

Chương 1.

SỐ HỮU TỈ - SỐ THỰC

§ 1. TẬP HỢP \mathbb{Q} CÁC SỐ HỮU TỈ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$
2. Ta có thể biểu diễn mọi số hữu tỉ trên trục số.
Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ x được gọi là điểm x .
3. Với hai số hữu tỉ bất kì x, y ta luôn có hoặc $x = y$ hoặc $x < y$ hoặc $x > y$.
Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.
 - Nếu $x < y$ thì trên trục số, điểm x ở bên trái điểm y ;
 - Số hữu tỉ lớn hơn 0 được gọi là số hữu tỉ dương ;
 - Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 được gọi là số hữu tỉ âm ;
 - Số hữu tỉ 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. SỬ DỤNG CÁC KÍ HIỆU $\in, \notin, \subset, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$.

Phương pháp giải.

- Cần nắm vững ý nghĩa của từng kí hiệu :
- Kí hiệu \in đọc là “là phần tử của” hoặc “thuộc”.
 - Kí hiệu \notin đọc là “không phải là phần tử của” hoặc “không thuộc”.
 - Kí hiệu \subset đọc là “là tập hợp con của”.
 - Kí hiệu \mathbb{N} chỉ tập hợp các số tự nhiên.
 - Kí hiệu \mathbb{Z} chỉ tập hợp các số nguyên.
 - Kí hiệu \mathbb{Q} chỉ tập hợp các số hữu tỉ.

Ví dụ 1. (Bài 1 tr.7 SGK)

Điền kí hiệu (\notin , \in , \subset) thích hợp vào ô vuông :

$$\begin{array}{lll} -3 \square \mathbb{N} ; & -3 \square \mathbb{Z} ; & -3 \square \mathbb{Q} . \\ -\frac{2}{3} \square \mathbb{Z} ; & -\frac{2}{3} \square \mathbb{Q} ; & \mathbb{N} \square \mathbb{Z} \square \mathbb{Q} . \end{array}$$

Giải.

$$\begin{array}{lll} -3 \notin \mathbb{N} ; & -3 \in \mathbb{Z} ; & -3 \in \mathbb{Q} . \\ -\frac{2}{3} \notin \mathbb{Z} ; & -\frac{2}{3} \in \mathbb{Q} ; & \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} . \end{array}$$

Dạng 2. BIỂU DIỄN SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Số hữu tỉ thường được biểu diễn dưới dạng phân số tối giản.
- Khi biểu diễn số hữu tỉ trên trục số, ta thường viết số đó dưới dạng phân số tối giản có mẫu dương. Khi đó mẫu của phân số cho biết đoạn thẳng đơn vị cần được chia thành bao nhiêu phần bằng nhau.

Ví dụ 2. (Bài 2 tr.7 SGK)

a) Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ

$$\frac{3}{-4} :$$

$$\frac{-12}{15}, \frac{-15}{20}, \frac{24}{-32}, \frac{-20}{28}, \frac{-27}{36} ?$$

b) Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{-4}$ trên trục số.

Giải.

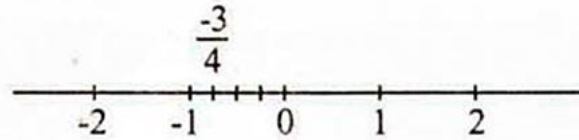
a) Ta có $\frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$. Rút gọn các phân số đã cho ta được :

$$\frac{-12}{15} = \frac{-4}{5} ; \frac{-15}{20} = \frac{-3}{4} ; \frac{24}{-32} = \frac{-3}{4} ; \frac{-20}{28} = \frac{-5}{7} ; \frac{-27}{36} = \frac{-3}{4} .$$

Vậy các phân số biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{-4}$ là : $\frac{-15}{20}$, $\frac{24}{-32}$ và $\frac{-27}{36}$.

b) Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{-4}$ trên trục số : Ta viết $\frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$ và biểu

diễn trên trục số như sau :



Dạng 3. SO SÁNH CÁC SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Viết các số hữu tỉ dưới dạng phân số có cùng một mẫu dương ;
- So sánh các tử, phân số nào có tử nhỏ hơn thì phân số đó nhỏ hơn.
- Có thể sử dụng tính chất sau để so sánh : Nếu $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $a < b$ thì $a + c < b + c$.

Ví dụ 3. (Bài 3 tr.8 SGK)

So sánh các số hữu tỉ :

a) $x = \frac{2}{-7}$ và $y = \frac{-3}{11}$;

b) $x = \frac{-213}{300}$ và $y = \frac{18}{-25}$;

c) $x = -0,75$ và $y = \frac{-3}{4}$.

Giải.

a) $x = \frac{2}{-7} = \frac{-2}{7} = \frac{-22}{77}$; $y = \frac{-3}{11} = \frac{-21}{77}$.

$-22 < -21$ và $77 > 0$ nên $\frac{-22}{77} < \frac{-21}{77}$ hay $\frac{2}{-7} < \frac{-3}{11}$ ($x < y$).

b) $x = \frac{-213}{300}$; $y = \frac{18}{-25} = \frac{-18}{25} = \frac{-216}{300}$.

Ta có $\frac{-213}{300} > \frac{-216}{300}$ hay $\frac{-213}{300} > \frac{18}{-25}$ ($x > y$).

c) $x = -0,75 = \frac{-75}{100} = \frac{-3}{4}$. Vậy $-0,75 = \frac{-3}{4}$ ($x = y$).

Ví dụ 4. (Bài 4 tr.8 SGK)

So sánh số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$) với số 0 khi a, b cùng dấu và khi a, b khác dấu.

Giải.

Nhờ tính chất cơ bản của phân số, ta luôn có thể viết một phân số có mẫu âm thành một phân số bằng nó và có mẫu dương. Vì vậy, ta chỉ cần xét số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$).

Nếu a, b cùng dấu thì ta có $a > 0$. Do đó $\frac{a}{b} > \frac{0}{b}$ hay $\frac{a}{b} > 0$.

Nếu a, b khác dấu thì ta có $a < 0$. Do đó $\frac{a}{b} < \frac{0}{b}$ hay $\frac{a}{b} < 0$.

Nhận xét : Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$) là số dương nếu a, b cùng dấu, là số âm nếu a, b khác dấu, bằng 0 nếu $a = 0$.

Ví dụ 5. (Bài 5 tr.8 SGK)

Giả sử $x = \frac{a}{m}, y = \frac{b}{m}$ ($a, b, m \in \mathbb{Z}, m > 0$) và $x < y$. Hãy chứng

tỏ rằng nếu chọn $z = \frac{a+b}{2m}$ thì ta có $x < z < y$.

Hướng dẫn : Sử dụng tính chất : Nếu $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $a < b$ thì $a + c < b + c$.

Giải.

Theo đề bài $x = \frac{a}{m}, y = \frac{b}{m}$ ($a, b, m \in \mathbb{Z}, m > 0$). Vì $x < y$ nên $a < b$.

Ta có $x = \frac{2a}{2m}, y = \frac{2b}{2m}, z = \frac{a+b}{2m}$

$a < b$ nên $a + a < a + b$ hay $2a < a + b$ (1)

$a < b$ nên $a + b < b + b$ hay $a + b < 2b$ (2)

Từ (1) và (2) ta có : $2a < a + b < 2b$. Suy ra :

$$\frac{2a}{2m} < \frac{a+b}{2m} < \frac{2b}{2m} \text{ hay } x < z < y.$$

Nhận xét : Bài toán này cho thấy giữa hai số hữu tỉ khác nhau bất kì bao giờ cũng có ít nhất một số hữu tỉ nữa. Do đó có vô số số hữu tỉ.

C. LUYỆN TẬP

1.1 . Dạng 1. Điền kí hiệu (\notin, \in, \subset) thích hợp vào ô vuông :

$-5 \square \mathbb{N}$;

$-5 \square \mathbb{Z}$;

$-5 \square \mathbb{Q}$.

$$-\frac{6}{7} \square \mathbb{Z}; \quad -\frac{6}{7} \square \mathbb{Q}; \quad \mathbb{N} \square \mathbb{Q}.$$

1.2 Dạng 2. Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-5}$; $\frac{6}{-15}$; $\frac{4}{-12}$; $\frac{-14}{35}$; $\frac{4}{-10}$; $\frac{17}{-40}$.

1.3 Dạng 3. So sánh các số hữu tỉ :

a) $x = \frac{1}{-2}$ và $y = \frac{-1}{3}$; b) $x = \frac{-2}{3}$ và $y = 0$;

c) $x = -0,125$ và $y = \frac{1}{-8}$.

1.4 Dạng 1. Điền các kí hiệu \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} vào ô trống cho hợp nghĩa (điền tất cả các khả năng có thể) :

$$-3 \in \square ; 10 \in \square ; \frac{2}{9} \in \square ; \frac{-3}{7} \in \square.$$

1.5 Dạng 3. Các số hữu tỉ sau đây có bằng nhau không :

a) $x = \frac{-1}{7}$ và $y = \frac{-5}{35}$; b) $x = \frac{5}{19}$ và $y = \frac{1}{4}$?

1.6 Cho hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ ($b > 0$, $d > 0$). Chứng minh rằng $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ nếu $ad < bc$ và ngược lại.

1.7 Cho a , b , c là những số nguyên, $b > 0$. Hãy so sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và c .

1.8 Chứng minh rằng nếu $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ($b > 0$, $d > 0$) thì : $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

1.9 Viết ba số hữu tỉ xen giữa các số hữu tỉ sau :

a) $\frac{-1}{3}$ và $\frac{-1}{4}$; b) $\frac{-1}{100}$ và $\frac{1}{100}$.

1.10 Cho $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$, $b > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$. Hãy so sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+n}{b+n}$.

1.11 So sánh các số hữu tỉ sau :

- a) $\frac{3}{7}$ và $\frac{11}{15}$; b) $\frac{-11}{6}$ và $\frac{-8}{9}$;
c) $\frac{297}{16}$ và $\frac{306}{25}$; d) $\frac{-265}{317}$ và $\frac{-83}{111}$.

1.12 So sánh các số hữu tỉ sau :

- a) $\frac{2002}{2003}$ và $\frac{14}{13}$; b) $\frac{-27}{463}$ và $\frac{-1}{-3}$;
c) $\frac{-33}{37}$ và $\frac{-34}{35}$.

1.13 Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự giảm dần :

- a) $\frac{-12}{17}, \frac{-3}{17}, \frac{-16}{17}, \frac{-1}{17}, \frac{-11}{17}, \frac{-14}{17}, \frac{-9}{17}$;
b) $\frac{-5}{9}, \frac{-5}{7}, \frac{-5}{2}, \frac{-5}{4}, \frac{-5}{8}, \frac{-5}{3}, \frac{-5}{11}$;
c) $\frac{-7}{8}, \frac{-2}{3}, \frac{-3}{4}, \frac{-18}{19}, \frac{-27}{28}$.

1.14 Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-3}{2}$. Với giá trị nào của a thì :

- a) x là số dương ;
b) x là số âm ;
c) x không là số dương và cũng không là số âm.

1.15 Cho số hữu tỉ $y = \frac{2a-1}{-3}$. Với giá trị nào của a thì :

- a) y là số dương ;
b) y là số âm ;
c) y không là số dương và cũng không là số âm.

1.16 Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-5}{a}$ ($a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là số nguyên ?

1.17 Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-3}{2a}$ ($a \neq 0$). Với giá trị nguyên nào của a thì x là số nguyên ?

§ 2. CỘNG, TRỪ SỐ HỮU TỈ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Cộng, trừ hai số hữu tỉ.

- Ta có thể cộng, trừ hai số hữu tỉ x, y bằng cách viết chúng dưới dạng hai phân số có cùng một mẫu dương rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số.
- Phép cộng số hữu tỉ có các tính chất của phép cộng phân số : giao hoán, kết hợp, cộng với số 0. Mỗi số hữu tỉ đều có một số đối.

2. Quy tắc “chuyển vế”.

Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó.

Với mọi $x, y, z \in \mathbb{Q}$: $x + y = z \Rightarrow x = z - y$.

3. Chú ý.

Trong \mathbb{Q} , ta cũng có những tổng đại số, trong đó có thể đổi chỗ các số hạng, đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý như các tổng đại số trong \mathbb{Z} .

B. CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. CỘNG, TRỪ HAI SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Viết hai số hữu tỉ dưới dạng hai phân số có cùng một mẫu dương (bằng cách quy đồng mẫu của chúng) ;
- Cộng, trừ hai tử số, mẫu chung giữ nguyên ;
- Rút gọn kết quả (nếu có thể).

Ví dụ 1. (Bài 6 tr.10 SGK)

Tính :

a) $\frac{-1}{21} + \frac{-1}{28}$;

b) $\frac{-8}{18} - \frac{15}{27}$;

c) $\frac{-5}{12} + 0,75$;

d) $3,5 - \left(-\frac{2}{7}\right)$.

Hướng dẫn.

a) $\frac{-1}{21} + \frac{-1}{28} = \frac{-4}{84} + \frac{-3}{84} = \frac{-4+(-3)}{84} = \frac{-7}{84} = \frac{-1}{12}$.

b) Nên rút gọn các phân số trước khi trừ :

$$\frac{-8}{18} - \frac{15}{27} = \frac{-4}{9} - \frac{5}{9} = \frac{(-4)-5}{9} = \frac{-9}{9} = -1.$$

c) Đáp số : $\frac{1}{3}$.

d) Đáp số : $\frac{53}{14} = 3\frac{11}{14}$.

Dạng 2. VIẾT MỘT SỐ HỮU TỈ DƯỚI DẠNG TỔNG HOẶC HIỆU CỦA HAI SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

Một trong các phương pháp giải có thể là :

- Viết số hữu tỉ dưới dạng phân số có mẫu dương ;
- Viết tử của phân số thành tổng hoặc hiệu của hai số nguyên ;
- “Tách” ra hai phân số có tử là các số nguyên tìm được ;
- Rút gọn phân số (nếu có thể).

Ví dụ 2. (Bài 7 tr.10 SGK)

Ta có thể viết số hữu tỉ $\frac{-5}{16}$ dưới các dạng sau đây :

a) $\frac{-5}{16}$ là tổng của hai số hữu tỉ âm. Ví dụ : $\frac{-5}{16} = \frac{-1}{8} + \frac{-3}{16}$;

b) $\frac{-5}{16}$ là hiệu của hai số hữu tỉ dương. Ví dụ : $\frac{-5}{16} = 1 - \frac{21}{16}$.

Với mỗi câu, em hãy tìm thêm một ví dụ.

Giải.

a) Ta có thể viết : $\frac{-5}{16} = \frac{(-1)+(-4)}{16} = \frac{-1}{16} + \frac{-4}{16} = \frac{-1}{16} + \frac{-1}{4}$;
 $\frac{-5}{16} = \frac{-10}{32} = \frac{(-1)+(-9)}{32} = \frac{-1}{32} + \frac{-9}{32}$;
 $\frac{-5}{16} = \frac{-10}{32} = \frac{(-3)+(-7)}{32} = \frac{-3}{32} + \frac{-7}{32}$; ...

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{-5}{16} &= \frac{6-11}{16} = \frac{6}{16} - \frac{11}{16} = \frac{3}{8} - \frac{11}{16}; \\ \frac{-5}{16} &= \frac{7-12}{16} = \frac{7}{16} - \frac{12}{16} = \frac{7}{16} - \frac{3}{4}; \dots \end{aligned}$$

Dạng 3. TÍNH TỔNG HOẶC HIỆU CỦA NHIỀU SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

- Áp dụng quy tắc “dấu ngoặc” đối với các số hữu tỉ :
Với mọi $x, y \in \mathbb{Q}$: $-(x + y) = -x - y$
- Nếu có các dấu : ngoặc tròn, ngoặc vuông, ngoặc nhọn thì làm theo thứ tự trước hết tính trong ngoặc tròn rồi đến ngoặc vuông, cuối cùng là ngoặc nhọn.
- Có thể bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các số hạng một cách thích hợp.

Ví dụ 3. (Bài 8 tr.10 SGK)

Tính :

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3}{7} + \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right); & \quad \text{b) } \left(-\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right); \\ \text{c) } \frac{4}{5} - \left(-\frac{2}{7}\right) - \frac{7}{10}; & \quad \text{d) } \frac{2}{3} - \left[\left(-\frac{7}{4}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right)\right]. \end{aligned}$$

Giải.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{3}{7} + \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right) &= \frac{3}{7} + \frac{-5}{2} + \frac{-3}{5} = \frac{30}{70} + \frac{-175}{70} + \frac{-42}{70} = \frac{-187}{70} \\ &= -2\frac{47}{70}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \frac{2}{3} - \left[\left(-\frac{7}{4}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right)\right] &= \frac{2}{3} - \left[\frac{-7}{4} - \left(\frac{4}{8} + \frac{3}{8}\right)\right] = \frac{2}{3} - \left[\frac{-7}{4} - \frac{7}{8}\right] \\ &= \frac{2}{3} - \left[\frac{-14}{8} - \frac{7}{8}\right] = \frac{2}{3} - \frac{-21}{8} \\ &= \frac{16}{24} - \frac{-63}{24} = \frac{79}{24} = 3\frac{7}{24}; \end{aligned}$$

$$\text{b) Đáp số : } \frac{-97}{30} = -3\frac{7}{30};$$

$$\text{c) Đáp số : } \frac{27}{70}.$$

Dạng 4. TÌM SỐ HẠNG CHƯA BIẾT TRONG MỘT TỔNG HOẶC MỘT HIỆU

Phương pháp giải.

Áp dụng quy tắc “chuyển vế” :
Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó.

Ví dụ 4. (Bài 9 tr.10 SGK)

Tìm x, biết :

a) $x + \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$;

b) $x - \frac{2}{5} = \frac{5}{7}$;

c) $-x - \frac{2}{3} = -\frac{6}{7}$;

d) $\frac{4}{7} - x = \frac{1}{3}$.

Giải.

c) $-x - \frac{2}{3} = -\frac{6}{7}$

$$\frac{6}{7} - \frac{2}{3} = x$$

$$\frac{18}{21} - \frac{14}{21} = x$$

Vậy : $x = \frac{4}{21}$.

a) Đáp số : $x = \frac{5}{12}$;

d) $\frac{4}{7} - x = \frac{1}{3}$

$$\frac{4}{7} - \frac{1}{3} = x$$

$$\frac{12}{21} - \frac{7}{21} = x$$

Vậy : $x = \frac{5}{21}$.

b) Đáp số : $x = \frac{39}{35} = 1\frac{4}{35}$.

Dạng 5. TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC CÓ NHIỀU DẤU NGOẶC

Phương pháp giải.

- Có thể tính giá trị của từng biểu thức trong ngoặc rồi tính tổng hoặc hiệu của các kết quả.
- Có thể bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các số hạng thích hợp bằng cách áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp.

Ví dụ 5. (Bài 10 tr.10 SGK)

Cho biểu thức : $A = \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right)$

Hãy tính giá trị của A theo hai cách :

Cách 1 : Trước hết tính giá trị của từng biểu thức trong ngoặc.

Cách 2 : Bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các số hạng thích hợp.

Giải.

$$\begin{aligned}\text{Cách 1 : } A &= \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right) \\ &= \frac{36 - 4 + 3}{6} - \frac{30 + 10 - 9}{6} - \frac{18 - 14 + 15}{6} \\ &= \frac{35}{6} - \frac{31}{6} - \frac{19}{6} = \frac{-15}{6} = \frac{-5}{2} = -2\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Cách 2 : } A &= \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right) \\ &= 6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 5 - \frac{5}{3} + \frac{3}{2} - 3 + \frac{7}{3} - \frac{5}{2} \\ &= (6 - 5 - 3) - \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{7}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{5}{2}\right) \\ &= -2 - 0 - \frac{1}{2} = -\left(2 + \frac{1}{2}\right) = -2\frac{1}{2}.\end{aligned}$$

Ví dụ 6. Tính nhanh giá trị của biểu thức sau :

$$B = \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right) + \frac{1}{131} - \left(-\frac{2}{7}\right) + \frac{4}{35} - \frac{7}{18}.$$

Giải.

$$\begin{aligned}B &= \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right) + \frac{1}{131} - \left(-\frac{2}{7}\right) + \frac{4}{35} - \frac{7}{18} \\ &= \left[\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{9}\right) + \left(-\frac{7}{18}\right)\right] + \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{35} + \frac{2}{7}\right) + \frac{1}{131} \\ &= \frac{-9 - 2 - 7}{18} + \frac{21 + 4 + 10}{35} + \frac{1}{131} \\ &= -1 + 1 + \frac{1}{131} = \frac{1}{131}.\end{aligned}$$

Dạng 6. TÌM PHẦN NGUYÊN, PHẦN LÊ CỦA SỐ HỮU TỈ

Phương pháp giải.

Cần nắm vững các định nghĩa sau :

1. **Phần nguyên** của một số hữu tỉ x , kí hiệu $[x]$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá x .

Ví dụ : $\left[\frac{5}{2} \right] = 2$; $\left[-\frac{3}{2} \right] = -2$; $[0,2] = 0$.

Như vậy, $[x]$ là số nguyên sao cho : $[x] \leq x < [x] + 1$.

2. **Phần lẻ** của một số hữu tỉ x , kí hiệu $\{x\}$ là hiệu $x - [x]$:

$$\{x\} = x - [x].$$

Vì ta có : $[x] \leq x < [x] + 1$ nên suy ra $0 \leq x - [x] < 1$, tức là với mọi $x \in \mathbb{Q}$ ta luôn có $0 \leq \{x\} < 1$.

Rõ ràng $\{x\} = 0$ khi và chỉ khi $x = [x]$ tức là khi và chỉ khi $x \in \mathbb{Z}$.

Ví dụ 7. Tìm : $\left[\frac{1}{2} \right]$; $\left[3\frac{1}{3} \right]$; $[-5]$; $[-1,2]$.

Giải.

$$\left[\frac{1}{2} \right] = 0; \quad \left[3\frac{1}{3} \right] = 3; \quad [-5] = -5; \quad [-1,2] = -2.$$

Ví dụ 8. Tìm $[x]$, biết :

a) $2 < x < \frac{5}{2}$; b) $-\frac{10}{3} < x < -3$; c) $-1 < x < 0$.

Giải.

a) Ta có $2 < x < \frac{5}{2} < 3$ nên $[x] = 2$.

b) $-\frac{10}{3} < x < -3$ suy ra $-4 < x < -3$. Do đó $[x] = -4$.

c) $-1 < x < 0$ nên $[x] = -1$.

Ví dụ 9. Cho n là số tự nhiên, chứng minh rằng : $\left[\frac{n}{2} \right] + \left[\frac{n+1}{2} \right] = n$.

Giải.

Xét hai trường hợp : n là số chẵn ; n là số lẻ.

a) $n = 2k$ ($k \in \mathbb{N}$): Ta có

$$\left[\frac{n}{2} \right] + \left[\frac{n+1}{2} \right] = \left[\frac{2k}{2} \right] + \left[\frac{2k+1}{2} \right] = [k] + \left[k + \frac{1}{2} \right] = k + k = 2k = n$$

b) $n = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$): Ta có

$$\left[\frac{n}{2} \right] + \left[\frac{n+1}{2} \right] = \left[\frac{2k+1}{2} \right] + \left[\frac{2k+2}{2} \right] = \left[k + \frac{1}{2} \right] + [k+1] \\ = k + k + 1 = 2k + 1 = n.$$

Ví dụ 10. Tìm $\{x\}$, biết :

a) $x = -\frac{3}{2}$;

b) $x = -3\frac{2}{7}$.

Giải.

a) $x = -\frac{3}{2} \Rightarrow [x] = -2$. Do đó $\{x\} = x - [x] = -\frac{3}{2} + 2 = \frac{1}{2}$.

b) $x = -3\frac{2}{7} \Rightarrow [x] = -4$. Do đó $\{x\} = x - [x] = -3\frac{2}{7} + 4 = \frac{5}{7}$.

C. LUYỆN TẬP

2.1 Dạng 1. Tính :

a) $\frac{3}{5} + \frac{-1}{3}$;

b) $\frac{-2}{13} + \frac{-11}{26}$;

c) $-2 + \frac{-5}{8}$.

2.2 Dạng 1. Tính :

a) $\frac{13}{30} - \frac{1}{5}$;

b) $\frac{2}{21} - \frac{-1}{28}$;

c) $-3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}$.

2.3 Dạng 2. Tìm ba cách viết số hữu tỉ $\frac{-8}{15}$ dưới dạng tổng của hai số hữu tỉ âm.

2.4 Dạng 2. Tìm ba cách viết số hữu tỉ $\frac{-8}{15}$ dưới dạng hiệu của hai số hữu tỉ dương.

2.5 Dạng 2. Tìm ba cách viết số hữu tỉ $\frac{-8}{15}$ dưới dạng tổng của một số hữu tỉ âm và một số hữu tỉ dương.

2.6 Dạng 2. Tìm ba cách viết số hữu tỉ $\frac{-8}{15}$ dưới dạng hiệu của một số hữu tỉ âm và một số hữu tỉ dương.

MỤC LỤC

Phần ĐẠI SỐ

Chương 1. SỐ HỮU TỈ - SỐ THỰC

§ 1. TẬP HỢP \mathbb{Q} CÁC SỐ HỮU TỈ	4
Dạng 1. Sử dụng các kí hiệu $\in, \notin, \subset, \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$	4
Dạng 2. Biểu diễn số hữu tỉ	5
Dạng 3. So sánh các số hữu tỉ.....	6
§ 2. CỘNG, TRỪ SỐ HỮU TỈ	10
Dạng 1. Cộng, trừ hai số hữu tỉ	10
Dạng 2. Viết một số hữu tỉ dưới dạng tổng hoặc hiệu của hai số hữu tỉ	11
Dạng 3. Tính tổng hoặc hiệu của nhiều số hữu tỉ	12
Dạng 4. Tìm số hạng chưa biết trong một tổng hoặc một hiệu	13
Dạng 5. Tính giá trị của biểu thức có nhiều dấu ngoặc	13
Dạng 6. Tìm phân nguyên, phân lẻ của số hữu tỉ	15
§ 3. NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ	18
Dạng 1. Nhân, chia hai số hữu tỉ	18
Dạng 2. Viết một số hữu tỉ dưới dạng tích hoặc thương của hai số hữu tỉ	20
Dạng 3. Thực hiện các phép tính với nhiều số hữu tỉ.....	21
Dạng 4. Lập biểu thức từ các số cho trước.....	22
§ 4. GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ THẬP PHÂN	25
Dạng 1. Các bài tập về giá trị tuyệt đối của một số hữu tỉ.....	26
Dạng 2. Biểu diễn số hữu tỉ bằng các phân số khác nhau	28
Dạng 3. Cộng, trừ, nhân, chia các số thập phân	29
Dạng 4. So sánh các số hữu tỉ.....	31
Dạng 5. Sử dụng máy tính bỏ túi để làm các phép tính.....	32
§ 5, § 6. LŨY THỪA CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ	34
Dạng 1. Sử dụng định nghĩa của lũy thừa với số mũ tự nhiên	35
Dạng 2. Tính tích và thương của hai lũy thừa cùng cơ số	37
Dạng 3. Tính lũy thừa của một lũy thừa	37
Dạng 4. Tính lũy thừa của một tích, lũy thừa của một thương	39
Dạng 5. Tìm số mũ của một lũy thừa	41
Dạng 6. Tìm cơ số của một lũy thừa.....	42
Dạng 7. Tìm giá trị của một biểu thức	42

§ 7. TỈ LỆ THỨC	47
Dạng 1. Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên	47
Dạng 2. Lập tỉ lệ thức từ các tỉ số cho trước	48
Dạng 3. Lập tỉ lệ thức từ đẳng thức cho trước	49
Dạng 4. Tìm số hạng chưa biết của một tỉ lệ thức	50
§ 8. TÍNH CHẤT CỦA DẪY TỈ SỐ BẰNG NHAU	54
Dạng 1. Tìm hai số biết tổng (hoặc hiệu) và tỉ số của chúng	55
Dạng 2. Chia một số thành các phần tỉ lệ với các số cho trước	56
Dạng 3. Tìm hai số biết tích và tỉ số của chúng	57
Dạng 4. Chứng minh đẳng thức từ một tỉ lệ thức cho trước	58
Dạng 5. Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên	59
Dạng 6. Tìm số hạng chưa biết trong một tỉ lệ thức	60
§ 9. SỐ THẬP PHẦN HỮU HẠN. SỐ THẬP PHẦN VÔ HẠN TUẦN HOÀN	62
Dạng 1. Nhận biết một phân số viết được dưới dạng số thập phân	63
Dạng 2. Viết một tỉ số hoặc một phân số dưới dạng số thập phân	65
Dạng 3. Viết số thập phân hữu hạn dưới dạng phân số tối giản	66
Dạng 4. Viết số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số tối giản	67
§ 10. LÀM TRÒN SỐ	70
Dạng 1. Làm tròn các số theo một yêu cầu cho trước	70
Dạng 2. Giải bài toán rồi làm tròn kết quả	71
Dạng 3. Áp dụng quy ước làm tròn số để ước lượng kết quả	72
§ 11. SỐ VÔ TỈ. KHÁI NIỆM VỀ CĂN BẬC HAI	74
Dạng 1. Liên hệ giữa lũy thừa bậc hai và căn bậc hai	75
Dạng 2. Tìm căn bậc hai của một số cho trước	75
Dạng 3. Tìm một số biết căn bậc hai của nó	76
Dạng 4. Sử dụng máy tính bỏ túi để tính căn bậc hai của một số	77
§ 12. SỐ THỰC	81
Dạng 1. Câu hỏi và bài tập về định nghĩa các tập hợp số	81
Dạng 2. So sánh các số thực	82
Dạng 3. Tìm số chưa biết trong một đẳng thức	84
Dạng 4. Tính giá trị của biểu thức	85
ÔN TẬP CHƯƠNG 1	89
Chương 2. HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ	
§ 1. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN	95
Dạng 1. Cung cấp công thức của đại lượng tỉ lệ thuận	95
Dạng 2. Lập bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ thuận	97
Dạng 3. Xét tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng khi biết bảng	98

§ 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ THUẬN	100
Dạng 1. Xét tương quan tỉ lệ thuận giữa hai đại lượng khi biết bảng.....	101
Dạng 2. Toán về đại lượng tỉ lệ thuận	101
Dạng 3. Chia một số thành những phần tỉ lệ thuận với các số cho trước ...	102
§ 3. ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH	105
Dạng 1. Cùng cố công thức của đại lượng tỉ lệ nghịch	105
Dạng 2. Lập bảng giá trị tương ứng của hai đại lượng tỉ lệ nghịch.....	107
Dạng 3. Xét tương quan tỉ lệ nghịch giữa hai đại lượng khi biết bảng.....	108
Dạng 4. Toán về các đại lượng tỉ lệ nghịch.....	108
§ 4. MỘT SỐ BÀI TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ NGHỊCH	110
Dạng 1. Cùng cố về định nghĩa và tính chất của đại lượng tỉ lệ nghịch	110
Dạng 2. Toán về đại lượng tỉ lệ nghịch	112
Dạng 3. Chia một số thành những phần tỉ lệ nghịch với các số cho trước .	114
§ 5. HÀM SỐ	116
Dạng 1. Cùng cố khái niệm hàm số.....	117
Dạng 2. Tìm giá trị của hàm số tại một số giá trị cho trước của biến số....	118
Dạng 3. Viết công thức xác định hàm số.....	121
§ 6. MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ	123
Dạng 1. Viết tọa độ của các điểm cho trước trên mặt phẳng tọa độ.....	124
Dạng 2. Biểu diễn các điểm có tọa độ cho trước trên mặt phẳng tọa độ....	125
§ 7. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax (a \neq 0)$	128
Dạng 1. Vẽ đồ thị của hàm số $y = ax (a \neq 0)$	129
Dạng 2. Cùng cố công thức hàm số $y = ax (a \neq 0)$	130
Dạng 3. Xét xem một điểm có thuộc đồ thị của một hàm số cho trước	130
Dạng 4. Xác định hệ số a của hàm số $y = ax$, biết đồ thị của nó đi qua	131
Dạng 5. “Đọc” một đồ thị cho trước.....	132
ÔN TẬP CHƯƠNG 2	137

Phần HÌNH HỌC

Chương 1. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

§ 1. HAI GÓC ĐỐI ĐỈNH	146
Dạng 1. Hoàn thành một câu phát biểu hoặc chọn câu phát biểu đúng.....	146
Dạng 2. Vẽ hình theo yêu cầu của đề bài rồi tìm cặp góc đối đỉnh	147
Dạng 3. Vẽ hình rồi tính số đo của góc	148
Dạng 4. Tìm các cặp góc bằng nhau.....	149
Dạng 5. Gấp giấy để chứng tỏ hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.....	150
Dạng 6. Nhận biết hai tia đối nhau.....	150

§ 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC	152
Dạng 1. Hoàn thành một câu phát biểu hoặc chọn câu phát biểu đúng	152
Dạng 2. Vẽ đường thẳng vuông góc, vẽ đường trung trực của.....	153
Dạng 3. Gấp giấy để tạo thành đường vuông góc hay đường trung trực....	154
Dạng 4. Nhận biết hai đường thẳng vuông góc, nhận biết đường	155
Dạng 5. Tính số đo của góc	155
§ 3. CÁC GÓC TẠO BỞI MỘT ĐƯỜNG THẲNG CẮT HAI ĐƯỜNG THẲNG ...	157
Dạng 1. Vẽ hình và tìm cặp góc so le trong, cặp góc đồng vị, cặp góc.....	158
Dạng 2. Tính số đo góc khi biết một trong bốn góc tạo bởi hai đường.....	158
Dạng 3. Tìm các cặp góc bằng nhau, các cặp góc bù nhau	159
§ 4. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG	160
Dạng 1. Hoàn thành một câu phát biểu hoặc chọn câu phát biểu đúng.....	160
Dạng 2. Vẽ một đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước..	161
Dạng 3. Nhận biết hai đường thẳng song song.....	162
§ 5. TIÊN ĐỀ O-CLÍT VỀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG	164
Dạng 1. Hoàn thành một câu phát biểu hoặc chọn câu trả lời đúng	164
Dạng 2. Vẽ đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước.....	165
Dạng 3. Tính số đo góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng.....	165
Dạng 4. Vận dụng tính chất hai đường thẳng song song để nhận biết	166
Dạng 5. Bài tập vận dụng dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song.	167
§ 6. TỪ VUÔNG GÓC ĐẾN SONG SONG	170
Dạng 1. Hoàn thành một câu phát biểu hoặc chọn câu trả lời đúng	170
Dạng 2. Nhận biết hai đường thẳng song song vì chúng cùng vuông góc .	171
Dạng 3. Nhận biết hai đường thẳng vuông góc	172
Dạng 4. Tính số đo một góc bằng cách vẽ thêm một đường thẳng mới.....	172
§ 7. ĐỊNH LÝ	175
Dạng 1. Phát biểu một định lý hoặc chọn câu phát biểu đúng	175
Dạng 2. Viết giả thiết và kết luận của định lý	176
Dạng 3. Nêu căn cứ của các khẳng định trong chứng minh định lý.....	177
Dạng 4. Cho giả thiết, kết luận của một định lý, điền đạt định lý đó bằng ..	179
ÔN TẬP CHƯƠNG 1	180
Chương 2. TAM GIÁC	
§ 8. TỔNG BA GÓC CỦA MỘT TAM GIÁC	185
Dạng 1. Tính số đo góc của một tam giác	186
Dạng 2. Nhận biết một tam giác vuông, tìm các góc bằng nhau trong.....	187
Dạng 3. Chứng minh hai đường thẳng song song bằng cách chứng	188
Dạng 4. So sánh các góc dựa vào tính chất góc ngoài của tam giác.....	188

§ 9. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU	190
Dạng 1. Từ hai tam giác bằng nhau, xác định các cạnh bằng nhau,.....	191
Dạng 2. Viết kí hiệu về sự bằng nhau của hai tam giác.....	191
§ 10. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC	192
Dạng 1. Vẽ tam giác biết độ dài ba cạnh	193
Dạng 2. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau theo	193
Dạng 3. Sử dụng trường hợp bằng nhau cạnh – cạnh – cạnh để	194
§ 11. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI CỦA TAM GIÁC	195
Dạng 1. Vẽ tam giác biết hai cạnh và góc xen giữa	196
Dạng 2. Bổ sung thêm điều kiện để hai tam giác bằng nhau theo	196
Dạng 3. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau theo trường hợp ..	197
Dạng 4. Sử dụng trường hợp bằng nhau cạnh – góc – cạnh để	198
§ 12. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ BA CỦA TAM GIÁC	200
Dạng 1. Vẽ tam giác biết một cạnh và hai góc kề	201
Dạng 2. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau theo trường hợp ..	201
Dạng 3. Sử dụng trường hợp bằng nhau góc – cạnh – góc để	202
Dạng 4. Sử dụng nhiều trường hợp bằng nhau của tam giác.....	203
Dạng 5. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau	204
Dạng 6. Sử dụng trường hợp bằng nhau cạnh huyền – góc nhọn để	205
§ 13. TAM GIÁC CÂN	208
Dạng 1. Vẽ tam giác cân, tam giác vuông cân, tam giác đều	209
Dạng 2. Bổ sung điều kiện để hai tam giác cân, hai tam giác vuông cân...	210
Dạng 3. Nhận biết một tam giác là tam giác cân, tam giác vuông cân,.....	210
Dạng 4. Sử dụng định nghĩa tam giác cân, vuông cân, đều để suy ra	211
Dạng 5. Sử dụng tính chất của các tam giác cân, vuông cân, đều để tính ..	212
Dạng 6. Chứng minh một tam giác là tam giác cân, vuông cân, đều để ...	212
§ 14. ĐỊNH LÝ PY-TA-GO	215
Dạng 1. Tính độ dài một cạnh của tam giác vuông	216
Dạng 2. Sử dụng định lý Py-ta-go đảo để nhận biết tam giác vuông	218
§ 15. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG	221
Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau	221
Dạng 2. Bổ sung thêm điều kiện để hai tam giác vuông bằng nhau.....	222
Dạng 3. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để	222
ÔN TẬP CHƯƠNG 2	224
Phụ lục. HƯỚNG DẪN VỀ PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH HÌNH HỌC	231
HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP	234
Phần Số học	234
Phần Hình học	273

Trung Tâm Gia Sư Tài Năng Việt
<https://giasudaykem.com.vn/tai-lieu-mon-toan-lop-4.html>

Link tài sách:

http://nguyensexuanthien.violet.vn/present/show/entry_id/11824688