

CÔNG THỨC TOÁN LỚP 10 HÌNH HỌC

CHƯƠNG I.

Véc tơ

Véc tơ là đoạn thẳng đã định hướng, tức chỉ rõ điểm nút nào là điểm đầu, điểm nút nào là điểm cuối.

Nếu A là điểm đầu, B là điểm cuối, ta có véc tơ \overrightarrow{AB}
có thể kí hiệu véc tơ \vec{a} khi không cần chỉ rõ điểm đầu, điểm cuối

Véc tơ -không

Véc tơ có điểm đầu trùng điểm cuối gọi là véc tơ -không, kí hiệu $\vec{0}$

Véc tơ bằng nhau

Hai véc tơ \vec{a} và \vec{b} được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng độ dài và cùng hướng, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$

Véc tơ chỉ phương

Cho đường thẳng Δ , véc tơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ gọi là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ , nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ .

Mỗi đường thẳng có vô số véc tơ chỉ phương, và chúng cùng phương với nhau.

Véc tơ cùng hướng

Hai véc tơ cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng

Véc tơ cùng phương

Hai véc tơ được gọi là cùng phương khi và chỉ khi giá của chúng song song hoặc trùng nhau

Điều kiện hai véc tơ $\vec{a} = (x_1; y_1)$ $\vec{b} = (x_2; y_2)$ cùng phương là $x_1y_2 - x_2y_1 = 0$

Véc tơ đối

Véc tơ đối của véc tơ \vec{a} là véc tơ có tổng với véc tơ \vec{a} bằng véc tơ $\vec{0}$, kí hiệu $-\vec{a}$

Véc tơ đối của \overrightarrow{AB} là véc tơ \overrightarrow{BA}

Hai véc tơ đối nhau thì cùng độ dài và ngược hướng

Véc tơ ngược hướng

Hai véc tơ cùng phương thì chúng cùng hướng hoặc ngược hướng

Tổng hai véc tơ

Cho hai véc tơ \vec{a} và \vec{b} .

Dựng véc tơ $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$. Khi đó véc tơ \vec{AC} được gọi là tổng của hai véc tơ \vec{a} và \vec{b} , kí hiệu $\vec{a} + \vec{b}$

Hiệu của hai véc tơ

Hiệu của hai véc tơ \vec{a} và \vec{b} , kí hiệu $\vec{a} - \vec{b}$, là tổng của véc tơ \vec{a} và véc tơ đối của véc tơ \vec{b} .
Mỗi véc tơ bất kì có thể phân tích thành hiệu hai véc tơ chung gốc

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

Quy tắc ba điểm

Với ba điểm M, N, P ta có $\vec{MN} + \vec{NP} = \vec{MP}$

Quy tắc hình bình hành

Với $ABCD$ là hình bình hành ta có :

$$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$$

Quy tắc về hiệu hai véc tơ

Cho hai véc tơ chung gốc, ta có : $\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{BA}$

Tích của véc tơ và một số

Tích của véc tơ \vec{a} và số thực k là một véc tơ, kí hiệu $k\vec{a}$ xác định như sau :

1. Nếu $k \geq 0$ thì véc tơ $k\vec{a}$ cùng hướng với \vec{a} , nếu $k < 0$ véc tơ $k\vec{a}$ ngược hướng với \vec{a}
2. Độ dài véc tơ $k\vec{a}$ bằng tích $|k||\vec{a}|$

Điều kiện hai véc tơ cùng phương

Véc tơ \vec{b} cùng phương với véc tơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ khi và chỉ khi $\vec{b} = k\vec{a}$

Điều kiện để ba điểm thẳng hàng

Điều kiện để 3 điểm A, B, C thẳng hàng là có số k sao cho $\vec{AB} = k\vec{AC}$

Biểu thị một véc tơ qua hai véc tơ không cùng phương

Một véc tơ bất kì biểu thị được duy nhất qua hai véc tơ không cùng phương.

Tức là : Với hai véc tơ $\vec{a}; \vec{b}$ không cùng phương, véc tơ \vec{c} bất kì. Khi đó tồn tại một cặp số duy nhất (x;y) sao cho $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$. Đây là cơ sở của phương pháp tọa độ trong mặt phẳng, một véc tơ bất kì trong mặt phẳng tọa độ biểu thị duy nhất qua hai véc tơ đơn vị của hai trục.

Trục tọa độ

Trên một đường thẳng chọn 1 điểm O làm gốc, một véc tơ có độ dài bằng 1 làm đơn vị, ta được một trục tọa độ

Toạ độ trên trục

Trên một trục, toạ độ của véc tơ còn gọi là độ dài đại số của véc tơ đó.

Kí hiệu độ dài đại số của véc tơ \vec{AB} là \overline{AB}

$$\overline{AB} = \{AB$$

Ta có $-\overline{AB}$ tùy theo véc tơ \vec{AB} cùng hướng hay ngược hướng với véc tơ đơn vị \vec{i}

Độ dài véc tơ

Mỗi véc tơ đều có độ dài, đó là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của nó.

Kí hiệu $|\vec{AB}|$ hay $|\vec{a}|$

Hệ trục tọa độ

Hệ trục tọa độ gồm hai trục Ox và Oy vuông góc với nhau tại O

véc tơ đơn vị trên trục Ox là \vec{i} , véc tơ đơn vị trên trục Oy là \vec{j}

Điểm O gọi là gốc tọa độ

Trục Ox gọi là trục hoành

Trục Oy gọi là trục tung

Kí hiệu hệ trục là Oxy hay $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Góc tọa độ

Hệ trục tọa độ Đề-Các vuông góc gồm hai trục vuông góc với nhau tại điểm O.

Điểm O gọi là gốc tọa độ

Mặt phẳng tọa độ

Khi trong mặt phẳng đã chọn (cho) một hệ trục tọa độ, gọi là mặt phẳng tọa độ

Hoành độ

Trong mặt phẳng tọa độ, điểm M có tọa độ M(x ; y)

x gọi là hoành độ

y gọi là tung độ của điểm M

Trục tung

Trong hệ trục tọa độ Oxy, trục Oy gọi là trục tung

Tung độ

Trong mặt phẳng tọa độ, điểm M có tọa độ $M(x;y)$,
 x gọi là hoành độ của điểm M
 y gọi là tung độ của điểm M
Véc tơ $\vec{a} = (x; y)$, thì x gọi là hoành độ, y gọi là tung độ của véc tơ \vec{a}

Toạ độ của điểm

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tọa độ véc tơ \vec{OM} được gọi là tọa độ của điểm M
Với hai điểm $M(x_1; y_1)$ và $N(x_2; y_2)$:

- tọa độ véc tơ $\vec{MN} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$

- tọa độ trung điểm I của MN là $I = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

Toạ độ của trọng tâm tam giác

Cho tam giác ABC , với trọng tâm G , khi đó ta có:

$$x_G = \frac{1}{3}(x_A + x_B + x_C)$$

$$y_G = \frac{1}{3}(y_A + y_B + y_C)$$

Toạ độ trung điểm đoạn thẳng

Cho đoạn thẳng AB , tọa độ trung điểm I của AB là:

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$

CHƯƠNG II. ỨNG DỤNG CỦA VECTO

Giá trị lượng giác của một góc

Các số \sin , \cos , \tan , \cot gọi là các giá trị lượng giác của góc α

Tích vô hướng của hai véc tơ

Tích vô hướng của hai véc tơ \vec{a} và \vec{b} là một số xác định bởi công thức:

$$\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

Góc giữa hai véc tơ

Cho hai véc tơ \vec{a} và \vec{b} .

Từ điểm O bất kì, dựng $\vec{OA} = \vec{a}$ và $\vec{OB} = \vec{b}$

Góc \widehat{AOB} gọi là góc giữa hai véc tơ \vec{a} và \vec{b}

Kí hiệu $(\vec{a}, \vec{b}) = A\hat{O}B$

Góc giữa hai véc tơ có số đo từ 0 đến 180 độ

Véc tơ vuông góc

Hai véc tơ được gọi là vuông góc với nhau, nếu góc giữa chúng bằng 90 độ
 \vec{a} vuông góc với \vec{b} khi và chỉ khi tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Biểu thức tọa độ của các phép toán véc tơ

Cho véc tơ $\vec{a} = (x_1; y_1)$ $\vec{b} = (x_2; y_2)$. Khi đó ta có :

$$\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2)$$

$$k\vec{a} = (kx_1; ky_1)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$$

Bình phương vô hướng của một véc tơ :

Cho véc tơ \vec{a} . Tích $\vec{a} \cdot \vec{a}$ được gọi là bình phương vô hướng của véc tơ \vec{a}

Kí hiệu : $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$.

Bình phương vô hướng bằng bình phương độ dài của véc tơ đó .

Công thức hình chiếu

Véc tơ \vec{a}' là hình chiếu của véc tơ \vec{a} trên giá của véc tơ \vec{b} . Khi đó ta có công thức :

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a}' \cdot \vec{b}$$

Định lý côsin

Trong tam giác ABC với $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$, ta có :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ba \cos C$$

Định lý sin trong tam giác

Trong tam giác ABC với $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp, ta có :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Công thức Hê-rông

Tam giác ABC có độ dài ba cạnh là a , b , c . Khi đó diện tích tam giác là :

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ với } p \text{ là nửa chu vi tam giác .}$$

Công thức trung tuyến

Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$. Độ dài trung tuyến kẻ từ đỉnh A là

$$AM^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

Diện tích tam giác

Diện tích tam giác tính theo các công thức sau :

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

$$S = \frac{1}{2}absinC = \frac{1}{2}bcsinA = \frac{1}{2}casinB$$

$$S = \frac{abc}{4R}$$

$$S = pr$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Trong đó a, b, c là độ dài các cạnh đối diện với đỉnh A, B, C .

h_a, h_b, h_c là độ dài các đường cao hạ từ đỉnh A, B, C

R, r là bán kính đường tròn ngoại, nội tiếp tam giác

p là nửa chu vi tam giác

Giải tam giác

Giải tam giác là tính các cạnh và các góc của tam giác khi biết một số yếu tố cho trước.

Nếu cho c.c.c, g.c.g hay c.g.c ta hoàn toàn có thể giải tam giác dựa theo định lý sin và cosin

Phương tích của một điểm đối với đường tròn

Cho đường tròn tâm O bán kính R và điểm M

Qua M kẻ đường vô số cát tuyến cắt đường tròn tại A và B

Khi đó $\vec{MA}\vec{MB} = d^2 - R^2$ luôn luôn không đổi. Giá trị này gọi là phương tích của điểm M đối với đường tròn (O)

Kí hiệu $P_{M/(O)}$

Tam giác Hê-rông

Tam giác có độ dài các cạnh là ba số nguyên liên tiếp và có diện tích là số nguyên gọi là tam giác Hê-rông

Ví dụ : tam giác có độ dài 3,4,5

13,14,15

CHƯƠNG III. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

Véc tơ pháp tuyến

Véc tơ $\vec{n} \neq \vec{0}$, gọi là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ , nếu giá của nó vuông góc với đường thẳng Δ
Mỗi đường thẳng có vô số véc tơ pháp tuyến, chúng cùng phương với nhau

Phương trình tổng quát của đường thẳng

Phương trình tổng quát của đường thẳng : $ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$
Một đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$ thì có phương trình tổng quát
 $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

Phương trình tham số của đường thẳng

Cho đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b)$
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$$

Khi đó điểm $M(x; y)$ thuộc đường thẳng khi và chỉ khi $y = y_0 + bt$
Hệ này gọi là phương trình tham số của đường thẳng (t là tham số)

Phương trình chính tắc của đường thẳng

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$$

Trong phương trình tham số $y = y_0 + bt$
Nếu $a \neq 0, b \neq 0$ thì khử t ta có :
$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$$
 Đây gọi là phương trình chính tắc của đường thẳng

Hệ số góc của đường thẳng

Phương trình đường thẳng $ax + by + c = 0$ với $b \neq 0$ có thể đưa về dạng $y = kx + m$.
Số k gọi là hệ số góc của đường thẳng
Ý nghĩa của hệ số góc : k chính bằng tan của góc tạo bởi tia Mt và tia Mx , Mt là nửa đường thẳng phía trên trục hoành, M là giao của đường thẳng và trục hoành.

Phương trình đường thẳng theo đoạn chắn

Đường thẳng d cắt hai trục tại hai điểm phân biệt $A(a; 0)$ và $B(0; b)$. Khi đó phương trình đường thẳng này là :
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Ta có thể nói gọn đường thẳng cắt trục Ox tại a và cắt trục Oy tại b

Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại O tạo ra 4 góc. Góc bé nhất trong 4 góc đó gọi là góc giữa hai đường thẳng.
Trong mặt phẳng tọa độ, hai đường thẳng lần lượt có phương trình
 $d_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$

$$d_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

Khi đó góc giữa hai đường thẳng bằng hoặc bù góc giữa hai véc tơ pháp tuyến của đường

$$\text{thẳng. Do đó nó xác định bởi công thức: } \cos\alpha = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Trong mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ và điểm $M(x_0; y_0)$.

$$d(M, \Delta) = \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ là :

Phương trình phân giác

Cho hai đường thẳng cắt nhau có phương trình :

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \text{ và } a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng là :

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}} = 0$$

Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

Cho hai đường thẳng có phương trình $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

- Hai đường thẳng cắt nhau khi và chỉ khi $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$
- Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$

$$\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0 \text{ hoặc } \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} \neq 0$$

- Hai đường thẳng trùng nhau khi và chỉ khi

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0$$

Đường tròn

Đường tròn có tâm I(a ; b) và bán kính R có phương trình là :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

nếu có tâm là gốc toạ độ thì phương trình là : $x^2 + y^2 = R^2$
Dạng khai triển của pt đường tròn là :
 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 - 4c > 0$

Phương trình đường tròn

Đường tròn có tâm $I(a; b)$ và bán kính R , có phương trình là : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
Dạng khai triển là : $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - 4c > 0$)

Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Cho đường tròn $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$, phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại điểm $M(x_0; y_0)$ là:

$$(x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) = R^2$$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến đường tròn $(I; R)$ khi và chỉ khi $d(I, \Delta) = R$

Elíp

Cho hai điểm cố định F_1 và F_2 , với $F_1F_2 = 2c > 0$

Đường elíp là tập hợp các điểm M sao cho $MF_1 + MF_2 = 2a$ trong đó a là số cho trước lớn hơn c .

Hai điểm F_1 và F_2 gọi là tiêu điểm của elíp

$F_1F_2 = 2c$ gọi là tiêu cự

Trong mặt phẳng toạ độ phương trình chính tắc của elíp là : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $c^2 = a^2 - b^2$
và hai tiêu điểm $F_1(-c; 0)$ và $F_2(c; 0)$

Hypebol

Cho hai điểm cố định F_1 và F_2 với $F_1F_2 = 2c > 0$.

Hypebol là tập hợp các điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$, trong đó a là số cho trước nhỏ hơn c

F_1 và F_2 gọi là tiêu điểm

$2c$ gọi là tiêu cự

Trong mặt phẳng toạ độ, phương trình chính tắc của Hypebol là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
với $F_1(-c; 0)$ $F_2(c; 0)$ và $c^2 = a^2 + b^2$

Parabol

Cho đường thẳng Δ và điểm F không thuộc Δ .

Parabol là tập hợp các điểm M cách đều điểm F và đường thẳng Δ

Δ gọi là đường chuẩn

F gọi là tiêu điểm

Khoảng cách từ F đến Δ gọi là tham số tiêu

Trong mặt phẳng tọa độ phương trình chính tắc của Parabol là $y^2 = 2px$, với tiêu điểm $F(\frac{p}{2}; 0)$, đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$

Tiêu cự

Đối với elip và hypebol, khoảng cách giữa hai tiêu điểm gọi là tiêu cự $F_1F_2 = 2c$

Tiêu điểm

Xem các định nghĩa parabol, elíp, hypebol

Phương trình chính tắc của elip

Phương trình chính tắc của elip: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$

Đối với elip có phương trình chính tắc, ta có tiêu điểm $F_1(-c; 0)$ $F_2(c; 0)$

Phương trình chính tắc của hypebol

Phương trình chính tắc của hypebol: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

khi đó tiêu điểm $F_1(-c; 0)$ $F_2(c; 0)$ và $c^2 = a^2 + b^2$

Phương trình chính tắc của Parabol

Phương trình chính tắc của Parabol: $y^2 = 2px$ $p > 0$. Khi đó tiêu điểm là $F(\frac{p}{2}; 0)$, đường chuẩn $x = -\frac{p}{2}$

Đỉnh Elip

Cho elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

. Các giao điểm của elip với hai trục tọa độ gọi là các đỉnh của elip

. Elip có 4 đỉnh tọa độ như sau: $A(-a; 0)$ $A'(a; 0)$ $B(0; b)$ $B'(0; -b)$

Đỉnh Hypebol

Hypebol có phương trình $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

. Giao của Hypebol với trục tọa độ Ox gọi là đỉnh của hypebol.

Hypebol có 2 đỉnh $A(-a; 0)$ và $A'(a; 0)$

Đỉnh Parabol

Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$. Đỉnh parabol là $I = \left(-\frac{b}{2a} \quad -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
Đối với parabol có phương trình chính tắc $y^2 = 2px$, đỉnh parabol là gốc tọa độ.

Hình chữ nhật cơ sở

- Đối với elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Hình chữ nhật cơ sở là hình chữ nhật có các cạnh đi qua các đỉnh elip và song song với hai trục tọa độ. Elip nằm trong hình chữ nhật cơ sở này!
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$
- Đối với Hypebol $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Hình chữ nhật cơ sở có các cạnh đi qua các điểm $A_1(-a; 0)$ $A_2(a; 0)$ $B_1(0; b)$ $B_2(0; -b)$. Đường chéo hình chữ nhật cơ sở là tiệm cận của hypebol

Hình chữ nhật cơ sở

:

- Đối với elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Hình chữ nhật cơ sở là hình chữ nhật có các cạnh đi qua các đỉnh elip và song song với hai trục tọa độ. Elip nằm trong hình chữ nhật cơ sở này.
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$
- Đối với Hypebol $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Hình chữ nhật cơ sở có các cạnh đi qua các điểm $A_1(-a; 0)$ $A_2(a; 0)$ $B_1(0; b)$ $B_2(0; -b)$. Đường chéo hình chữ nhật cơ sở là tiệm cận của hypebol

Nhánh của hypebol

Hypebol gồm hai phần nằm hai phía đối với trục ảo, mỗi phần gọi là một nhánh của hypebol

Tâm đối xứng của elip

Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
Elip có hai trục đối xứng là Ox và Oy, tâm đối xứng là gốc O

Tâm đối xứng của Hypebol

Hypebol có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
Hypebol này có hai trục đối xứng là Ox và Oy, tâm đối xứng là O

Đường tiệm cận của hypebol

Cho hypebol $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Hai đường tiệm cận của nó có phương trình $y = -\frac{b}{a}x$ và $y = \frac{b}{a}x$

Trục ảo

Với hypebol có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

hypebol không cắt trục Oy, nên Oy gọi là trục ảo.

Với $B_1(0;b)$ và $B_1(0;-b)$, thì $B_1B_2 = 2b$ gọi là độ dài trục ảo

Trục bé

Với elíp có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

elíp cắt trục Ox và Oy tại $A_1(-a;0)$ $A_2(a;0)$ $B_1(0;b)$ $B_2(0;-b)$

$A_1A_2=2a$ gọi là trục lớn (chứa hai tiêu điểm)

$B_1B_2=2b$ gọi là trục bé

Trục lớn

Với elíp có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

elíp cắt trục Ox và Oy tại $A_1(-a;0)$ $A_2(a;0)$ $B_1(0;b)$ $B_2(0;-b)$

$A_1A_2=2a$ gọi là trục lớn (chứa hai tiêu điểm)

$B_1B_2=2b$ gọi là trục bé

Trục thực

Với hypebol có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Hypebol cắt trục hoành tại $A_1(-a ; 0)$ $A_2(a ; 0)$.

Trục Ox gọi là trục thực của hypebol, độ dài trục thực $A_1A_2=2a$

Tham số tiêu của parabol

Tham số tiêu của parabol bằng khoảng cách từ tiêu điểm F đến đường chuẩn Δ

Đối với parabol có phương trình chính tắc $y^2 = 2px$ ($p > 0$), p là tham số tiêu.

Tâm sai của elíp

Tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn gọi là tâm sai ,

Đối với elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) và $c^2 = a^2 - b^2$, tâm sai là $e = \frac{c}{a}$

Tâm sai của hypebol

Tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục thực gọi là tâm sai của hypebol.

$$e = \frac{c}{a}$$

Bán kính qua tiêu

Cho elip có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ có tiêu điểm là $F_1 ; F_2$

Với $M(x;y)$ là điểm bất kỳ thuộc elip . Khi đó MF_1 và MF_2 gọi là bán kính qua tiêu của M

Tính theo công thức $MF_1 = a + \frac{cx}{a} = a + ex; MF_2 = a - \frac{cx}{a} = a - ex$

Đối với Hypebol $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, ta có công thức bán kính qua tiêu là :

$$MF_1 = \left| a + \frac{cx}{a} \right| = |a + ex|; MF_2 = \left| a - \frac{cx}{a} \right| = |a - ex|$$

Đường cô-níc

Các đường Parabol , Hypebol và Elip gọi là các đường Cô-níc . Đó chính là tập hợp các điểm trong mặt phẳng có tỉ số khoảng cách từ điểm đó đến một điểm cố định F và một đường thẳng cố định Δ bằng một số e không đổi .

$$F \notin \Delta$$

F gọi là tiêu điểm

Δ gọi là đường chuẩn

e gọi là tâm sai , khi $e > 1$ cô-níc là Hypebol , $e < 1$ cô-níc gọi là elip , $e = 1$ cô-níc là parabol

Tâm sai của Cô-níc

Cho điểm F , và đường thẳng Δ cố định (F không thuộc Δ).

Cô-níc là tập hợp các điểm M sao cho $\frac{MF}{d(M, \Delta)} = e$, số e gọi là tâm sai của Cô-níc

Đường chuẩn của elíp

Cho elíp $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Đường chuẩn của elíp là hai đường thẳng có phương trình $x = \frac{a}{e}$ và $x = -\frac{a}{e}$
Tỉ số khoảng cách từ một điểm M trên elíp đến tiêu điểm và đường chuẩn tương ứng luôn bằng tâm sai e

Đường chuẩn của hypebol

Cho hypebol $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Đường chuẩn của hypebol là các đường thẳng có phương trình $x = -\frac{a}{e}$ và $x = \frac{a}{e}$
Tỉ số khoảng cách từ một điểm thuộc hypebol đến tiêu điểm và đường chuẩn tương ứng bằng tâm sai e

Đường chuẩn của parabol

Cho parabol $y^2 = 2px$

Đường chuẩn của parabol có phương trình $x = -\frac{p}{2}$
Tỉ số khoảng cách từ một điểm trên parabol đến tiêu điểm và đường chuẩn luôn bằng 1