

**ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP TOÁN 11
HỌC KÌ 1 – CHUẨN VÀ NÂNG CAO**

I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC – PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

1.1 Tìm tập xác định của mỗi hàm số sau đây:

a/ $f(x) = \frac{\sin x + 1}{\sin x - 1}$; b/ $f(x) = \frac{2 \tan x + 2}{\cos x - 1}$; c/ $f(x) = \frac{\cot x}{\sin x + 1}$;

d/ $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$; e/ $y = \frac{\sin(2-x)}{\cos 2x - \cos x}$; f/ $y = \frac{1}{\sqrt{3} \cot 2x + 1}$.

1.2 Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

a/ $y = 3 \cos x + 2$; b/ $y = 1 - 5 \sin 3x$; c/ $y = 4 \cos\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) + 9$;

d/ $f(x) = \cos x - \sqrt{3} \sin x$; e/ $f(x) = \sin^3 x + \cos^3 x$; f/ $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$.

1.3 Giải phương trình:

a/ $2 \sin x + \sqrt{2} = 0$; b/ $\sin(x-2) = \frac{2}{3}$; c/ $\cot(x+20^\circ) = \cot 60^\circ$;

d/ $2 \cos 2x + 1 = 0$; e/ $\cos(2x+15^\circ) = -0,5$; f/ $\sqrt{3} \tan 3x + 1 = 0$.

g/ $\sin\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5} + x\right)$; h/ $\cos(2x+1) = \cos(2x-1)$; i/ $\sin 3x = \cos 2x$.

1.4 Giải các phương trình sau:

a/ $\cos^2 2x = \frac{1}{4}$; b/ $4 \cos^2 2x - 3 = 0$; c/ $\cos^2 3x + \sin^2 2x = 1$;

d/ $\sin x + \cos x = 1$; e/ $\sin^4 x - \cos^4 x = 1$; f/ $\sin^4 x + \cos^4 x = 1$.

1.5 Tìm các nghiệm của phương trình sau trong khoảng đã cho:

a/ $2 \sin 2x + 1 = 0$ với $0 < x < \pi$; b/ $\cot(x-5) = \sqrt{3}$ với $-\pi < x < \pi$.

1.6 Giải các phương trình sau:

a/ $\cos^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x = 0$; b/ $\sqrt{3} \cos x + \sin 2x = 0$;

c/ $8 \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x = \cos 8\left(\frac{\pi}{16} - x\right)$; d/ $\sin^4\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \sin^4 x = \sin 4x$.

1.7 Giải phương trình:

a/ $\cos 7x \cdot \cos x = \cos 5x \cdot \cos 3x$; b/ $\cos 4x + \sin 3x \cdot \cos x = \sin x \cdot \cos 3x$;

c/ $1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$; d/ $\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x = 2$.

1.8 Giải phương trình:

a/ $\frac{2 \cos 2x}{1 - \sin 2x} = 0$; b/ $\frac{\tan x - \sqrt{3}}{2 \cos x + 1} = 0$; c/ $\sin 3x \cot x = 0$; d/ $\tan 3x = \tan x$.

1.9 Giải phương trình:

a/ $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$; b/ $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$;
 c/ $2 \sin^2 x + 5 \sin x - 3 = 0$; d/ $\cot^2 3x - \cot 3x - 2 = 0$;
 e/ $2 \cos^2 x + \sqrt{2} \cos x - 2 = 0$; f/ $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$;
 g/ $\cos 2x - 5 \sin x - 3 = 0$; h/ $5 \tan x - 2 \cot x - 3 = 0$.
 i/ $\sin^2 \frac{x}{2} - 2 \cos \frac{x}{2} + 2 = 0$; j/ $\cos x + 5 \sin \frac{x}{2} - 3 = 0$;
 k/ $\cos 4x - \sin 2x - 1 = 0$; l/ $\cos 6x - 3 \cos 3x - 1 = 0$.

1.10 Giải các phương trình:

a/ $\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1) \tan x - \sqrt{3} = 0$; b/ $\sqrt{3} \tan^2 x - (1 - \sqrt{3}) \tan x - 1 = 0$;
 c/ $2 \cos 2x - 2(\sqrt{3} + 1) \cos x + 2 + \sqrt{3} = 0$; d/ $\frac{1}{\cos^2 x} - (2 + \sqrt{3}) \tan x - 1 + 2\sqrt{3} = 0$.

1.11 Giải phương trình:

a/ $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1$; b/ $\sqrt{3} \cos 3x - \sin 3x = 2$;
 c/ $3 \cos x + 4 \sin x = -5$; d/ $\sin x - 7 \cos x = 7$;
 e/ $2 \sin 2x - 2 \cos 2x = \sqrt{2}$; f/ $\sin 2x = \sqrt{3} - \sqrt{3} \cos 2x$.

1.12 Giải phương trình:

a/ $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3$; b/ $2 \cos^2 x - \sqrt{3} \sin 2x = \sqrt{2}$;
 c/ $2 \sin 2x \cos 2x + \sqrt{3} \cos 4x + \sqrt{2} = 0$; d/ $4 \sin^2 x + 3\sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x = 4$.

1.13 Giải phương trình:

a/ $3 \sin^2 x - \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 3$; b/ $\sin^2 x + \sin 2x - 2 \cos^2 x = \frac{1}{2}$;
 c/ $2 \sin^2 x + 3\sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^2 x = 4$; d/ $\cos^2 2x + \sin 4x - 3 \sin^2 2x = 0$.
 e/ $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^2 x = 2$; f/ $\cos^2 x = 3 \sin 2x + 3$.

II. TỔ HỢP – XÁC SUẤT

2.1 Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số của nó đều chẵn?

2.2 Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, có thể tạo nên bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau?

2.3 Từ các chữ số 2, 3, 4, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 100?

- 2.4** Cho tập hợp $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Từ các phần tử của tập X có thể lập bao nhiêu số tự nhiên trong các trường hợp sau:
- a/ Số đó có 4 chữ số khác nhau từng đôi một.
 b/ Số đó là số chẵn và có 4 chữ số khác nhau từng đôi một.
- 2.5** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 5?
- 2.6** Có tối đa bao nhiêu số máy điện thoại có 7 chữ số bắt đầu bằng số 8 sao cho:
- a/ Các chữ số đôi một khác nhau.
 b/ Các chữ số tùy ý.
- 2.7** a/ Có bao nhiêu cách chọn 3 người từ 10 người để thực hiện cùng một công việc?
 b/ Có bao nhiêu cách chọn 3 người từ 10 người để thực hiện ba công việc khác nhau?
- 2.8** Trong một cuộc thi có 16 đội tham dự, giả sử rằng không có hai đội nào cùng điểm.
- a/ Nếu kết quả cuộc thi là chọn ra ba đội có điểm cao nhất thì có bao nhiêu cách chọn?
 b/ Nếu kết quả cuộc thi là chọn ra các giải nhất, nhì, ba thì có bao nhiêu sự lựa chọn?
- 2.9** Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và lớn hơn 8600?
- 2.10** Cho 10 điểm nằm trên một đường tròn.
- a/ Có bao nhiêu đoạn thẳng mà hai đầu là hai trong số 10 điểm đã cho?
 b/ Có bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$ có gốc và ngọn trùng với hai trong số 10 điểm đã cho?
 c/ Có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh là ba trong số 10 điểm đã cho?
- 2.11** Một họ 12 đường thẳng song song cắt một họ khác gồm 9 đường thẳng song song (không song song với 12 đường ban đầu). Có bao nhiêu hình bình hành được tạo nên?
- 2.12** Đa giác lồi 18 cạnh có bao nhiêu đường chéo?
- 2.13** Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song nhau. Trên d_1 lấy 5 điểm, trên d_2 lấy 3 điểm. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó được lấy từ các điểm đã chọn?
- 2.14** Tìm hệ số của $x^4 y^9$ trong khai triển $(2x - y)^{13}$.

- 2. 15** a/ Tìm hệ số của x^8 trong khai triển $(3x+2)^{10}$.
 b/ Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $(2-x)^9$.
 c/ Khai triển và rút gọn $(2x+1)^4 + (3+x)^5$ thành đa thức.
 d/ Trong khai triển và rút gọn của $(1-2x)^8 + (1+3x)^{10}$, hãy tính hệ số của x^3 .
 e/ Tìm hệ số của x^4 trong khai triển và rút gọn $(x+1)^9 + (x+2)^8 + (x+3)^7 + (x+4)^6$.
- 2. 16** Xét khai triển của $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{15}$.
 a/ Tìm số hạng thứ 7 trong khai triển (viết theo chiều số mũ của x giảm dần).
 b/ Tìm số hạng không chứa x trong khai triển.
 c/ Tìm hệ số của số hạng chứa x^3
- 2. 17** Giả sử khai triển $(1-2x)^{15}$ có $(1-2x)^{15} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{15}x^{15}$.
 a/ Tính a_9 . b/ Tính $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{15}$. c/ Tính $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{14} - a_{15}$.
- 2. 18** a/ Biết rằng hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ bằng 90. Tìm n.
 b/ Trong khai triển của $(x-1)^n$, hệ số của x^{n-2} bằng 45. Tính n.
- 2. 19** Cho 8 quả cân có trọng lượng lần lượt là 1kg, 2kg, 3kg, 4kg, 5kg, 6kg, 7kg, 8kg. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cân trong số đó. Tính xác suất để 3 quả cân được chọn có trọng lượng không vượt quá 9kg.
- 2. 20** Một lô hàng có 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra đó có không quá một phế phẩm.
- 2. 21** Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên bé hơn 100. Tính xác suất để số đó:
 a/ chia hết cho 3 b/ chia hết cho 5 c/ chia hết cho 7
- 2. 22** Một cái bình đựng 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu vàng. Lấy ra 3 quả cầu từ bình. Tính xác suất để
 a/ được đúng 2 quả cầu xanh;
 b/ được đủ hai màu;
 c/ được ít nhất 2 quả cầu xanh.
- 2. 23** Có hai hộp đựng các viên bi. Hộp thứ nhất đựng 2 bi đen, 3 bi trắng. Hộp thứ hai đựng 4 bi đen, 5 bi trắng.
 a/ Lấy mỗi hộp 1 viên bi. Tính xác suất để được 2 bi trắng.

- b/ Đồn bi trong hai hộp vào một hộp rồi lấy ra 2 bi. Tính xác suất để được 2 bi trắng.
- 2. 24** Một hộp có 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên ra hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau.
 a/ Tính xác suất để số nhận được là một số lẻ.
 b/ Tính xác suất để số nhận được là một số chẵn.
- 2. 25** Một lớp có 30 học sinh, gồm 8 học sinh giỏi, 15 học sinh khá và 7 học sinh trung bình. Chọn ngẫu nhiên 3 em để dự đại hội. Tính xác suất để
 a/ 3 học sinh được chọn đều là học sinh giỏi;
 b/ có ít nhất một học sinh giỏi;
 c/ không có học sinh trung bình.
- 2. 26** Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một phát đạn vào bia. Xác suất để người thứ nhất bắn trúng bia là 0.9, và của người thứ hai là 0.7. Tính xác suất để
 a/ cả hai cùng bắn trúng;
 b/ ít nhất một người bắn trúng;
 c/ chỉ một người bắn trúng.
- 2. 27** Gieo một con súc sắc cân đối 5 lần. Gọi X là số lần xuất hiện mặt 4 chấm.
 a/ Lập bảng phân bố xác suất của X.
 b/ Tính kì vọng, phương sai, độ lệch chuẩn của X.
 c/ Tính xác suất để con súc sắc xuất hiện mặt 4 chấm ít nhất 3 lần.
 d/ Tính xác suất để con súc sắc xuất hiện mặt 4 không vượt quá 3 lần.

III. DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG

3. 1 Chứng minh rằng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, ta có:

$$\begin{aligned} \text{a) } 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} & \text{b) } 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 &= \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 \\ \text{c) } 1.4 + 2.7 + \dots + n(3n+1) &= n(n+1)^2 & \text{d) } 2^n > 2n+1 \quad (n \geq 3) & & \text{e) } 2^{n+2} > 2n+5 \end{aligned}$$

3. 2 Chứng minh rằng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, ta có:

$$\begin{aligned} \text{a) } n^3 + 11n &\text{ chia hết cho } 6. & \text{b) } n^3 + 3n^2 + 5n &\text{ chia hết cho } 3. \\ \text{c) } 7.2^{2n-2} + 3^{2n-1} &\text{ chia hết cho } 5. \end{aligned}$$

3. 3 Tìm số hạng đầu, công sai, số hạng thứ 15 và tổng của 15 số hạng đầu của cấp số cộng vô hạn (u_n) , biết:

- 4.4** Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} biến điểm $M(3; -1)$ thành một điểm trên đường thẳng $\Delta: x + y - 9 = 0$. Hãy xác định tọa độ vectơ \vec{v} , biết $|\vec{v}| = 5$.
- 4.5** Cho $A(2; -3)$, $B(-2, 1)$, $d: 3x - 2y - 1 = 0$ và $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$. Tìm ảnh của
- a/ $B, d, (C)$ qua D_A .
 - b/ $d, (C)$ qua D_{Ox} .
 - c/ $d, (C)$ qua phép quay tâm O , góc quay -90°
 - d/ $d, (C)$ qua $V_{(0; -2)}$.
- 4.6** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + y = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số 3 biến đường tròn (C) thành đường tròn (C') . Hãy viết phương trình của (C') .
- 4.7** Cho $(d): 2x + 3y - 5 = 0$, $u(-3; 7)$.
- a/ Viết phương trình của $d' = T_u(d)$.
 - b/ Cho $A(2; 9)$. Tìm tọa độ $A' = D_d(A)$.
 - c/ Cho $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$. Viết phương trình $(C') = V_{(A; -5)}((C))$.
- 4.8** a) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Điểm M di động trên nửa đường tròn đó ($M \neq A$). Dựng về phía ngoài tam giác MAB hình vuông $MACD$. Tìm tập hợp điểm C .
- b) Cho hai điểm B, C cố định và hình bình hành $ABCD$ có D di động trên một đường tròn $(O; R)$. Gọi M là điểm trên AB sao cho A là trung điểm BH . Gọi I là giao điểm của AD và MC . Chứng minh I di động trên một đường cố định.

V. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

- 5.1** Cho hình chóp $S.ABCD$. Điểm M và N lần lượt thuộc các cạnh BC và SD .
- a/ Tìm $I = BN \cap (SAC)$.
 - b/ Tìm $J = MN \cap (SAC)$.
 - c/ Chứng minh I, J, C thẳng hàng
 - d/ Xác định thiết diện của hình chóp với (BCN)
- 5.2** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AD và CD và G trên đoạn AB sao cho $GA = 2GB$.
- a/ Tìm $M = GE \cap mp(BCD)$,
 - b/ Tìm $H = BC \cap (EFG)$. Suy ra thiết diện của (EFG) với tứ diện $ABCD$. Thiết diện là hình gì?
 - c/ Tìm $(DGH) \cap (ABC)$.

- 5.3** Cho hình chóp SABCD. Gọi $O = AC \cap BD$. Một mp(α) cắt SA, SB, SC, SD tại A', B', C', D'. Giả sử $AB \cap C'D = E$, $A'B' \cap C'D' = E'$.
- a/ Chứng minh: S, E, E' thẳng hàng
 b/ Chứng minh $A'C'$, $B'D'$, SO đồng qui
- 5.4** Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình bình hành.
- a/ Tìm $(SAC) \cap (SBD)$; $(SAB) \cap (SCD)$, $(SBC) \cap (SAD)$.
 b/ Một mp(α) qua CD, cắt SA và SB tại E và F. Tứ giác CDEF là hình gì? Chứng tỏ giao điểm của DE và CF luôn luôn ở trên 1 đường thẳng cố định.
 c/ Gọi M, N là trung điểm SD và BC. K là điểm trên đoạn SA sao cho $KS = 2KA$. Hãy tìm thiết diện của hình chóp SABCD về mp (MNK)
- 5.5** Cho 2 hình bình hành ABCD và ABEF không đồng phẳng.
- a/ Gọi O và O' là tâm của ABCD và ABEF. Chứng minh $OO' \parallel (ADF)$ và (BCE)
 b/ Gọi M, N là trọng tâm của $\triangle ABD$ và $\triangle ABE$. Chứng minh $MN \parallel (CEF)$
- 5.6** Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD.
- a/ Chứng minh rằng $MN \parallel (ABD)$
 b/. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ACD$. Chứng minh rằng $GG' \parallel (BCD)$
- 5.7** Cho hình chóp SABCD, đáy là hình thang ABCD với $AB \parallel CD$, và $AB = 2CD$
- a/ Tìm $(SAD) \cap (SCD)$.
 b M là trung điểm SA, tìm $(MBC) \cap (SAD)$ và (SCD)
 c/ Một mặt phẳng (α) đi động qua AB, cắt SC và SD tại H và K. Tứ giác A BHK là hình gì?
 d/ Chứng minh giao điểm của BK và AH luôn nằm trên 1 đường thẳng cố định.
- 5.8** Cho hình chóp SABCD. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SD, BD
- a/ Chứng minh $AD \parallel (MNP)$
 b/ $NP \parallel (SBC)$
 c. Tìm thiết diện của (MNP) với hình chóp. Thiết diện là hình gì?
- 5.9** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là một tứ giác lồi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC.
- a/ Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi các mặt phẳng lần lượt qua M, N và song song với mặt phẳng (SBD).
 b/ Gọi I và J lần lượt là giao điểm của AC với hai mặt phẳng nói trên. Chứng minh $AC = 2IJ$.

ĐỀ THI THAM KHẢO

I. PHẦN CHUNG (DÀNH CHO TẤT CẢ HỌC SINH)

Câu 1. Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $2\cos 3x + 1 = 0$ b) $\cos 2x - 5\cos x + 4 = 0$ c) $\sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x = -\sqrt{2}$

Câu 2. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển của biểu thức $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{15}$.

Câu 3. Từ một hộp chứa 5 quả cầu trắng, 7 quả cầu đen, 8 quả cầu đỏ, lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 quả. Tính xác suất để 2 quả lấy ra cùng màu.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$

a) Xác định tâm và bán kính của đường tròn (C).

b) Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (3; -4)$.

Câu 5. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M là một điểm thuộc miền trong của tam giác SAB.

a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MCD).

c) Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (MCD).

II. PHẦN RIÊNG (DÀNH CHO HỌC SINH TỪNG BAN)

A. DÀNH CHO HỌC SINH BAN B VÀ BAN C (Cơ bản):

Câu 6A. Chứng minh với mọi $n \in \mathbb{R}$, ta có:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Câu 7A. Cho cấp số cộng vô hạn (u_n) với $u_2 = 1$, $u_{16} = 43$.

a) Tìm công sai d và số hạng đầu u_1 .

b) Tìm số hạng thứ 51 và tính tổng của 51 số hạng đầu tiên.

B. DÀNH CHO HỌC SINH BAN A (Nâng cao):

Câu 6B. Giải phương trình ẩn $x \in \mathbb{R}$: $C_x^4 + C_x^5 = 3C_{x+1}^6$

Câu 7B. Hai xạ thủ độc lập với nhau cùng bắn vào một tấm bia. Mỗi người bắn một viên. Xác suất bắn trúng của xạ thủ thứ nhất là 0,8; của xạ thủ thứ hai là 0,7. Gọi X là số viên đạn trúng bia.

a) Lập bảng phân bố xác suất của X

b) Tính kì vọng, phương sai của X.