

BÀI TẬP NÂNG CAO HÌNH HỌC 7

Bài toán 1. Tính \hat{A} của tam giác ABC cân tại A biết đường thẳng d đi qua đỉnh A và chia tam giác ABC thành hai tam giác cân.

Bài toán 22. Cho ΔABC vuông cân tại A, trung tuyến AM. Lấy $E \in BC$. $BH, CK \perp AE$ ($H, K \in AE$). Chứng minh rằng ΔMHK vuông cân.

Bài toán 3. Cho ΔABC có góc $ABC = 50^\circ$; góc $BAC = 70^\circ$. Phân giác trong góc ACB cắt AB tại M. Trên MC lấy điểm N sao cho góc $MBN = 40^\circ$. Chứng minh rằng: $BN = MC$.

Bài toán 4. Cho ΔABC . Vẽ ra phía ngoài của tam giác này các tam giác vuông cân ở A là ABE và ACF. Vẽ $AH \perp BC$. Đường thẳng AH cắt EF tại O. Chứng minh rằng O là trung điểm của EF.

Bài toán 5. Cho ΔABC . Qua A vẽ đường thẳng $xy \parallel BC$. Từ điểm M trên cạnh BC vẽ các đường thẳng song song với AB, AC chúng cắt xy theo thứ tự tại D và E. Chứng minh rằng:
a. $\Delta ABC = \Delta MDE$

b. Ba đường thẳng AM, BD, CE cùng đi qua một điểm.

Bài toán 6. Cho ΔABC vuông tại A. Trên cạnh BC lấy hai điểm M và N sao cho $BM = BA$; $CN = CA$. Tính \widehat{MAN} .

Bài toán 7. Cho ΔABC có $\hat{A} = 90^\circ$ ($AB < AC$), phân giác AD. Từ D vẽ một đường thẳng vuông góc với BC cắt AC tại M. Tính \widehat{MBD} .

Bài toán 8. ΔABC có $\hat{B} = 75^\circ$; $\hat{C} = 60^\circ$. Kéo dài BC một đoạn thẳng CD sao cho $CD = \frac{1}{2}BC$. Tính \widehat{ADB} .

Bài toán 9. Cho ΔABC cân, $\hat{A} = 80^\circ$. Trên cạnh BC lấy điểm I sao cho $\widehat{BAI} = 50^\circ$; trên cạnh AC lấy điểm K sao cho $\widehat{ABK} = 30^\circ$. Hai đoạn thẳng AI và BK cắt nhau tại H. Chứng minh rằng ΔHIK cân.

Bài toán 10. Cho ΔABC cân tại A. Gọi M là một điểm nằm trên cạnh BC sao cho $MB < MC$. Lấy điểm O trên đoạn thẳng AM. Chứng minh rằng $\widehat{AOB} > \widehat{AOC}$.

Bài toán 11. Cho \widehat{xOy} . Trên hai cạnh Ox và Oy lấy lần lượt các điểm A và B sao cho $OA + OB = 2a$. Xác định vị trí của A và B để cho AB đạt min.

Bài toán 12. Cho đoạn thẳng $MN = 4\text{cm}$, điểm O nằm giữa M và N . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ MN vẽ các tam giác cân đỉnh O là OMA và OMB sao cho góc ở đỉnh O bằng 45° . Tìm vị trí của O để AB min. Tính độ dài nhỏ nhất đó.

Bài toán 13. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $\widehat{A} = 100^\circ$, tia phân giác của góc B cắt AC tại D . Chứng minh rằng $BC = BD + AD$.

Bài toán 14. Cho $\triangle ABC$ vuông tại C có $AC = 3AB$. Trên AC lấy các điểm D và E sao cho $AD = DE = EC$. Chứng minh rằng $\widehat{AEB} + \widehat{ACB} = 45^\circ$.

Bài toán 15. Cho tam giác ABC cân tại A , $\widehat{A} = 30^\circ$, $BC = 2\text{cm}$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $\widehat{CBD} = 60^\circ$. Tính độ dài AD .

Bài toán 16. Cho tam giác ABC cân tại A , $\widehat{B} = 75^\circ$. Kẻ CH vuông góc với AB . Chứng minh rằng $CH = \frac{AB}{2}$.

Bài toán 17. Cho tam giác ABC vuông cân tại B và tồn tại một điểm M nằm trong tam giác sao cho $MA : MB : MC = 1 : 2 : 3$. Tính \widehat{AMB} .

Bài toán 18. Nếu a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 > 5c^2$ thì c là cạnh nhỏ nhất.

Bài toán 19. Cho tam giác ABC cân tại A . Trên trung tuyến BD lấy E sao cho $\widehat{DAE} = \widehat{ABD}$. Chứng minh rằng: $\widehat{DAE} = \widehat{ECB}$.

Bài toán 20. Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{BAC} = 40^\circ$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi D và E là các điểm tương ứng trên AC và AB sao cho $\widehat{CBD} = 40^\circ$; $\widehat{BCE} = 70^\circ$. Giả sử BD cắt CE tại F . Chứng minh rằng: $AF \perp BC$.

Bài toán 21. Cho tam giác ABC , trung tuyến AM , phân giác AN . Từ N vẽ đường thẳng vuông góc với AN cắt AB, AM tại hai điểm P và Q . Từ Q vẽ đường thẳng vuông góc với AB cắt AN tại O . Chứng minh rằng $QO \perp BC$.

Bài toán 22. Cho $\triangle ABC$. Trung tuyến BM và đường phân giác CD cắt nhau tại I thỏa mãn $IB = IC$. Từ A kẻ $AH \perp BC$. Chứng minh rằng $IM = IH$.

Bài toán 23. Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC , G là điểm trên cạnh AB sao cho $GB = 2GA$. Các đường thẳng GM và CA cắt nhau tại D . Đường thẳng qua M vuông góc với CG tại E và cắt AC tại K . Gọi P là giao điểm của DE và GK . Chứng

minh rằng:

a. $DE = BC$

b. $PG = PE$.

Bài toán 24. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Giả sử D là điểm nằm bên trong tam giác sao cho tam giác ABD cân và $\angle ADB = 150^\circ$. Trên nửa mặt phẳng không chứa D có bờ là đường thẳng AC lấy điểm E sao cho tam giác ACE đều. Chứng minh 3 điểm B, D, E thẳng hàng.

Bài toán 25. Cho tam giác ABC, đường trung tuyến BM và đường phân giác CD cắt nhau tại J thỏa mãn điều kiện $JB = JC$. Từ A kẻ AH vuông góc với cạnh BC. Chứng minh rằng $JM = JH$.

Bài toán 26. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM, $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, và $AM = \sqrt{3}\text{cm}$.

a. Tính số đo góc BAC

b. Tính BC

c. Tính diện tích tam giác ABC.

Bài toán 27. Cho tam giác ABC có góc BAC bằng 105° , đường phân giác trong CD và đường trung tuyến BM cắt nhau tại K thỏa mãn $KB = KC$. Gọi H là chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC.

a. Chứng minh rằng $HA = HB$

b. Tính góc ABC và góc ACB'

Bài toán 28. Cho tam giác ABC cân. Trên cạnh đáy BC lấy điểm D sao cho $CD = 2BD$. So sánh số đo hai góc BAC và $\frac{1}{2}CAD$.

Bài toán 29. Gọi P là trung điểm cạnh BC của tam giác ABC và BE, CF là hai đường cao. Đường thẳng qua A, vuông góc với PE, cắt đường thẳng BE tại N. Gọi K và G lần lượt là trung điểm của BM và CN. Gọi H là giao điểm của đường thẳng KF và GE. CMR: $AH \perp EF$.

Bài toán 30. Cho $\triangle DEF$ vuông tại D, có EK là phân giác. Kẻ $KM \perp EF$, kéo dài KM cắt đường thẳng DE tại I. Chứng minh:

a/ $DK = KM$; $DE = EM$.

b/ $EK \perp IF$.

c/ Nếu cho M là trung điểm của EF. Chứng minh: $\frac{DK}{KF} = \frac{1}{2}$.