

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ II

I. PHẦN GIẢI TÍCH

Bài 1: Tính các tích phân sau:

$$1/ \int_{-1}^1 (2x^2 + x + 1) dx$$

$$2/ \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) dx$$

$$3/ \int_1^2 \frac{x^2 - 2x}{x^3} dx$$

$$4/ \int_1^{e^2} \frac{2\sqrt{x} + 5 - 7x}{x} dx$$

$$5/ \int_1^8 \left(4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \right) dx$$

$$6/ \int_2^3 \frac{x+2}{x-1} dx$$

$$7/ \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$$

$$8/ \int_{-1}^0 e^{2x+3} dx$$

$$9/ \int_0^1 e^{-x} dx$$

Bài 2: Tính các tích phân sau:

$$1) \int_{-3}^3 |x^2 - 1| dx$$

$$2) \int_{-1}^4 |x^2 - 3x + 2| dx$$

$$3) \int_{-3}^5 (|x+2| - |x-2|) dx$$

$$4) \int_{\frac{1}{2}}^2 \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}} - 2 dx$$

$$5) \int_0^3 |2^x - 4| dx$$

$$6) \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos 2x} dx$$

$$7) \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \sin x} dx$$

$$8) \int_0^2 |x^2 - x| dx$$

Bài 3: Tính các tích phân sau bằng phương pháp đổi biến số:

$$1) \int_0^1 \frac{x}{(2x+1)^3} dx$$

$$2) \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{2x+1}} dx$$

$$3) \int_0^1 x\sqrt{1-x} dx$$

$$4) \int_1^e \frac{1 + \ln^2 x}{x} dx$$

$$5) \int_0^1 x^5 (1-x^3)^6 dx$$

$$6) \int_{\ln 3}^{\ln 5} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3}$$

$$7) \int_1^2 \frac{x}{1 + \sqrt{x-1}} dx$$

$$8) \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x} \ln x}{x} dx$$

$$9) \int_0^1 \frac{1}{e^x + 1} dx.$$

Bài 4: Tính các tích phân sau bằng phương pháp tích phân từng phần:

$$1) \int_0^1 x.e^{3x} dx$$

$$2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-1) \cos x dx$$

$$3) \int_0^{\frac{\pi}{6}} (2-x) \sin 3x dx$$

$$4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin 2x dx$$

$$5) \int_1^e x \ln x dx$$

$$6) \int_1^e (1-x^2) \cdot \ln x \cdot dx$$

$$7) \int_1^3 4x \cdot \ln x \cdot dx$$

$$8) \int_0^1 x \cdot \ln(3+x^2) \cdot dx$$

$$\begin{array}{llll}
 9) \int_1^2 \frac{\ln x}{x^5} dx & 10) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x dx & 11) \int_0^1 e^x \sin x dx & 12) \int_0^{\pi^2} \sin \sqrt{x} dx \\
 13) \int_1^e x \ln^2 x dx & 14) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x + \sin x}{\cos^2 x} dx & 15) \int_0^{\pi} x \sin x \cos^2 x dx & 16) \int_0^{\frac{\pi}{4}} x(2 \cos^2 x - 1) dx \\
 17) \int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx & 18) \int_0^1 (x+1)^2 e^{2x} dx & 19) \int_1^e (x \ln x)^2 dx & 20) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \ln(1 + \cos x) dx \\
 21) \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{\ln x}{(x+1)^2} dx & 22) \int_0^1 x t g^2 x dx & 23) \int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx & 24) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos^3 x) \sin x dx
 \end{array}$$

Bài 5: Tính tích phân các hàm số phân thức hữu tỉ sau:

$$\begin{array}{lll}
 1. \int_3^5 \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx & 2. \int_0^1 \frac{x^3+x+1}{x+1} dx & 3. \int_2^3 \frac{x+2}{x-1} dx \\
 4. \int_0^1 \frac{x^2}{(3x+1)^3} dx & 5. \int_0^1 \frac{1}{(x+2)^2(x+3)^2} dx & 6. \int_0^1 \frac{dx}{x^2+4x+3} \\
 7. \int_{-1}^0 \frac{2x^3-6x^2+9x+9}{x^2-3x+2} dx & 8. \int_0^1 \frac{x^2+2x+3}{x+3} dx & 9. \int_0^2 \frac{1}{4+x^2} dx \\
 10. \int_0^1 \frac{1}{1+x^3} dx & 11. \int_0^1 \frac{1+x^4}{1+x^6} dx & 12.. \int_1^2 \frac{1-x^{2008}}{x(1+x^{2008})} dx
 \end{array}$$

Bài 6: Tính tích phân các hàm lượng giác sau:

$$\begin{array}{lll}
 1. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^4 x dx & 2. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 5x \cdot \cos 3x dx & 3. \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^3 x) dx \quad 4. \\
 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x (\sin^4 x + \cos^4 x) dx & 5. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x} dx & 6. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 - \cos x} \\
 7. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx & 8. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x} & 9. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx \\
 10. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x + \cos x + 1} dx & 11. \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{(1 - \cos x)^2} & 12. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x + 1}{\sin x + 2 \cos x + 3} dx
 \end{array}$$

$$13. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg}^4 x dx$$

$$14. \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \sin x} dx$$

$$15. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt[3]{\sin^3 x - \sin x}}{\sin^3 x \operatorname{tg} x} dx$$

$$16. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin x \sin(x + \frac{\pi}{6})}$$

$$17. \int_1^2 \cos(\ln x) dx$$

$$18. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\ln(\sin x)}{\cos^2 x} dx$$

Bài 7: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi

a/ Đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, trục hoành, đường thẳng $x = -2$ và đường thẳng $x = 1$

b/ Đồ thị hàm số $y = e^x + 1$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$

c/ Đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành, đường thẳng $x = -2$ và đường thẳng $x = 4$

d/ Đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2\pi$

f/ Đồ thị hàm số $y = \ln x$, trục hoành, $y = \frac{1}{e}$ và $y = e$

e/ Đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$ và đồ thị hàm số $y = x + 3$

g/ Đồ thị hàm số $y = 2 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = |x|$

h/ Đồ thị hàm số $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4\sqrt{2}}$

Bài 8: Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên khi quay miền D quanh trục Ox :

a/ D giới hạn bởi các đường $y = x \ln x$; $y = 0$; $x = 1$; $x = e$

b/ D giới hạn bởi các đường $y = x \sqrt{\ln(1 + x^3)}$; $y = 0$; $x = 1$

c/ D giới hạn bởi hai đường: $y = 4 - x^2$; $y = x^2 + 2$.

d/ D giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$ và $y = 2x + 4$

e/ D giới hạn bởi các đường: $y = \sqrt{x}$; $y = 2 - x$; $y = 0$

f/ D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} \cdot e^{\frac{x}{2}}$; $y = 0$; $x = 1$; $x = 2$

Bài 9. Thực hiện các phép tính sau:

a. $(2 - 3i)(1 + 2i) - 3 + 4i$ b. $\frac{3 - i}{2 + 3i} - (2\sqrt{3} - 5i)$

Bài 10. Tìm phần thực và phần ảo của mỗi số phức sau:

a. $(1 + i)^2 - (1 - i)^2$; b. $\frac{\sqrt{3} - i}{1 + i} - \frac{\sqrt{2} + i}{i}$

c. $\frac{1}{2i} \left(i^7 - \frac{1}{i^7} \right)$; d. $\left(\frac{1 + i}{1 - i} \right)^2 + (1 - i)^{10} + (2 + 3i)(2 - 3i) + \frac{1}{i}$

Bài 11. Giải các phương trình sau trong tập \mathbb{R}

a. $3x^2 - x + 2 = 0$ b. $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$

c. $3\sqrt{2}x^2 - 2\sqrt{3}x + \sqrt{2} = 0$ d. $ix^2 + 2ix - 4 = 0$

Bài 13. Tìm nghiệm phức của mỗi phương trình sau:

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{2+i}{1-i}z &= \frac{-1+3i}{2+i}; & \text{b. } (4-5i)z &= 2+i & \text{c. } z\left(3-\frac{1}{2}i\right) &= 3+\frac{1}{2}i \\ \text{d. } \frac{3+5i}{z} &= 2-4i & \text{e. } ((2-i)\bar{z}+3+i)\left(iz+\frac{1}{2i}\right) &= 0; & \text{f. } \end{aligned}$$

$z^2 + |z| = 0$; **Bài 14.** Tìm tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện sau:

$$\begin{aligned} \text{a) } |z+1| < 1 & \quad \text{b) } 1 < |z-i| < 2 & \quad \text{c) } |2i-2\bar{z}| = |2z-1| \\ \text{d) } |z+3| = 1 & \quad \text{e) } |z+i| = |z-2-3i| & \quad \text{f) } z-2+i \text{ là số thuần ảo} \end{aligned}$$

II. PHẦN HÌNH HỌC

Bài 1. Cho ba điểm không thẳng hàng: $A(1;3;7)$, $B(-5;2;0)$, $C(0;-1;-1)$.

- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.
- Tính chu vi tam giác ABC
- Tìm tọa độ điểm D để tứ giác ABCD là hình bình hành.
- Tìm tọa độ điểm M sao cho $\vec{GA} = -2\vec{GM}$

Bài 2. Viết phương trình mặt cầu trong các trường hợp sau:

- Tâm $I(2;1;-1)$, bán kính $R = 4$.
- Đi qua điểm $A(2;1;-3)$ và tâm $I(3;-2;-1)$.
- Hai đầu đường kính là $A(-1;2;3)$, $B(3;2;-7)$
- Đi qua bốn điểm $(0; 0; 0)$, $A(2; 2; 3)$, $B(1; 2; -4)$, $C(1; -3; -1)$
- Đi qua điểm $A(1;3;0)$, $B(1;1;0)$ và tâm I thuộc Ox .

Bài 3. Trong không gian Oxyz, cho bốn điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$, $D(-1;1;2)$

- Viết phương trình mặt phẳng (ABC).
- Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AC.
- Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa AB và song song với CD.
- Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa CD và vuông góc với mp(ABC)

Bài 4. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x + y - z - 6 = 0$

- Viết phương trình mp (Q) đi qua gốc tọa độ O và song song với mp (P).
- Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P).

Bài 5. Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $x + y - z + 5 = 0$ và (Q): $2x - z = 0$

- Chứng tỏ hai mặt phẳng đó cắt nhau
- Lập phương trình mặt phẳng (α) qua giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) và đi qua A(-1;2;3).
- Lập phương trình mặt phẳng (β) qua giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) và song song với Oz.
- Lập phương trình mặt phẳng (γ) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q).

Bài 6. Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $2x + ky + 3z - 5 = 0$ và (Q): $mx - 6y - 6z + 2 = 0$

- Xác định giá trị k và m để hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau, lúc đó hãy tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng.
- Trong trường hợp $k = m = 0$ gọi d là giao tuyến của (P) và (Q). Hãy viết phương trình đường thẳng d

Bài 7. Lập phương trình tham số và chính của đường thẳng (d) trong các trường hợp sau :

- (d) đi qua điểm M(1;0;1) và nhận $\vec{a}(3;2;3)$ làm VTCP
- (d) đi qua 2 điểm A(1;0;-1) và B(2;-1;3)
- (d) đi qua A(2; -1; 3) và vuông góc mặt phẳng (P): $3x + 2y - z + 1 = 0$

Bài 8. Cho hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ có phương trình cho bởi :

$$(d_1): \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1} \quad (d_2): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t + 2 \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad (t \in R)$$

- CMR hai đường thẳng đó cắt nhau. Xác định tọa độ giao điểm của nó.
- Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) chứa $(d_1), (d_2)$.

Bài 9. Trong không gian Oxyz cho A(3;-1;0) , B(0;-7;3) , C(-2;1;-1) , D(3;2;6).

- Viết phương trình mặt phẳng (ABC).
- Viết phương trình đường thẳng (d) qua D vuông góc với mặt phẳng (ABC).
- Tìm tọa độ điểm D' đối xứng D qua mặt phẳng (ABC).
- Tìm tọa độ điểm C' đối xứng C qua đường thẳng AB

Bài 10. Viết phương trình đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a. Song song với đường thẳng: $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và cắt cả hai đường thẳng $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2t \\ z = 1-t \end{cases}$;

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{1}$$

b. Qua điểm A(1;-1;1) và cắt cả hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = t \\ z = 3-t \end{cases}$ và d_2 với d_2 là giao tuyến

của hai mặt phẳng

$$x + y + z - 1 = 0; y + 2z - 2 = 0$$

c. Qua B(3;1;4) và vuông góc với hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = -2+t \\ z = t \end{cases}$ và d' với d' là giao tuyến

của hai mặt phẳng

$$2x + y - z + 2 = 0; x - 2y + 3z - 5 = 0$$

Bài 11. Lập phương trình mp(P) qua d: $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-3}$ và song song với đường thẳng

$$d': \begin{cases} x = t \\ y = -2-2t \\ z = 3+3t \end{cases}$$

Bài 12. Cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z - 6 = 0$ và đường thẳng d: $\frac{x-1}{-6} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$

a. Tìm tọa độ giao điểm A của d và (α)

b. Viết phương trình đường thẳng nằm trong mp(α) và vuông góc với đường thẳng d tại A.

Bài 13. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 1 = 0$; $(\beta): x + 6y + 2z + 3 = 0$

a. Tìm phương trình giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β)

b. Tìm phương trình đường thẳng d qua A(-1;2;3) và song song với hai mặt phẳng (α) và (β)

Bài 14. Chứng tỏ hai đường thẳng sau chéo nhau và viết phương trình đường vuông góc chung của chúng:

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{3} \text{ và } \begin{cases} x = 1-t \\ y = 6+2t \\ z = -1 \end{cases}$$

Bài 15. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có phương trình:

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 36 \text{ và } (P): x + 2y + 2z + 18 = 0.$$

1. Xác định tọa độ tâm T và bán kính mặt cầu (S). Tính khoảng cách từ T đến mặt phẳng (P).

2. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua T và vuông góc với (P) . Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) .

Bài 16. Cho mp (P) : $2x - 3y - 6z + 10 = 0$ và đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = -7 + 3t \\ y = 13 - 9t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

- a. Tìm điểm M thuộc d có hoành độ $x = 3$.
 b. Viết phương trình mặt cầu tâm M và tiếp xúc với (P) .
 c. Viết phương trình mặt cầu tâm M và cắt (P) theo đường tròn (C) có bán kính bằng $\sqrt{15}$

Bài 17. Trong không gian cho hệ trục tọa độ Oxyz

a. Tìm tọa độ hình chiếu của $A(1; -2; 3)$ xuống đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 5 + t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$$

- b. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng d .

Bài 18. Tính khoảng cách giữa:

a. $M(1; 0; 2)$ và d :
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

b. $M(1; 2; -1)$ và d :
$$\begin{cases} x = t \\ y = 4 + t \\ z = 6 + 2t \end{cases}$$

c. d : $\frac{x}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-3}{2}$ và d' : $\frac{x+3}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+2}{2}$

d. d : $\frac{x+1}{2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+2}{-2}$ và d' :
$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

Bài 19. Cho đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3t \end{cases}$$
 và mặt phẳng (P) : $2x - y - 2z + 1 = 0$

Tìm tọa độ các điểm thuộc d sao cho khoảng cách từ mỗi điểm đó đến mp (P) bằng 3

Bài 20. Cho 2 đường thẳng $(d_1), (d_2)$ có phương trình :

(d_1) :
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad t \in R,$$

(d_2) :
$$\begin{cases} x = 2 - 2u \\ y = 3 \\ z = u \end{cases} \quad (u \in \mathbb{R})$$

- a) CMR (d_1) và (d_2) chéo nhau.
 b) Viết phương trình đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2) .
 c) Lập phương trình mặt cầu (S) có đường kính là đoạn vuông góc chung của (d_1) và (d_2) .
 d) Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng cách đều (d_1) và (d_2) .