

1. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ giảm trên $(1; +\infty)$

2. Tìm m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + (m+1)x + 4m$ giảm trên $(-1; 1)$

3. Tìm m để hàm số $y = \frac{-2x^2 - 3x + m}{2x + 1}$ giảm trên $(-\frac{1}{2}; +\infty)$

4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - mx + 2m - 1}{x + 2}$

Tìm m để hàm số tăng trên từng khoảng xác định

5. Tìm giá trị của tham số m để hàm số sau nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 1

$$y = f(x) = x^3 + 3x^2 + mx + m$$

6. Tìm m để hàm số $y = f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 4$ tăng trên $(0, 3)$

7. Tìm m để hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2 + (m+1)x + 4m$ giảm trên $(-1, 1)$

8. Tìm m để hàm số $y = f(x) = \frac{mx + 4}{x + m}$ giảm trên khoảng $(-\infty, 1)$

9. Tìm m để hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{3}$ tăng trên $(2, +\infty)$

10

. Tìm m để hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + (m+1)x + 4m^2 - 4m - 2}{x - (m-1)}$ đồng biến trên $(0, +\infty)$

12. Giải phương trình $\sqrt{x^3 + 3x} = -x^2 - 4x + 7$ (ĐK $x^3 + 3x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$)

13. Giải phương trình $x^5 + x^3 - \sqrt{1 - 3x} + 4 = 0$

14. Giải phương trình $2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x-1)^2$

15. Tìm m để phương trình có nghiệm $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = m$

16. Tìm m để phương trình có nghiệm $m\sqrt{x^2 + 1} - x = 0$

17. Chứng minh rằng $\forall x > 0: 1 - \frac{x^2}{2} < \cos x$ (HD xét hàm số $y = f(x) = 1 - \frac{x^2}{2} - \cos x$)

18. Chứng minh rằng $\forall x > 0: e^x > \frac{x^2}{2} + x + 1$ (HD xét hàm số $y = f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1$)

19. Chứng minh rằng $\forall x \in (0; \frac{\pi}{2}): \tan x > x + \frac{x^3}{3}$

20. Chứng minh rằng: Nếu $x + y = 1$ thì $x^4 + y^4 \geq \frac{1}{8}$ (HD xét hàm số

$$y = f(x) = x^4 + (1-x)^4$$

21 giải phương trình sau:

3. $y = \sqrt{2x^2 - 4x + 5}$

7. $y = \sqrt{3+x} + \sqrt{1-x}$

6. $y = (2x+1)\sqrt{9-x^2}$

8. $y = \frac{2x+3}{\sqrt{x^2+x+1}}$

22. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - (3m+1)x + 4m}{2x-1}$. Tìm m để hàm số có cực đại, cực tiểu đối xứng nhau qua

đường thẳng $\Delta: x + y + 1 = 0$.

23. Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 - x$

- CMR hàm số có cực đại cực tiểu với mọi m
- Xác định m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số song song với đường thẳng (d) $y = -2x$

24. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - (3m+2)x + m + 4}{x-1}$

- Tìm m để hàm số có CĐ, CT và CĐ, CT và điểm $M(-2; 1)$ thẳng hàng
- Tìm m để hàm số có CĐ, CT và trung điểm của đoạn nối 2 điểm CĐ, CT cách gốc O một khoảng bằng 3

25. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C). Tìm giá trị của tham số m để điểm cực đại và điểm cực tiểu của (C) ở về hai phía khác nhau của đường tròn: $x^2 + y^2 - 2mx - 4my + 5m^2 - 1 = 0$.

26. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$. Tìm giá trị của tham số m để hàm số có cực đại và cực tiểu, đồng thời các điểm cực đại, cực tiểu lập thành một tam giác đều.

27. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 2}{x-1}$. Tìm để điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nằm trên Parabol (P)

$$y = x^2 + x - 4$$

28. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + (m+2)x + 3m + 2}{x+1}$

- Tìm m để hàm số có cực đại và cực tiểu
- Giả sử hàm số có giá trị cực đại, cực tiểu là y_{CD}, y_{CT} . Chứng minh rằng:

$$y_{CD}^2 + y_{CT}^2 > \frac{1}{2}.$$

29. Cho hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 + (m^2 - 3m + 2)x + 4$

- Tìm m để hàm số có hai điểm cực đại và cực tiểu nằm về hai phía khác nhau của trục tung
- Tìm m để hàm số có cực đại cực tiểu đồng thời hai giá trị cực trị cùng dấu

30. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$

a. Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m hàm số luôn đạt cực đại và cực tiểu tại x_1, x_2 và $x_2 - x_1$ không phụ thuộc vào tham số m.

b. Tìm m để $y_{CD} > 1$

31. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$. Chứng minh rằng với mọi m hàm số đã cho

luôn có cực đại cực tiểu. Hãy xác định m để khoảng cách giữa hai điểm cực trị là nhỏ nhất.

32. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m}{x+2}$. Tìm m để hàm số có cực đại cực tiểu, đồng

thời các điểm cực trị của đồ thị hàm số cùng với gốc tọa độ O tạo thành tam giác vuông tại O. (A - 2007)

33. Cho hàm số $y = f(x) = mx + \frac{1}{x}$. Tìm m để hàm số có cực đại cực tiểu và khoảng cách từ điểm

cực tiểu của đồ thị hàm số đến tiệm cận xiên bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$. (A – 2005)

34. Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$. Tìm m để hàm số có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị cách đều gốc tọa độ O. (B – 2007)

35. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + (m+1)x + m+1}{x+1}$ (Cm). CMR với mọi m (Cm) luôn có cực đại

cực tiểu và khoảng cách giữa hai điểm cực trị bằng $\sqrt{20}$. (B – 2005)

36. $y = f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên $[-1, 2]$ (D-2003)

6. $y = f(x) = \frac{3x^2 + 10x + 20}{x^2 + 2x + 3}$

(SPTPHCM2000)

7. $y = f(x) = 5\cos x - \cos 5x$ trên $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$

8. $y = f(x) = 1 + \frac{3\sin x}{2 + \cos x}$

9. $y = f(x) = \sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 + \cos x}$

10. $y = f(x) = -2\cos 2x + \cos x - 3$

11. $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{1+x} - \sqrt{-x^2+x+2}$

12. $y = 2\sin x \cdot \cos x + \sin x - \cos x$

37. Tìm các kích thước của hình chữ nhật có diện tích lớn nhất nội tiếp đường tròn bán kính R cho trước.

ĐS. Các kích thước của hình chữ nhật là $R\sqrt{2}$ (hình

vuông)

38. Trong các khối trụ nội tiếp hình cầu bán kính R, hãy xác định khối trụ có thể tích lớn nhất.

ĐS. Hình trụ có chiều cao $h = \frac{2R}{\sqrt{3}}$ bán kính đáy

$$r = \sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}}$$

39. Cho đường (C) có phương trình $x^2 + y^2 = R^2$. Hãy tìm các điểm H trên (C) sao cho tiếp tuyến tại đó cắt hai trục tọa độ tại A và B có độ dài đoạn AB nhỏ nhất.

40. Tìm hình thang cân có diện tích nhỏ nhất ngoại tiếp đường tròn bán kính R cho trước.

41. Cho $x^2 + y^2 = 1$. Tìm Max, Min của biểu thức $P = \frac{2(xy + y^2)}{2xy + 2x^2 + 1}$.

ĐS. $MaxP = \frac{2 + \sqrt{6}}{2}$, $MinP = \frac{2 - \sqrt{6}}{2}$

42. Cho $x, y > 0$ và $x + y = 1$. Tìm Min của biểu thức $P = \frac{x}{\sqrt{1-x}} + \frac{y}{\sqrt{1-y}}$

43. Cho hai số thực thay đổi x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 2$. Tìm GTLN, GTNN của biểu thức

$$P = 2(x^3 + y^3) - 3xy$$

(CĐ Khối A

- 2008)

44. Cho hai số thực thay đổi x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$. Tìm GTLN, GTNN của biểu thức

$$P = \frac{2(x^2 + 6xy)}{1 + 2xy + 2y^2}$$

Ví dụ 2. Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số sau:

$$1. y = f(x) = 2x + 1 + \frac{2}{x+1}$$

$$2. y = f(x) = \frac{-3x^2 + 5x - 2}{3x + 1}$$

$$3. y = f(x) = \frac{2x^3 + 5x^2 - 1}{x^2 - x + 1}$$

$$4. y = f(x) = \frac{-2x^2 + 5x - 1}{2x - 3}$$

Ví dụ 3. Tìm các tiệm cận của các đồ thị hàm số sau:

$$1. y = f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 + 1}}{2x - 1}$$

$$2. y = f(x) = \frac{-2x - 1}{\sqrt{x^2 + x + 2}}$$

$$3. y = f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 - x + 2}$$

$$4. y = f(x) = \sqrt{3x^2 - 2x + 4}$$

45. Tìm giá trị của tham số m sao cho:

1. Đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{2x + 2m - 1}{x + m}$ có tiệm cận đứng qua điểm $M(-3, 1)$

2. Đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 + 3mx - m + 2}{x - 1}$ có tiệm cận xiên tạo với hai trục tọa độ

một tam giác có diện tích bằng 4.

46. Cho đường cong (Cm): $y = f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 + \frac{2}{mx - 1}$ và đường thẳng (dm) $y = mx - m + 2$.

Xác định m biết rằng (Cm) có cực đại cực tiểu và tiệm cận xiên của nó tạo với đường thẳng

(dm) một góc α có $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

47. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x + m}{mx - 1}$. Tìm m sao cho đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và các tiệm cận cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

48. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3x - 5}{x - 2}$ có đồ thị (C). Tìm $M \in (C)$ để tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) là nhỏ nhất?

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x - 2}{x - 1}$ có đồ thị (C).

a. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại M có tung độ bằng 3.

b. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với góc phần tư thứ hai.

c. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(0, -2)$

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$ (C). Hãy viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$ (C). Xác định m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt (C) tại

hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau.

Ví dụ 5. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai trục Ox, Oy tại A, B và tam giác OAB có diện tích bằng $\frac{1}{4}$. (**Khối D – 2007**)

Ví dụ 6. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+2}{2x+3}$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại A và B và tam giác OAB cân tại O. (**Khối A – 2009**)

Ví dụ 7. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2+x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. (**Khối B – 2006**)

Ví dụ 8. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2+x+2}{x-1}$ có đồ thị (C). Tìm trên (C) các điểm A để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại A vuông góc với đường thẳng đi qua A và tâm đối xứng của đồ thị hàm số. (**Đại học An Ninh – 2001**)

49. Cho hàm số $y = f(x) = -x^4 - x^2 + 6$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{6}x - 1$ (**Khối D – 2010**)

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua điểm M(-1, -9). (**Khối B – 2008**)

Ví dụ 5. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{3x-2}{x-1}$ biết :

- a. Tung độ tiếp điểm bằng $\frac{5}{2}$
 - b. Tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta : x + y - 3 = 0$
 - c. Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta : 4x - y + 10 = 0$
 - d. Tiếp tuyến đi qua điểm M(2,0)
2. Ví dụ 6. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị (C). Tìm những điểm trên trục Ox sao cho từ đó có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị (C).
 3. Ví dụ 7. Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ có đồ thị (C). Tìm trên đường thẳng $y = 2x - 1$ các điểm kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị (C).
 4. Ví dụ 8. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C). Tìm trên đường thẳng $y = -3x + 2$ các điểm kẻ được hai tiếp tuyến vuông góc đến đồ thị (C).
 5. Ví dụ 9. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết khoảng cách từ điểm I(1,1) đến tiếp tuyến này là lớn nhất.

6. Ví dụ 10. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2$ có đồ thị (C). Tìm các điểm thuộc trục hoành mà từ đó có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị (C), trong đó có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.
7. Ví dụ 11. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+m}{x-2}$. Tìm m để từ điểm A(1,2) kẻ được hai tiếp tuyến AB, AC đến đồ thị hàm số sao cho ΔABC đều (Với B, C là hai tiếp điểm).
8. Ví dụ 12. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 1 - m(x+1)$ có đồ thị (C).
- a.