





b) Tính  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{BI}$  theo R.

23 Cho tam giác ABC có AB = 5, BC = 7, AC = 8.

a) Tính  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ , rồi suy ra giá trị của góc A.

b) Tính  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ .

c) Gọi D là điểm trên CA sao cho CD = 3. Tính  $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB}$ .

24 Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tính giá trị các biểu thức sau:

a)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$                       b)  $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC})$                       c)  $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})(2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB})$

d)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$                       e)  $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$

HD: a)  $a^2$                       b)  $a^2$                       c)  $2a^2$                       d)  $-a^2$                       e) 0

25 Cho tam giác ABC có AB = 2, BC = 4, CA = 3.

a) Tính  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ , rồi suy ra cosA.

b) Gọi G là trọng tâm của  $\Delta ABC$ . Tính  $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BC}$ .

c) Tính giá trị biểu thức  $S = \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA}$ .

d) Gọi AD là phân giác trong của góc BAC (D  $\in$  BC). Tính  $\overrightarrow{AD}$  theo  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ , suy ra AD.

HD: a)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{3}{2}$ ,  $\cos A = -\frac{1}{4}$                       b)  $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{5}{3}$                       c)  $S = -\frac{29}{6}$

d) Sử dụng tính chất đường phân giác  $\overrightarrow{DB} = \frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{3}{5} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{5} \overrightarrow{AC}$ ,  $AD = \frac{\sqrt{54}}{5}$

26 Cho tam giác ABC có AB = 2, AC = 3, A = 60°. M là trung điểm của BC.

a) Tính BC, AM.

b) Tính IJ, trong đó I, J được xác định bởi:  $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ ,  $\overrightarrow{JB} = 2\overrightarrow{JC}$ .

HD: a)  $BC = \sqrt{19}$ ,  $AM = \frac{\sqrt{7}}{2}$                       b)  $IJ = \frac{2}{3} \sqrt{133}$

27 Cho tứ giác ABCD.

a) Chứng minh  $AB^2 - BC^2 + CD^2 - DA^2 = 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB}$ .

b) Suy ra điều kiện cần và đủ để tứ giác có hai đường chéo vuông góc là:

$$AB^2 + CD^2 = BC^2 + DA^2.$$

28 Cho tam giác ABC có trực tâm H, M là trung điểm của BC. Chứng minh:

$$\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{MA} = \frac{1}{4} BC^2.$$

29 Cho hình chữ nhật ABCD, M là một điểm bất kì. Chứng minh:

a)  $MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$                       b)  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD}$

c)  $MA^2 + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MO}$  (O là tâm của hình chữ nhật).

30 Cho tam giác ABC có A(1; -1), B(5; -3), C(2; 0).

a) Tính chu vi và nhận dạng tam giác ABC.

b) Tìm tọa độ điểm M biết  $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$ .

c) Tìm tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

31 Cho tam giác ABC có A(1; 2), B(-2; 6), C(9; 8).

- Tính  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ . Chứng minh tam giác ABC vuông tại A.
- Tìm tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
- Tìm toạ độ trực tâm H và trọng tâm G của tam giác ABC.
- Tính chu vi, diện tích tam giác ABC.
- Tìm toạ độ điểm M trên Oy để B, M, A thẳng hàng.
- Tìm toạ độ điểm N trên Ox để tam giác ANC cân tại N.
- Tìm toạ độ điểm D để ABDC là hình chữ nhật.
- Tìm toạ độ điểm K trên Ox để AOKB là hình thang đáy AO.
- Tìm toạ độ điểm T thoả  $\overline{TA} + 2\overline{TB} - 3\overline{TC} = \vec{0}$
- Tìm toạ độ điểm E đối xứng với A qua B.
- Tìm toạ độ điểm I chân đường phân giác trong tại đỉnh C của  $\Delta ABC$ .

32 Cho tam giác ABC. tìm tập hợp những điểm M sao cho:

- $MA^2 = 2MA \cdot MB$
- $(\overline{MA} - \overline{MB})(2\overline{MB} - \overline{MC}) = 0$
- $(\overline{MA} + \overline{MB})(\overline{MB} + \overline{MC}) = 0$
- $2MA^2 + \overline{MA} \cdot \overline{MB} = \overline{MA} \cdot \overline{MC}$

33 Cho hình vuông ABCD cạnh a, tâm O. Tìm tập hợp những điểm M sao cho:

- $\overline{MA} \cdot \overline{MC} + \overline{MB} \cdot \overline{MD} = a^2$
- $\overline{MA} \cdot \overline{MB} + \overline{MC} \cdot \overline{MD} = 5a^2$
- $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MD^2$
- $(\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC})(\overline{MC} - \overline{MB}) = 3a^2$

34 Cho tứ giác ABCD, I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm tập hợp điểm M sao

$$\text{cho: } \overline{MA} \cdot \overline{MB} + \overline{MC} \cdot \overline{MD} = \frac{1}{2} IJ^2.$$

35 Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng:

- Nếu  $b + c = 2a$  thì  $\frac{2}{h_a} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$
- Nếu  $bc = a^2$  thì  $\sin B \sin C = \sin^2 A, h_b h_c = h_a^2$
- A vuông  $\Leftrightarrow m_b^2 + m_c^2 = 5m_a^2$

36 Cho tứ giác lồi ABCD, gọi  $\alpha$  là góc hợp bởi hai đường chéo AC và BD.

- Chứng minh diện tích S của tứ giác cho bởi công thức:  $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin \alpha$ .
- Nêu kết quả trong trường hợp tứ giác có hai đường chéo vuông góc.

37 Cho  $\Delta ABC$  vuông ở A,  $BC = a$ , đường cao AH.

- Chứng minh  $AH = a \cdot \sin B \cdot \cos B, BH = a \cdot \cos^2 B, CH = a \cdot \sin^2 B$ .
- Từ đó suy ra  $AB^2 = BC \cdot BH, AH^2 = BH \cdot HC$ .

38 Cho  $\Delta AOB$  cân đỉnh O, OH và OK là các đường cao. Đặt  $OA = a, AOH = \alpha$ .

- Tính các cạnh của  $\Delta OAK$  theo a và  $\alpha$ .
- Tính các cạnh của các tam giác OHA và AKB theo a và  $\alpha$ .
- Từ đó tính  $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha, \tan 2\alpha$  theo  $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$ .

39 Giải tam giác ABC, biết:

- $c = 14; A = 60^\circ; B = 40^\circ$
- $b = 4,5; A = 30^\circ; C = 75^\circ$

- c)  $c = 35; A = 40^0; C = 120^0$   
 40 Giải tam giác ABC, biết:
- a)  $a = 6,3; b = 6,3; C = 54^0$   
 c)  $a = 7; b = 23; C = 130^0$
- 41 Giải tam giác ABC, biết:
- a)  $a = 14; b = 18; c = 20$   
 c)  $a = 4; b = 5; c = 7$
- 42 Lập PTTS, PTCT (nếu có), PTTQ của các đường thẳng đi qua điểm M và có VTCP  $\vec{u}$ :
- a)  $M(-2; 3), \vec{u} = (5; -1)$   
 b)  $M(-1; 2), \vec{u} = (-2; 3)$   
 c)  $M(3; -1), \vec{u} = (-2; -5)$   
 d)  $M(1; 2), \vec{u} = (5; 0)$   
 e)  $M(7; -3), \vec{u} = (0; 3)$   
 f)  $M \equiv O(0; 0), \vec{u} = (2; 5)$
- 43 Lập PTTS, PTCT (nếu có), PTTQ của các đường thẳng đi qua điểm M và có VTPT  $\vec{n}$ :
- a)  $M(-2; 3), \vec{n} = (5; -1)$   
 b)  $M(-1; 2), \vec{n} = (-2; 3)$   
 c)  $M(3; -1), \vec{n} = (-2; -5)$   
 d)  $M(1; 2), \vec{n} = (5; 0)$   
 e)  $M(7; -3), \vec{n} = (0; 3)$   
 f)  $M \equiv O(0; 0), \vec{n} = (2; 5)$
- 44 Lập PTTS, PTCT (nếu có), PTTQ của các đường thẳng đi qua điểm M và có hệ số góc k:
- a)  $M(-3; 1), k = -2$   
 b)  $M(-3; 4), k = 3$   
 c)  $M(5; 2), k = 1$   
 d)  $M(-3; -5), k = -1$   
 e)  $M(2; -4), k = 0$   
 f)  $M \equiv O(0; 0), k = 4$
- 45 Lập PTTS, PTCT (nếu có), PTTQ của các đường thẳng đi qua hai điểm A, B:
- a)  $A(-2; 4), B(1; 0)$   
 b)  $A(5; 3), B(-2; -7)$   
 c)  $A(3; 5), B(3; 8)$   
 d)  $A(-2; 3), B(1; 3)$   
 e)  $A(4; 0), B(3; 0)$   
 f)  $A(0; 3), B(0; -2)$   
 g)  $A(3; 0), B(0; 5)$   
 h)  $A(0; 4), B(-3; 0)$   
 i)  $A(-2; 0), B(0; -6)$
- 46 Viết PTTS, PTCT (nếu có), PTTQ của các đường thẳng đi qua điểm M và song song với đường thẳng d:
- a)  $M(2; 3), d: 4x - 10y + 1 = 0$   
 b)  $M(-1; 2), d \equiv Ox$   
 c)  $M(4; 3), d \equiv Oy$   
 d)  $M(2; -3), d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 4t \end{cases}$   
 e)  $M(0; 3), d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{-2}$
- 47 Viết PTTS, PTCT (nếu có), PTTQ của các đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d:
- a)  $M(2; 3), d: 4x - 10y + 1 = 0$   
 b)  $M(-1; 2), d \equiv Ox$   
 c)  $M(4; 3), d \equiv Oy$   
 d)  $M(2; -3), d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 4t \end{cases}$   
 e)  $M(0; 3), d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+4}{-2}$