

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP TOÁN 8 CUỐI NĂM

Bài 1: Biểu diễn các đa thức sau dưới dạng bình phương của một tổng.

a. $x^2 + 2x(y + 1) + y^2 + 2y + 1$

b. $u^2 + v^2 + 2u + 2v + 2(u + 1)(v + 1) + 2$

Giải:

a. $x^2 + 2x(y + 1) + y^2 + 2y + 1$

$$= x^2 + 2x(y + 1) + (y + 1)^2$$

$$= (x + y + 1)^2$$

b. $u^2 + v^2 + 2u + 2v + 2(u + 1)(v + 1) + 2$

$$= (u^2 + 2u + 1) + (v^2 + 2v + 1) + 2(u + 1)(v + 1)$$

$$= (u + 1)^2 + (v + 1)^2 + 2(u + 1)(v + 1)$$

$$= (u + 1 + v + 1)^2$$

$$= (u + v + 2)^2$$

Bài 2: Điền đơn thức thích hợp vào các dấu *

a. $8x^3 + * + * + 27y^3 = (* + *)^3$

b. $8x^3 + 12x^2y + * + * = (* + *)^3$

c. $x^3 - * + * - * = (* - 2y)^3$

Giải:

a. $8x^3 + * + * + 27y^3 = (* + *)^3$

$$\Leftrightarrow (2x)^3 + * + * + (3y)^3$$

$$\Leftrightarrow 8x^3 + 3(2x)^2 \cdot 3y + 3(2x) \cdot (3y)^2 + (3y)^3 = (2x + 3y)^3$$

$$\Leftrightarrow 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 = (2x + 3y)^3$$

b. $8x^3 + 12x^2y + * + * = (* + *)^3$

$$\Leftrightarrow (2x)^3 + 3(2x)^2y + 3 \cdot 2x \cdot (y)^2 + y^3 = (2x + y)^3$$

$$\Leftrightarrow 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3 = (2x + y)^3$$

c. $x^3 - * + * - * = (* - 2y)^3$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 \cdot 2y + 3x(2y)^2 - (2y)^3 = (x - 2y)^3$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3 = (x - 2y)^3$$

Bài 3: Rút gọn biểu thức:

a. $(a - b + c + d)(a - b - c - d)$

b. $(x + 2y + 3z)(x - 2y + 3z)$

c. $(x - 1)(x^2 - x - 1)(x + 1)(x^2 + x + 1)$

d. $(x + y)^3 - (x - y)^3$

e. $(x^2 + 3x + 1)^2 + (3x + 1)^2 - 2(x^2 + 3x + 1)(3x - 1)$

Giải:

a. $(a - b + c + d)(a - b - c - d)$

$$= [(a - b) + (c + d)][(a - b) - (c + d)]$$

$$= (a - b)^2 - (c + d)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 - c^2 - 2cd - d^2$$

$$= a^2 + b^2 - c^2 - d^2 - 2ab - 2cd$$

b. $(x + 2y + 3z)(x - 2y + 3z)$

$$= [(x + 3z) + 2y][(x + 3z) - 2y]$$

$$= (x + 3z)^2 - (2y)^2$$

$$= x^2 + 6xz + 9z^2 - 4y^2$$

c. $(x - 1)(x^2 - x - 1)(x + 1)(x^2 + x + 1)$

$$= (x^3 - 1)(x^3 + 1) = x^6 - 1$$

d. $(x + y)^3 - (x - y)^3$

$$= (x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3) - (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3)$$

$$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - x^3 + 3x^2y - 3xy^2 + y^3$$

$$= 6x^2y + 2y^3 = 2y(3x^2 + y^2)$$

e. $(x^2 + 3x + 1)^2 + (3x + 1)^2 - 2(x^2 + 3x + 1)(3x - 1)$

$$= [(x^2 + 3x + 1)(3x - 1)]^2$$

$$= (x^2 + 3x + 1 - 3x + 1)^2 = (x^2 + 2)^2$$

Tiết 10:

Bài 4: Chứng minh rằng

a. $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax - by)^2 + (ay + bx)^2$

b. $(a + b + c)^2 + a^2 + b^2 + c^2 = (a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2$

c. $(x + y)^4 + x^4 + y^4 = 2(x^2 + xy + y^2)^2$

Giải:

a. $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ay - bx)^2 + (\cdot + by)^2$

$$\begin{aligned} \text{VP} &= (ay - bx)^2 + (\cdot + by)^2 \\ &= ay^2 - 2abxy + b^2x^2 + a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 \\ &= a^2y^2 + a^2x^2 + b^2x^2 + b^2y^2 \\ &= a^2(x^2 + y^2) + b^2(x^2 + y^2) \\ &= (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = \text{VT} \Rightarrow \text{®pcm} \end{aligned}$$

b. $(a + b + c)^2 + a^2 + b^2 + c^2 = (a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2$

$$\begin{aligned} \text{VP} &= (a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 + b^2 + 2bc + c^2 + c^2 + 2ac + a^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc + a^2 + b^2 + c^2 \\ &= (a + b + c)^2 + a^2 + b^2 + c^2 = \text{VT} \Rightarrow \text{®pcm} \end{aligned}$$

c. $(x + y)^4 + x^4 + y^4 = 2(x^2 + xy + y^2)^2$

$$\begin{aligned} \text{VT} &= (x + y)^4 + x^4 + y^4 \\ &= x^2 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 + x^4 + y^4 \\ &= 2(x^4 + y^4 + x^2y^2 + 2x^3y + 2xy^3 + 2x^2y^2) \\ &= 2(x^2 + y^2 + xy)^2 = \text{VP} \Rightarrow \text{®pcm} \end{aligned}$$

Bài 5: Trong hai số sau, số nào lớn hơn.

a. $A = 163^2 + 74.163 + 37^2$ và $B = 147^2 - 94.147 + 47^2$

b. $C = (2^2 + 4^2 + \dots + 100^2) - (1^2 + 3^2 + \dots + 99^2)$ và

c. $D = 3^8 \cdot 7^8 - (21^4 + 1)$

d. $E = \frac{x-y}{x+y}$ và $H = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ với $x > y > 0$

Giải:

a. $A = (163 + 37)^2 = 200^2 = 40000$

$$B = (147 - 47)^2 = 100^2 = 10000$$

Vậy $A > B$

b. $C = (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + \dots + (100^2 - 99^2)$

$$= 3 + 7 + \dots + 199 = \frac{(3+199) \cdot 50}{2} = 5050$$

$$D = (3 \cdot 7)^8 - (21^8 - 1) = 1$$

Vậy $D < C$

$$c. E = \frac{x-y}{x+y} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x+y)^2} = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2+2xy} < \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} = H$$

(Vì $x > y > 0$)

Tiết 11:

Bài 6: Xác định các hệ số a, b sao cho đa thức sau viết dưới dạng bình phương của một đa thức nào đó.

a. $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + ax + b$

b. $x^4 + ax^3 + bx^2 - 8x + 1$

Giải:

a. Giả thiết rằng: $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + ax + b = (x^2 + cx + d)^2$

Xét trường hợp: $x^4 + c^2x^2 + d^2 + 2cx^3 + 2dx^2 + 2cdx$

$$= x^4 + 2cx^3 + x^2(c^2 + 2d) + 2cdx + d^2$$

Sử dụng phương pháp đồng nhất hệ số ta có:

$$\begin{cases} 2c = 2 \\ c^2 + 2d = 3 \\ 2cd = a \\ b = d^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ d = 1 \\ a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

Xét trường hợp $x^4 + 2x^3 + 3x^2 + ax + b = (-x^2 + cx + d)^2$

Ta được: $a = 2; b = 1; c = d = 1$

Vậy $x^4 + 2x^3 + 2x + 1 = (x^2 + x + 1)^2 = (-x^2 - x - 1)^2$

Bài 7: Tìm giá trị lớn nhất của đa thức:

a. $C = 5 - 8x - x^2$

b. $D = -3x(x + 3) - 7$

Giải:

a. $C = 5 - 8x - x^2 = -x^2 - 8x - 16 + 16 + 5$

$$= -(x^2 + 8x + 16) + 21 = -(x + 4)^2 + 21$$

Vì $(x + 4)^2 \geq 0 \forall x \Rightarrow -(x + 4)^2 \leq 0 \forall x$

Do đó: $-(x + 4)^2 + 21 \leq 21$

Vậy giá trị lớn nhất của C là 21 khi $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$

b. $D = -3x(x + 3) - 7 = -3x^2 - 9x - 7$

$$= -3\left(x^2 + 2x \cdot \frac{3}{2} + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) - 7$$

$$= -3\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{4} - 7$$

$$= -3\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$$\forall x \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow -3\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \leq 0$$

$$\text{Do đó: } -3\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \leq -\frac{1}{4}$$

Vậy giá trị lớn nhất của D là $-\frac{1}{4}$ khi $x + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

Bài 8: Tìm giá trị nhỏ nhất của đa thức.

a. $A = x^2 + 5x + 8$

b. $B = x(x - 6)$

Giải: $A = x^2 + 5x + 8 = x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{5}{2} + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} + 8$

$$= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$$

$$\forall x \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4}$$

Vậy A có giá trị nhỏ nhất là $\frac{7}{4}$ khi $x + \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$

b. $B = x(x - 6) = x^2 - 6x$

$$= x^2 + 6x + 9 - 9 = (x + 3)^2 - 9$$

$$\forall x (x + 3)^2 \geq 0 \Rightarrow (x + 3)^2 - 9 \geq -9$$

Vậy B có giá trị nhỏ nhất là -9 khi $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

Chủ đề 5: Phân tích đa thức thành nhân tử.

A. Mục tiêu:

- Ôn tập cho học sinh tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng:

$$a(b + c) = ab + ac$$

- Ôn tập cho học sinh nắm vững các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử.
- + Đặt nhân tử chung
- + Dùng các hằng đẳng thức đáng nhớ.
- + Nhóm các hạng tử
- + Phối hợp nhiều phương pháp.

Ngoài ra cho học sinh làm quen với nhiều phương pháp khác như:

- + Tách một hạng tử thành nhiều hạng tử
- + Thêm bớt cùng một hạng tử thích hợp.
- + Phương pháp đặt biến phụ.

B. Thời lượng: 3 tiết (tiết 12, 13, 14)

C. Thực hiện:

Tiết 12:

Bài 1: Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung.

a. $12xy - 4x^2y + 8xy^2$

b. $4x(x - 2y) - 8y(x - 2y)$

c. $25x^2(y - 1) - 5x^3(1 - y)$

d. $3x(a - x) + 4a(a - x)$

Giải:

a. $12xy - 4x^2y + 8xy^2 = 4xy(3 - x + 2y)$

b. $4x(x - 2y) - 8y(x - 2y)$
 $= (x - 2y)(4x - 8y) = 4(x - 2y)(x - 2y)$
 $= 4(x - 2y)^2$

c. $25x^2(y - 1) - 5x^3(1 - y)$
 $= 25x^2(y - 1) + 5x^3(y - 1)$
 $= (y - 1)(25x^2 + 5x^3) = 5x^2(y - 1)(5 + x)$

d. $3x(a - x) + 4a(a - x) = (a - x)(3x + 4a)$

Bài 2: Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp dùng hằng đẳng thức.

a. $\frac{1}{36}a^2 - \frac{1}{4}b^2$

b. $(x + a)^2 - 25$

c. $x^2 + 2x + 1 - y^2 + 2y - 1$

d. $-125a^3 + 75a^2 - 15a + 1$

Giải:

a. $\frac{1}{36}a^2 - \frac{1}{4}b^2 = \left(\frac{1}{6}a\right)^2 - \left(\frac{1}{2}b\right)^2 = \left(\frac{1}{6}a + \frac{1}{2}b\right)\left(\frac{1}{6}a - \frac{1}{2}b\right)$

b. $(x + a)^2 - 25 = (x + a)^2 - 5^2 = (x + a + 5)(x + a - 5)$

c. $x^2 + 2x + 1 - y^2 + 2y - 1 = (x + 2x + 1) - (y^2 - 2y + 1)$
 $= (x + 1)^2 - (y - 1)^2 = (x + 1 + y - 1)(x + 1 - y + 1)$
 $= (x + y)(x - y + 2)$

d. $-125a^3 + 75a^2 - 15a + 1 = (1 - 5a)^3$

Tiết 13:

Bài 3: Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp nhóm hạng tử.

a. $4x^2 - 9y^2 + 4x - 6y$

b. $x^3 + y(1 - 3x^2) + x(3y^2 - 1) - y^3$

c. $a^2x + a^2y - 7x - 7y$

d. $x(x + 1)^2 + x(x - 5) - 5(x + 1)^2$

Giải:

a. $4x^2 - 9y^2 + 4x - 6y$
 $= (4x^2 - 9y^2) + (4x - 6y) = (2x + 3y)(2x - 3y) + 2(2x - 3y)$
 $= (2x - 3y)(2x + 3y + 2)$

b. $x^3 + y(1 - 3x^2) + x(3y^2 - 1) - y^3$
 $= x^3 + y - 3x^2y + 3xy^2 - x - y^3$
 $= (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) - (x - y)$
 $= (x - y)^3 - (x - y)$
 $= (x - y) [(x - y)^2 - 1] = (x - y)(x - y + 1)(x - y - 1)$

c. $a^2x + a^2y - 7x - 7y$
 $= (a^2x + a^2y) - (7x + 7y) = a^2(x + y) - 7(x + y)$
 $= (x + y)(a^2 - 7)$

d. $x(x + 1)^2 + x(x - 5) - 5(x + 1)^2$
 $= [x(x + 1)^2 - 5(x + 1)^2] + x(x - 5) = (x + 1)^2(x - 5) + x(x - 5)$
 $= (x - 5) [(x + 1)^2 + x] = (x - 5)(x^2 + 3x + 1)$

Bài 4: Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách phối hợp nhiều phương pháp.

a. $x^4 + x^2y^2 + y^4$

b. $x^3 + 3x - 4$

c. $x^3 - 3x^2 + 2$

d. $2x^3 + x^2 - 4x - 12$

Giải:

a. $x^4 + x^2y^2 + y^4 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2$
 $= (x^2 + y^2)^2 - x^2y^2 = (x^2 + y^2)^2 - (xy)^2$
 $= (x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)$

b. $x^3 + 3x - 4 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 3x^2 - 3$
 $= (x - 1)^3 + 3(x^2 - 1) = (x - 1)^3 + 3(x + 1)(x - 1)$
 $= (x - 1) [(x - 1)^2 + 3(x + 1)] = (x - 1)(x^2 + x + 4)$

c. $x^3 - 3x^2 + 2 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 - 3x + 3$
 $= (x - 1)^3 - 3(x - 1) = (x - 1)[(x - 1)^2 - 3]$
 $= (x - 1)(x^2 - 2x - 2)$

d. $2x^3 + x^2 - 4x - 12 = (x^2 - 4x + 4) + (2x^3 - 16)$
 $= (x - 2)^2 + 2(x^3 - 8) = (x - 2)^2 + 2(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$
 $= (x - 2) [(x - 2) + 2(x^2 + 2x + 4)] = (x - 2)(2x^2 + 5x + 6)$

Tiết 14:

Bài 5: Tính bằng cách hợp lý nhất giá trị các biểu thức

a. $\frac{5}{19} \left(3\frac{4}{5} \cdot 5\frac{1}{3} + 4\frac{2}{3} \cdot 3,8 \right)$

b. $a^2 - 86a + 13$ với $a = 87$

c. $a^2 + 32a - 300$ với $a = 68$

d. $a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$ với $a = -27$, $b = -33$

Giải:

a. $\frac{5}{19} \left(3\frac{4}{5} \cdot 5\frac{1}{3} + 4\frac{2}{3} \cdot 3,8 \right) = \frac{5}{19} \cdot \frac{19}{5} \left(5 + 4 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) = 10$

b. $a^2 - 86a + 13 = 87(87 - 86) + 13 = 87 + 13 = 100$

c. $a^2 + 32a - 300 = 68(68 + 32) - 300 = 68 \cdot 100 - 300 = 6500$

d. $a^3 - b^3 - 3ab(a - b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2 - 3ab)$

$$= (a - b)^3 = (-27 + 33)^3 = 6^3 = 216$$

Bài 6: Tìm x biết:

a. $(x - 2)(x - 3) + (x - 2) - 1 = 0$

b. $(x + 2)^2 - 2x(2x + 3) = (x + 1)^2$

Giải:

a. $(x - 2)(x - 3) + (x - 2) - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x - 3 + 1) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2 + 1)(x - 2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 3$$

Vậy nghiệm của phương trình: $x_1 = 1, x_2 = 3$

b. $(x + 2)^2 - 2x(2x + 3) = (x + 1)^2$

$$\Leftrightarrow (x + 2)^2 - (x + 1)^2 - 2x(2x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2 + x + 1)(x + 2 - x - 1) - 2x(2x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 3) - 2x(2x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 3)(1 - 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \text{ hoặc } x = \frac{1}{2}$$

Vậy nghiệm của PT: $x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = \frac{1}{2}$

Chủ đề 6: Hình chữ nhật

A. Mục tiêu:

- Ôn tập cho học sinh các tính chất của hình chữ nhật.
- Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật
- Rèn luyện khả năng vẽ hình, chứng minh một bài toán.

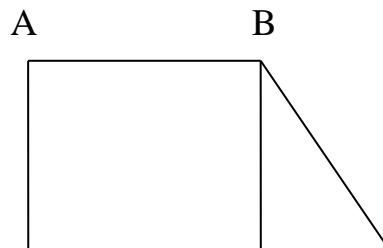
B. Thời lượng: 3 tiết (tiết 15, 16, 17)

C. Thực hiện:

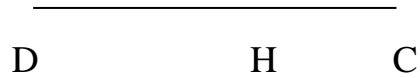
Tiết 15:

Bài 1: Tìm x trên hình bên (@v đo: cm)

Giải:



KY $BH \perp CD$. Tứ giác ABHD có 3 góc vuông nên là hình chữ nhật, do đó:



$$DH = AB = 16\text{cm}$$

$$\Rightarrow HC = DC - DH = 24 - 16 = 8\text{cm}$$

Xét $\triangle BHC$ vuông theo định lý Pitago

$$BH = \sqrt{BC^2 - HC^2} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15\text{cm}$$

Vậy $x = 15\text{cm}$

Bài 2: Tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc với nhau. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Tứ giác EFGH kụ hình gì? Vì sao?

Giải:

Tam giác ABC có $AE = EB, BF = FC$

$$\Rightarrow EF = \frac{1}{2}AC \quad (1)$$

Chứng minh tương tự: $HG \parallel AC \quad (2)$

Từ (1), (2) $\Rightarrow EF \parallel HG \quad (*)$

Chứng minh tương tự: $EH \parallel FG \quad (**)$

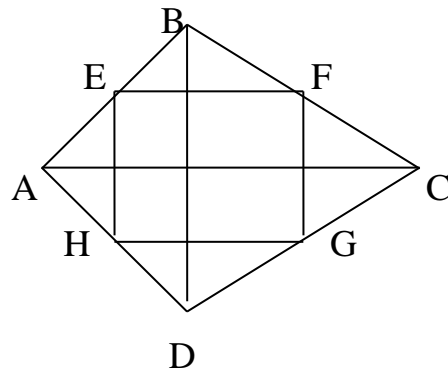
Từ (*) và (**) $\Rightarrow EFGH$ là hình bình hành.

$EF \parallel AC, BD \perp AC \Rightarrow EF \perp BD$

$EF \perp BD, EH \parallel BD \Rightarrow EF \perp EH$

Hình bình hành EFGH có góc $E = 90^\circ$

\Rightarrow là hình chữ nhật



Bài 3: Cho tam giác ABC vuông cân tại A, $AC = 4\text{cm}$, Điểm M thuộc cạnh BC.

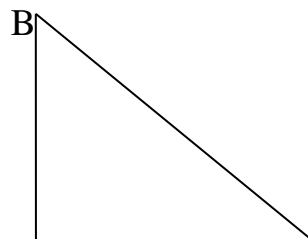
Gọi D, E theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến AB, AC.

a. Tứ giác EDME là hình gì? tính chu vi tứ giác đó.

b. Điểm M ở vị trí nào trên cạnh BC thì đoạn thẳng DE có độ dài nhỏ nhất.

Giải:

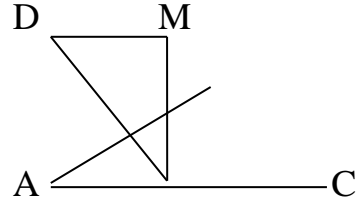
a. Tứ giác ADME có góc $\angle A = \angle D = \angle E = 90^\circ$



Vậy tứ giác ADME là hình chữ nhật.

- Chu vi của hình chữ nhật ADME bằng:

$$\begin{aligned} 2(AD + DM) &= 2(AD + DB) = 2AB \\ &= 2 \cdot 4 = 8\text{cm} \end{aligned}$$



b. Gọi H là trung điểm của BC, ta có $AH \perp BC$

ADME là hình chữ nhật $\Rightarrow DE = AM$

Ta có: $DE = AM > AH$.

Dấu “=” xảy ra khi $M \equiv H$

Vậy DE có độ dài nhỏ nhất là AH khi M là trung điểm của BC

Tiết 16:

Bài 4: Cho tam giác ABC cân tại A, các đường trung tuyến BM, CN cắt nhau tại G. Gọi D là điểm đối xứng với G qua M. Gọi E là điểm đối xứng với G qua N. Tứ giác BEDC là hình gì? Vì sao?

Giải:

D đối xứng với G qua M $\Rightarrow GD = 2GM$

G là trọng tâm của tam giác ABC

$$\Rightarrow BG = 2GM \Rightarrow BG = GD$$

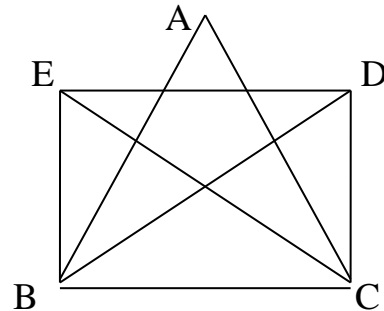
chứng minh tương tự: $CG = GE$

Tứ giác BEDC có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình bình hành

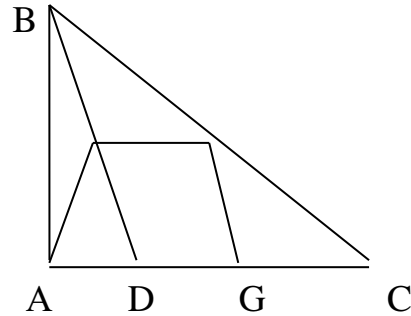
$$\triangle CBM = \triangle BCN \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \angle B_1 = \angle C_1$$

$$\Rightarrow BG = CG \Rightarrow BD = CE$$

Hình bình hành BEDC có hai đường chéo bằng nhau nên là hình chữ nhật.



Bài 5: Cho tam giác ABC vuông tại A. Điểm D thuộc cạnh AC. Gọi E, F, G theo thứ tự là trung điểm của BD, BC, DC. Chứng minh rằng tứ giác EFEG là hình thang cân.



Giải:

Vì EF là đường trung bình của tam giác BDC
nên $EF \parallel DC$

Do đó: AEFG là hình thang

Do FG là đường trung bình của tam giác BDC

Nên $FG \parallel BD \Rightarrow \text{góc } \angle G_1 = \angle D_1$ (đồng vị)

Vì tam giác ABD vuông tại A, AE là đường
trung tuyến nên $AE = \frac{BD}{2} = ED$

Do đó: tam giác AED cân tại E $\Rightarrow \text{góc } \angle A_1 = \angle D_1$

Từ đó góc $\angle G_1 = \angle A_1$

Hình thang AEFG có hai góc kề một đáy bằng nhau nên là hình thang cân.

Tiết 17:

Bài 6: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, đường trung tuyến AM

a. CMR: Góc $\angle HAB = \angle MAC$

b. Gọi D, E thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ H đến AB, AC. CMR AM vuông góc với DE

Giải:

a. Ta có góc $\angle A_1 = \angle C$ (cùng phụ với $\angle HAC$)

AM là trung tuyến ứng với cạnh huyền
của tam giác ABC $\Rightarrow AM = MC$

$\Rightarrow \text{góc } \angle C = \angle A_2 \Rightarrow \text{góc } \angle A_1 = \angle A_2$

b. Gọi O là giao điểm của AH và DE

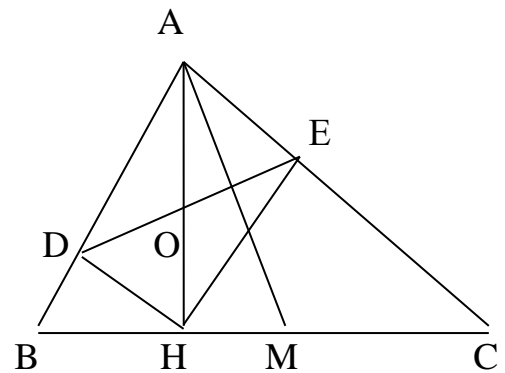
I là giao điểm của AM và DE

Tứ giác ADHE là hình chữ nhật (có 3 góc vuông)

$\Rightarrow OA = OE \Rightarrow \text{góc } \angle E_1 = \angle OAE$ (1)

Ta lại có: ΔAHC vuông

$\Rightarrow \text{góc } \angle C + \angle OAE = 90^\circ$ (2)



ta có: góc $\angle C = \angle A_2$ (3) (cm ở câu a)

Từ (1), (2), (3) \Rightarrow góc $\angle E_1 + \angle A_2 = 90^\circ$

\Rightarrow Góc $\angle AIE = 90^\circ$ tức $AM \perp DE$

Bài 7: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi D, E theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ H đến AB, AC.

a. CMR: $AH = DE$

b. Gọi I là trung điểm của HB, K là trung điểm của HC

CMR: $DI \parallel EK$

Giải:

a. Tứ giác ADHE có 3 góc vuông nên là hình chữ nhật

Do đó: $AH = DE$

b. Gọi O là giao điểm của AH và DE

ADHE là hình chữ nhật

$\Rightarrow OH = OE \Rightarrow$ góc $\angle E_1 = \angle H_1$ (1)

Tam giác EHC vuông có EK là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền

$\Rightarrow HK = EK \Rightarrow$ góc $\angle E_2 = \angle H_2$ (2)

\Rightarrow Từ (1), (2) \Rightarrow góc $\angle E_1 + \angle E_2 = \angle H_1 + \angle H_2 = \angle AHC = 90^\circ$

Do đó: góc $\angle DEK = 90^\circ$

Chứng minh tương tự ta có: góc $\angle EDI = 90^\circ$

Vậy $DI \parallel EK$ (®pcm)

