

BÀI TẬP TOÁN NÂNG CAO LỚP 11

Bài 1: Tìm giới hạn của các hàm số sau:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3 + 5x - 1}{2x^3 + 3x^2 + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^3 + 2}{2x + 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - x^2 + 1}{3x^2 + x}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + 2x^3 - 4x}{1 - 3x^2 - 2x^3}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 1}{2x^3 + 3x^2 + 1}$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{4x^2 + 1}}{2 - 5x}$

Bài 2: Xét tính liên tục của các hàm số sau:

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ -4 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ tại $x_0 = -2$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ 5 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$

tại $x_0 = 3$

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 7 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ tại $x_0 = 1$

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x + 1}}{3 - x} & \text{khi } x \neq 3 \\ 3 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$

tại $x_0 = 3$

Bài 3: Xét tính liên tục của các hàm số sau trên TXĐ của chúng:

a) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - x}{(x - 2)^2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 3 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$

Bài 4: Tính đạo hàm các hàm số sau:

16) $y = \frac{1}{2x^2 + 3x - 5}$

17) $y = \frac{x^3 - 2x}{x^2 + x + 1}$

18) $y = \frac{-x^2 + 7x + 5}{x^2 - 3x}$

19) $y = \sqrt{x^2 + 6x + 7}$

20) $y = \sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 2}$

21)

$y = (x + 1)\sqrt{x^2 + x + 1}$

22) $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x + 1}$

23) $y = \frac{1 + x}{\sqrt{1 - x}}$

24) $y = (2x^2 + 3\sqrt{x} - 1)^3$

25) $y = (x^2 + \sqrt{x})^3 + \sqrt{x^3 - 2x}$

26) $y = \sqrt{x}(x^2 - \sqrt{x} + 1)$

27)

Bài 5: Tính đạo hàm của các hàm số sau:

1) $y = 5\sin x - 3\cos x$

2) $y = \cos(x^3)$

3) $y = x \cdot \cot x$

4)

$y = (1 + \cot x)^2$

5) $y = \cos x \cdot \sin^2 x$

6) $y = \cos x - \frac{1}{3} \cos^3 x$

7) $y = \sin^4 \frac{x}{2}$

$$8) y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} \quad 9) y = \cot^3\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \quad 10) y = \sin^2(\cos 3x) \quad 11)$$

$$y = \cot \sqrt[3]{1+x^2} \quad 12) y = 3 \sin^2 x \cdot \sin 3x$$

Bài 6: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O; SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên SB, SC, SD.

- Chứng minh rằng BC vuông góc với mặt (SAB); CD vuông góc với mặt phẳng (SAD); BD vuông góc với mặt phẳng (SAC).
- Chứng minh rằng AH, AK cùng vuông góc với SC. Từ đó suy ra ba đường thẳng AH, AI, AK cùng chứa trong một mặt phẳng.
- Chứng minh rằng HK vuông góc với mặt phẳng (SAC). Từ đó suy ra HK vuông góc với AI

Bài 7: Cho tam giác ABC vuông góc tại A; gọi O, I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AB, AC. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại O ta lấy một điểm S khác O. Chứng minh rằng:

- Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC);
- Mặt phẳng (SOI) vuông góc với mặt phẳng (SAB);
- Mặt phẳng (SOI) vuông góc với mặt phẳng (SOJ).

Bài 8: Cho tứ diện SABC có SA = SC và mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi I là trung điểm của cạnh AC. Chứng minh SI vuông góc với mặt phẳng (ABC).

Bài 9: Cho tứ diện ABCD có AB vuông góc với mặt phẳng (BCD). Gọi BE, DF là hai đường cao của tam giác BCD; DK là đường cao của tam giác ACD.

- Chứng minh hai mặt phẳng (ABE) và (DFK) cùng vuông góc với mặt phẳng (ADC);
- Gọi O và H lần lượt là trực tâm của hai tam giác BCD và ACD. Chứng minh OH vuông góc với mặt phẳng (ADC).

Bài 10: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Mặt SAB là tam giác cân tại S và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Chứng minh rằng:

- BC và AD cùng vuông góc với mặt phẳng (SAB).
- SI vuông góc với mặt phẳng (ABCD).

Bài 11: Hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi ABCD tâm O cạnh a, góc $BAD = 60^\circ$. Đường cao SO vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và đoạn $SO = \frac{3a}{4}$. Gọi E là trung điểm của BC, F là trung điểm của BE.

- Chứng minh (SOS) vuông góc với mặt phẳng (SBC)
- Tính các khoảng cách từ O và A đến mặt phẳng (SBC).

c) Gọi (α) là mặt phẳng qua AD và vuông góc với mặt phẳng (SBC). Xác định thiết diện của hình chóp với mp (α) . Tính diện tích thiết diện này.

Bài 12: Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình vuông cạnh $2a$; $SA \perp (ABCD)$ tan của góc hợp bởi cạnh bên SC và mặt phẳng chứa đáy bằng $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

a) Chứng minh tam giác SBC vuông

Chứng minh $BD \perp SC$ và $(SCD) \perp (SAD)$

c) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCB)