỌC

Thời gian làm bài 90 phút

Bài 1 (3,5 điểm)

- Tính: a)  $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$       b)  $\sqrt{13^2-12^2}$       c)  $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{2}}$
- Thực hiện phép tính:  $\sqrt{20}-\sqrt{45}+3\sqrt{18}+\sqrt{72}$
- Rút gọn biểu thức:  $A = \left(1 + \frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a+1}}\right) \left(1 - \frac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a+1}}\right)$  với  $a \geq 0; a \neq 1$

Bài 2 (2 điểm). Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x + 2$  (d)

- Vẽ đồ thị hàm số trên hệ trục tọa độ Oxy.
  - Tính góc tạo bởi đường thẳng (d) với trục Ox (làm tròn đến phút).
- Bài 3 (1.5 điểm). Giải tam giác ABC vuông tại A, biết  $BC = 20\text{cm}$ ,  $C = 35^\circ$ .

(Làm tròn kết quả lấy 1 chữ số thập phân)

Bài 4 (3 điểm). Cho đường tròn (O; R) dây MN khác đường kính. Qua O kẻ đường vuông góc với MN tại H, cắt tiếp tuyến tại M của đường tròn ở điểm A.

- Chứng minh rằng AN là tiếp tuyến của đường tròn (O).
- Vẽ đường kính ND. Chứng minh  $MD \parallel AO$ .
- Xác định vị trí điểm A để  $\Delta AMN$  đều.

Thời gian làm bài 90 phút

Bài 1 (3,5 điểm)

- Tính: a)  $\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}$       b)  $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$       c)  $\sqrt{(3+\sqrt{5})}\sqrt{(3-\sqrt{5})}$   
d)  $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$
- Thực hiện phép tính:  $\sqrt{45}-6\sqrt{80}$
- Rút gọn biểu thức:  $A = \left(\frac{a-1}{\sqrt{a-1}} + \frac{1}{\sqrt{a+1}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{a-1}} - \frac{1}{\sqrt{a+1}}\right)$  với  $a \geq 0; a \neq 1$

Bài 2 (2 điểm). Cho hàm số  $y = \frac{1}{2}x - 2$  (d)

- Vẽ đồ thị hàm số trên hệ trục tọa độ Oxy.
  - Tính số đo góc  $\alpha$  tạo bởi đường thẳng (d) với trục Ox (làm tròn đến phút).
- Bài 3 (1.5 điểm). Giải tam giác ABC vuông tại A, biết  $BC = 32\text{cm}$ ,  $B = 60^\circ$ .

(Kết quả độ dài làm tròn đến 1 chữ số thập phân).

Bài 4 (3 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax và By (Ax, By cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ AB). Qua điểm M trên (O) (M khác A và

B) vẽ đường thẳng vuông góc với OM cắt Ax, By lần lượt tại E và F. Chứng minh:

1. EF là tiếp tuyến của đường tròn (O).
2.  $EF = AE + BF$
3. Xác định vị trí của M để EF có độ dài nhỏ nhất.

### Thời gian làm bài 90 phút

Bài 1 (2 điểm). Thực hiện phép tính

a)  $\sqrt{250} \cdot \sqrt{\frac{16}{10}}$

b)  $\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}$

c)  $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$

d)  $2\sqrt{75} + \sqrt{48} - 5\sqrt{300}$

Bài 2 (1 điểm). Rút gọn biểu thức

$$A = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x-1} \quad (x > 0, x \neq 1)$$

Bài 3 (2 điểm). Cho các hàm số:  $y = \frac{1}{2}x - 3$  (d);  $y = -2x + 2$  (d')

- a) Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy đồ thị của các hàm số trên.
- b) Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng (d) và (d'). Tìm tọa độ của điểm

A.

Bài 4 (1.5 điểm). Giải tam giác ABC vuông tại A, biết  $AC = 15\text{cm}$ ,  $B = 28^\circ$  (kết quả lấy 3 chữ số thập phân).

Bài 5 (3 điểm). Cho đường tròn O đường kính AB, E là một điểm nằm giữa A và O, vẽ dây MN đi qua E và vuông góc với đường kính AB. Gọi C là điểm đối xứng với A qua E. Gọi F là giao điểm của các đường thẳng NC và MB. Chứng minh:

- a) Tứ giác AMCN là hình thoi.
- b)  $NF \perp MB$ .
- c) EF là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC.



## Thời gian làm bài 90 phút

Bài 1 (3,5 điểm)

1. Tính

a)  $\sqrt{160} \cdot \sqrt{8,1}$

b)  $(3\sqrt{5} - \sqrt{20}) : \sqrt{5}$

c)  $\frac{\sqrt{24} - \sqrt{6}}{\sqrt{6}}$

2. Thực hiện phép tính:  $\sqrt{50} - \frac{4}{3}\sqrt{18} + \sqrt{32}$

3. Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3} + 1 \quad (x \neq 3)$

Bài 2 (2 điểm). Cho các hàm số:  $y = x + 1$  (d);  $y = -\frac{1}{2}x - 2$  (d')

1. Vẽ (d) và (d') trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

2. Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng (d) và (d'). Tìm tọa độ của điểm

M.

Bài 3 (1,5 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A, AH là đường cao, biết HB = 4cm, HC = 9cm. Tính AH, AB, AC (làm tròn kết quả lấy 2 chữ số thập phân).

Bài 4 (3 điểm). Cho (O; R), dây BC khác đường kính. Qua O kẻ đường vuông góc với BC tại I, cắt tiếp tuyến tại B của đường tròn ở điểm A, vẽ đường kính BD.

a) Chứng minh  $CD \parallel OA$ .

b) Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c) Đường thẳng vuông góc BD tại O cắt BC tại K. Chứng minh  $IK \cdot IC + OI \cdot IA = R^2$ .