

## 20 ĐỀ LUYỆN THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 9

### ĐỀ SỐ 1

Thời gian: 150 phút

**Câu I.** ( 4 điểm). Giải phương trình

1.  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 10x + 25} = 8$

2.  $y^2 - 2y + 3 = \frac{6}{x^2 + 2x + 4}$

**Câu II.** (4 điểm)

1. Cho biểu thức :

$$A = \frac{x^2 + 2x + 3}{(x + 2)^2}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

2. Cho  $a > 0$ ;  $b > 0$ ;  $c > 0$

Chứng minh bất đẳng thức  $(a + b + c) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9$

**Câu III.** (4,5 điểm)

1. Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2 và số đó lớn hơn tổng các bình phương các chữ số của nó là 1.

2. Cho phương trình:  $x^2 - (m + 1)x + 2m - 3 = 0$  (1)

+ Chứng minh rằng phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

+ Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm bằng 3.

**Câu IV** (4 điểm)

Cho hình thang cân ABCD, ( $AB \parallel CD$ ;  $AB > CD$ ). Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I. Góc  $ACD = 60^\circ$ ; gọi E; F; M lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng IA; ID; BC.

1. Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp được trong một đường tròn.

2. Chứng minh tam giác MEF là tam giác đều.

**Câu V.** (3,5 điểm)

Cho hình chóp tam giác đều S. ABC có các mặt là tam giác đều. Gọi O là trung điểm của đường cao SH của hình chóp.

Chứng minh rằng: góc  $AOB = BOC = COA = 90^0$

## **ĐỀ SỐ 2**

**Bài 1** (2đ):

1. Cho biểu thức:

$$A = \left( \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{xy} + 1} + \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{xy}} + 1 \right) : \left( 1 - \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{x}}{\sqrt{xy} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{xy} + 1} \right)$$

a. Rút gọn biểu thức.

b. Cho  $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 6$  Tìm Max A.

2. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n ta có:

$$1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2} = \left( 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)^2 \text{ từ đó tính tổng:}$$

$$S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2005^2} + \frac{1}{2006^2}}$$

**Bài 2** (2đ): Phân tích thành nhân tử:  $A = (xy + yz + zx)(x + y + z) - xyz$

**Bài 3** (2đ):

1. Tìm giá trị của a để phương trình sau chỉ có 1 nghiệm:

$$\frac{x + 6a + 3}{x + a + 1} = \frac{-5a(2a + 3)}{(x - a)(x + a + 1)}$$

2. Giả sử  $x_1, x_2$  là 2 nghiệm của phương trình:  $x^2 + 2kx + 4 = 4$

Tìm tất cả các giá trị của k sao cho có bất đẳng thức:

$$\left( \frac{x_1}{x_2} \right)^2 + \left( \frac{x_2}{x_1} \right)^2 \geq 3$$

**Bài 4:** (2đ) Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{m}{y-2} = 2 \\ \frac{2}{y-2} - \frac{3m}{x-1} = 1 \end{cases}$$

1. Giải hệ phương trình với  $m = 1$

2. Tìm m để hệ đã cho có nghiệm.

**Bài 5** (2đ) :

1. Giải phương trình:  $\sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2$

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} y^3 - 9x^2 + 27x - 27 = 0 \\ z^3 - 9y^2 + 27y - 27 = 0 \\ x^3 - 9z^2 + 27z - 27 = 0 \end{cases}$$

**Bài 6** (2đ): Trên mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng (d) có phương trình:  
 $2kx + (k - 1)y = 2$  (k là tham số)

1. Tìm k để đường thẳng (d) song song với đường thẳng  $y = \sqrt{3}.x$ ? Khi đó hãy tính góc tạo bởi (d) và tia Ox.
2. Tìm k để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) là lớn nhất?

**Bài 7** (2đ): Giả sử x, y là các số dương thỏa mãn đẳng thức:  $x + y = \sqrt{10}$

Tìm giá trị của x và y để biểu thức:

$$P = (x^4 + 1)(y^4 + 1) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất ấy.}$$

**Bài 8** (2đ): Cho  $\Delta ABC$  với  $BC = 5\text{cm}$ ,  $AC = 6\text{cm}$ ;  $AB = 7\text{cm}$ . Gọi O là giao điểm 3 đường phân giác, G là trọng tâm của tam giác.

Tính độ dài đoạn OG.

**Bài 9**(2đ) Gọi M là một điểm bất kì trên đường thẳng AB. Vẽ về một phía của AB các hình vuông AMCD, BMEF.

- a. Chứng minh rằng AE vuông góc với BC.
- b. Gọi H là giao điểm của AE và BC. Chứng minh rằng ba điểm D, H, F thẳng hàng.
- c. Chứng minh rằng đường thẳng DF luôn luôn đi qua một điểm cố định khi M chuyển động trên đoạn thẳng AB cố định.
- d. Tìm tập hợp các trung điểm K của đoạn nối tâm hai hình vuông khi M chuyển động trên đường thẳng AB cố định.

**Bài 10** (2đ): Cho  $xOy$  khác góc bẹt và một điểm M thuộc miền trong của góc. Dựng đường thẳng qua M và cắt hai cạnh của góc thành một tam giác có diện tích nhỏ nhất.

### ĐỀ SỐ 3

**Bài 1:**

(2 điểm)

Chứng minh:

$$\sqrt[3]{\sqrt{2}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$$

**Bài 2:**

(2 điểm)

Cho  $4a^2 + b^2 = 5ab$  ( $2a > b > 0$ )

Tính số trị biểu thức:  $M = \frac{ab}{4b^2 - b^2}$

**Bài 3:** **(2 điểm)**

Chứng minh: nếu  $a, b$  là các nghiệm của phương trình:  $x^2 + px + 1 = 0$  và  $c, d$  là các nghiệm của phương trình:  $x^2 + qx + 1 = 0$  thì ta có:

$$(a - c)(b - c)(a + d)(b + d) = q^2 - p^2$$

**Bài 4:** **(2 điểm)**

**Giải bài toán bằng cách lập phương trình**

Tuổi anh và em cộng lại bằng 21. Hiện tại tuổi anh gấp đôi tuổi em lúc anh bằng tuổi em hiện nay. Tính tuổi của anh, em.

**Bài 5:** **(2 điểm)**

Giải phương trình:  $x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$

**Bài 6:** **(2 điểm)**

Trong cùng một hệ trục tọa độ vuông góc, cho parabol (P):  $y = -\frac{x^2}{4}$  và đường thẳng (d):  $y = mx - 2m - 1$ .

1. Vẽ (P)
2. Tìm  $m$  sao cho (d) tiếp xúc với (P)
3. Chứng tỏ (d) luôn đi qua điểm cố định  $A \in (P)$

**Bài 7:** **(2 điểm).**

Cho biểu thức  $A = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất mà  $A$  có thể đạt được.

**Bài 8:** **(4 điểm).**

Cho hai đường tròn (O) và (O') ở ngoài nhau. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài AB và tiếp tuyến chung trong EF,  $A, E \in (O)$ ;  $B, F \in (O')$

a. Gọi M là giao điểm của AB và EF. Chứng minh:

$$\Delta AOM \sim \Delta BMO'$$

b. Chứng minh:  $AE \perp BF$

c. Gọi N là giao điểm của AE và BF. Chứng minh: O, N, O' thẳng hàng.

**Bài 9:** **(2 điểm).**

Dựng hình chữ nhật biết hiệu hai kích thước là  $d$  và góc nhọn giữa đường chéo bằng  $\alpha$ .

**ĐỀ SỐ 4**

**Câu 1(2đ)** : Giải PT sau :

a,  $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2 = 0$

b,  $\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = 2$

**Câu 2(2đ):** a, Thực hiện phép tính :

$$\sqrt{13} - \sqrt{100} - \sqrt{53} + 4\sqrt{90}$$

b, Rút gọn biểu thức :

$$B = \frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - c^2 - a^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2} \quad \text{Với } a + b + c = 0$$

**Câu 3(3đ) :** a, Chứng minh rằng :

$$5\sqrt{2} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{50}} < 10\sqrt{2}$$

b, Tìm GTNN của  $P = x^2 + y^2 + z^2$

$$\text{Biết } x + y + z = 2007$$

**Câu 4(3đ) :** Tìm số HS đạt giải nhất, nhì, ba trong kỳ thi HS giỏi toán K9 năm 2007 . Biết :

Nếu đưa 1 em từ giải nhì lên giải nhất thì số giải nhì gấp đôi giải nhất .

Nếu giảm số giải nhất xuống giải nhì 3 giải thì số giải nhất bằng  $\frac{1}{4}$  số giải nhì

Số em đạt giải ba bằng  $\frac{2}{7}$  tổng số giải .

**Câu 5 (4đ):** Cho  $\triangle ABC$  : Góc  $A = 90^\circ$  . Trên AC lấy điểm D . Vẽ  $CE \perp BD$ .

a, Chứng minh rằng :  $\triangle ABD \sim \triangle ECD$ .

b, Chứng minh rằng tứ giác ABCE là tứ giác nội tiếp được .

c, Chứng minh rằng  $FD \perp BC$  ( $F = BA \cap CE$ )

d, Góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$  ;  $BC = 2a$  ;  $AD = a$  . Tính AC, đường cao AH của  $\triangle ABC$  và bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADEF.

**Câu 6 (4đ):** Cho đường tròn (O,R) và điểm F nằm trong đường tròn (O) . AB và A'B' là 2 dây cung vuông góc với nhau tại F .

a, Chứng minh rằng :  $AB^2 + A'B'^2 = 8R^2 - 4OF^2$

b, Chứng minh rằng :  $AA'^2 + BB'^2 = A'B^2 + AB'^2 = 4R^2$

c, Gọi I là trung điểm của AA' . Tính  $OI^2 + IF^2$

## **ĐỀ SỐ 5**

**Câu1:** Cho hàm số:  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$

a. Vẽ đồ thị hàm số

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của y và các giá trị x tương ứng

c. Với giá trị nào của x thì  $y \geq 4$

**Câu2:** Giải các phương trình:

a  $\sqrt{9-12x+4x^2} = 4$

b  $\sqrt{3x^2-18x+28} + \sqrt{4x^2-24x+45} = -5 - x^2 + 6x$

c  $\frac{\sqrt{x^2+2x-3}}{\sqrt{x+3}} + x-1$

**Câu3:** Rút gọn biểu thức:

a  $A = (\sqrt{3}-1)\sqrt{6+2\sqrt{2}\cdot\sqrt{3-\sqrt{2+\sqrt{12}+\sqrt{18-\sqrt{128}}}}}$

b  $B = \frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2006\sqrt{2005}+2005\sqrt{2006}} + \frac{1}{2007\sqrt{2006}+2006\sqrt{2007}}$

**Câu4:** Cho hình vẽ ABCD với điểm M ở bên trong hình vẽ thỏa mãn  $\widehat{MAB} = \widehat{MBA} = 15^\circ$

Vẽ tam giác đều ABN ở bên ngoài hình vẽ.

a Tính góc AMN . Chứng minh MD=MN

b Chứng minh tam giác MCD đều

**Câu5:** Cho hình chóp SABC có  $SA \perp SB$ ;  $SA \perp SC$ ;  $SB \perp SC$ .

Biết  $SA=a$ ;  $SB+SC = k$ . Đặt  $SB=x$

a Tính  $V_{\text{hchóp}}$  theo a, k, x

b Tính SA, SC để thể tích hình chóp lớn nhất.

## ĐỀ SỐ 6

### I - PHẦN TRẮC NGHIỆM :

Chọn đáp án đúng :

a) Rút gọn biểu thức :  $\sqrt{a^4(3-a)^2}$  với  $a \geq 3$  ta được :

A :  $a^2(3-a)$ ; B:  $-a^2(3-a)$  ; C:  $a^2(a-3)$  ; D:  $-a^2(a-3)$

b) Một nghiệm của phương trình:  $2x^2-(k-1)x-3+k=0$  là

A.  $-\frac{k-1}{2}$  ; B.  $\frac{k-1}{2}$  ; C  $-\frac{k-3}{2}$  ; D.  $\frac{k-3}{2}$

c) Phương trình:  $x^2-|x|-6=0$  có nghiệm là:

A.  $X=3$  ;B.  $X=\pm 3$  ; C= $-3$  ; D.  $X=3$  và  $X=-2$

d) Giá trị của biểu thức:

$$\frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{6})}{3\sqrt{2+\sqrt{3}}} \text{ bằng :}$$

A.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  ; B. 1 ; C.  $\frac{4}{3}$  ; D.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

**II - PHẦN TỰ LUẬN :**

**Câu 1:** a) giải phương trình :  $\sqrt{x^2 - 16x + 64} + \sqrt{x^2} = 10$

b) giải hệ phương trình :  $\begin{cases} |x+2| + |y-3| = 8 \\ |x+2| - 5y = 1 \end{cases}$

**Câu 2:** Cho biểu thức :  $A = \left( \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \left( \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \sim$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị của x để  $A > -6$ .

**Câu 3:** Cho phương trình :  $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

b) Nếu gọi  $x_1, x_2$  là 2 nghiệm của phương trình . Tìm m để  $x_1 + x_2 = 6$  . Tìm 2 nghiệm đó .

**Câu 4:** Cho a,b,c là các số dương . Chứng minh rằng  $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{a+c} < 2$

**Câu 5:** Cho  $\Delta ABC$  nội tiếp đường tròn tâm O , H là trực tâm của tam giác , I là trung điểm của cạnh AC . phân giác của góc A cắt đường tròn tại M , kẻ đường cao AK của tam giác . Chứng minh :

a) Đường thẳng OM đi qua trung điểm N của BC

b) Góc KAM = góc MAO

c)  $\Delta AHM \sim \Delta NOI$  và  $AH = 2ON$ .

Câu 6 : Cho  $\Delta ABC$  có diện tích S , bán kính đường tròn ngoại tiếp là R và  $\Delta ABC$

có các cạnh tương ứng là a,b,c . Chứng minh  $S = \frac{abc}{4R}$

**ĐỀ SỐ 8**

**CÂU I :**

Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{99}}$$

$$B = 35 + 335 + 3335 + \dots + \underbrace{3333\dots35}_{99 \text{ số } 3}$$

**CÂU II :**

Phân tích thành nhân tử :

1)  $X^2 - 7X - 18$

2)  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+3$

3)  $1 + a^5 + a^{10}$

**CÂU III :**

1) Chứng minh :  $(ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2)$

2) áp dụng : cho  $x+4y = 5$  . Tìm GTNN của biểu thức :  $M= 4x^2 + 4y^2$

**CÂU 4 :**

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), I là trung điểm của BC, M là một điểm trên đoạn CI ( M khác C và I ). Đường thẳng AM cắt (O) tại D, tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AIM tại M cắt BD và DC tại P và Q.

a) Chứng minh  $DM.AI= MP.IB$

b) Tính tỉ số :  $\frac{MP}{MQ}$

**CÂU 5:**

Cho  $P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt{1-x}}$

Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa, rút gọn biểu thức.

**ĐỀ SỐ 9**

**CÂU I :**

1) Rút gọn biểu thức :

$$A = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$$

2) Chứng minh :  $\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7} = 2$

**CÂU II :** Chứng minh các bất đẳng thức sau:

1)  $a^2 + b^2 + c^2 > (ab + bc + ca)$

2)  $\frac{18}{a+b+c} \leq \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c}$  với a, b ; c dương

**CÂU III :**

Cho đường tròn (O) đường kính AB. vẽ hai tiếp tuyến Ax và By; gọi M là một điểm tùy ý trên cung AB vẽ tiếp tuyến tại M cắt Ax và By tại C và D.

a) Chứng minh :  $AC.BD=R^2$

b) Tìm vị trí của M để chu vi tam giác OCD là bé nhất.

**CÂU IV.**

Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$A = x^2 + y^2 + xy - 5x - 4y + 2002$$

**CÂU V:** Tính

1)  $M = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$

2)  $N = 75(4^{1993} + 4^{1992} + \dots + 4^2 + 5) + 25$

**CÂU VI :**

Chứng minh :  $a=b=c$  khi và chỉ khi  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$



## ĐỀ SỐ 10

**CÂU I :** Rút gọn biểu thức

$$A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29} - 12\sqrt{5}}$$

$$B = \frac{x^8 + 3x^4 + 4}{x^4 + x^2 + 2}$$

**CÂU II :** Giải phương trình

1)  $(x+4)^4 + (x+10)^4 = 32$

2)  $x^2 + \sqrt{x+2004} = 2004$

**CÂU III :** Giải bất phương trình

$$(x-1)(x-2) > 0$$

**CÂU IV :**

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Dựng ra phía ngoài 2 tam giác vuông cân đỉnh A là ABD và ACE . Gọi M;N;P lần lượt là trung điểm của BC; BD;CE .

a) Chứng minh :  $BE = CD$  và  $BE \perp$  với  $CD$

b) Chứng minh tam giác MNP vuông cân

**CÂU V :**

1) Cho  $\frac{a-1}{2} = \frac{b+3}{4} = \frac{c-5}{6}$  và  $5a - 3b - 4c = 46$  . Xác định a, b, c

2) Cho tỉ lệ thức :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  . Chứng minh :  $\frac{2a^2 - 3ab + 5b^2}{2b^2 + 3ab} = \frac{2c^2 - 3cd + 5d^2}{2d^2 + 3cd}$

Với điều kiện mẫu thức xác định.

**CÂU VI :** Tính :

$$S = 42 + 4242 + 424242 + \dots + 424242\dots42$$

## ĐỀ SỐ 11

**Bài 1:** (4đ). Cho biểu thức:

$$P = \frac{x\sqrt{x} - 3}{x - 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 3}{3 - \sqrt{x}}$$

a) Rút gọn biểu thức P.

- b) Tính giá trị của P với  $x = 14 - 6\sqrt{5}$   
 c) Tìm GTNN của P.

**Bài 2**( 4đ). Giải các phương trình.

- a)  $\frac{1}{x^2 + 4x + 3} + \frac{1}{x^2 + 8x + 15} + \frac{1}{x^2 + 12x + 35} + \frac{1}{x^2 + 16x + 63} = \frac{1}{5}$   
 b)  $\sqrt{x + 6 - 4\sqrt{x + 2}} + \sqrt{x + 11 - 6\sqrt{x + 2}} = 1$

**Bài 3:** ( 3đ). Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d) có hệ số góc k đi qua điểm M(0;1).

- a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của k, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.  
 b) Gọi hoành độ của A và B lần lượt là  $x_1$  và  $x_2$ . Chứng minh rằng :  $|x_1 - x_2| \geq 2$ .  
 c) Chứng minh rằng : Tam giác OAB là tam giác vuông.

**Bài 4:** (3đ). Cho 2 số dương x, y thỏa mãn  $x + y = 1$

- a) Tìm GTNN của biểu thức  $M = (x^2 + \frac{1}{y^2})(y^2 + \frac{1}{x^2})$   
 b) Chứng minh rằng :

$$N = (x + \frac{1}{x})^2 + (y + \frac{1}{y})^2 \geq \frac{25}{2}$$

**Bài 5** ( 2điểm). Cho tam giác ABC vuông ở A có  $AB = 6\text{cm}$ ,  $AC = 8\text{cm}$ . Gọi I là giao điểm các đường phân giác, M là trung điểm của BC. Tính góc BIM.

**Bài 6:**( 2đ). Cho hình chữ nhật ABCD, điểm  $M \in BC$ . Các đường tròn đường kính AM, BC cắt nhau tại N ( khác B). BN cắt CD tại L. Chứng minh rằng : ML vuông góc với AC.

**Bài 7** ( 2điểm). Cho hình lập phương ABCD EFGH. Gọi L và K lần lượt là trung điểm của AD và AB. Khoảng cách từ G đến LK là 10.

Tính thể tích hình lập phương

## **ĐỀ 12**

**Câu 1:** (4 điểm).

Giải các phương trình:

- 1)  $x^3 - 3x - 2 = 0$   
 2)  $\sqrt{7 - x} + \sqrt{x - 5} = x^2 - 12x + 38$ .

**Câu 2:** ( 6 điểm)

1) Tìm các số thực dương  $a, b, c$  biết chúng thoả mãn  $abc = 1$  và  $a + b + c + ab + bc + ca \leq 6$

2) Cho  $x > 0 ; y > 0$  thoả mãn:  $x + y \geq 6$

Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$$

**Câu 3: (3 điểm)**

Cho  $x + y + z + xy + yz + zx = 6$

CMR:  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$

**Câu 4: (5 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm  $O$  có đường kính  $AB$ . Vẽ các tiếp tuyến  $Ax, By$  ( $Ax$  và  $By$  và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ  $AB$ ). Gọi  $M$  là một điểm bất kì thuộc nửa đường tròn. Tiếp tuyến tại  $M$  cắt  $Ax; By$  theo thứ tự ở  $C; D$ .

a) CMR: Đường tròn đường kính  $CD$  tiếp xúc với  $AB$ .

b) Tìm vị trí của  $M$  trên nửa đường tròn ( $O$ ) để  $ABDC$  có chu vi nhỏ nhất.

c) Tìm vị trí của  $C; D$  để hình thang  $ABDC$  có chu vi  $14\text{cm}$ . Biết  $AB = 4\text{cm}$ .

**Câu 5: (2 điểm)**

Cho hình vuông  $ABCD$ , hãy xác định hình vuông có 4 đỉnh thuộc 4 cạnh của hình vuông  $ABCD$  sao cho hình vuông đó có diện tích nhỏ nhất./.

**ĐỀ SỐ 13**

**PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (4 ĐIỂM)**

Khoanh tròn vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng

1. Nghiệm nhỏ trong 2 nghiệm của phương trình

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{2}{5}\right) = 0 \text{ là}$$

A.  $-\frac{1}{2}$

B.  $-\frac{2}{5}$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{1}{20}$

2. Đưa thừa số vào trong dấu căn của  $a\sqrt{b}$  với  $b \geq 0$  ta được

A.  $\sqrt{a^2b}$

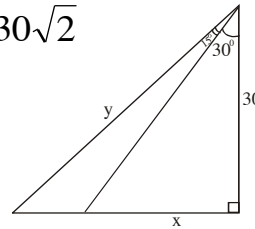
B.  $-\sqrt{a^2b}$

C.  $\sqrt{|a|b}$

D. Cả 3 đều sai

3. Giá trị của biểu thức  $\sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48} - 10\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}$  bằng:

- A.  $4\sqrt{3}$                       B. 2                      C.  $7\sqrt{3}$                       D. 5
4. Cho hình bình hành ABCD thoả mãn  
 A. Tất cả các góc đều nhọn;      B. Góc A nhọn, góc B tù  
 C. Góc B và góc C đều nhọn;      D.  $\hat{A} = 90^\circ$ , góc B nhọn
5. Câu nào sau đây đúng  
 A.  $\cos 87^\circ > \sin 47^\circ$  ;              C.  $\cos 14^\circ > \sin 78^\circ$   
 B.  $\sin 47^\circ < \cos 14^\circ$                       D.  $\sin 47^\circ > \sin 78^\circ$
6. Độ dài x, y trong hình vẽ bên là bao nhiêu. Em hãy khoanh tròn kết quả đúng  
 A.  $x = 30\sqrt{2}$ ;  $y = 10\sqrt{3}$  ;      B.  $x = 10\sqrt{3}$ ;  $y = 30\sqrt{2}$   
 C.  $x = 10\sqrt{2}$ ;  $y = 30\sqrt{3}$ ;      D. Một đáp số khác



**PHẦN II: TỰ LUẬN (6 ĐIỂM)**

**Câu 1:** (0,5đ) Phân tích đa thức sau ra thừa số

$$a^4 + 8a^3 - 14a^2 - 8a - 15$$

**Câu 2:** (1,5đ) Chứng minh rằng biểu thức  $10n + 18n - 1$  chia hết cho 27 với n là số tự nhiên

**Câu 3** (1,0đ) Tìm số trị của  $\frac{a+b}{a-b}$  nếu  $2a^2 + 2b^2 = 5ab$ ; Và  $b > a > 0$

**Câu 4** (1,5đ) Giải phương trình

$$a. \sqrt{4y^2 + x} + \sqrt{4y^2 - x} - \sqrt{x^2 + 2}; \quad b. x^4 + \sqrt{x^2 + 2006} = 2006$$

**Câu 5** (0,5đ) Cho  $\Delta ABC$  cân ở A đường cao  $AH = 10\text{cm}$ , đường cao  $BK = 12\text{cm}$ . Tính độ dài các cạnh của  $\Delta ABC$

**Câu 6** (1,0đ) Cho  $(O; 4\text{cm})$  và  $(O'; 3\text{cm})$  nằm ngoài nhau.  $OO' = 10\text{cm}$ , tiếp tuyến chung trong tiếp xúc với đường tròn  $(O)$  tại E và đường tròn  $(O')$  tại F.  $OO'$  cắt đường tròn tâm O tại A và B, cắt đường tròn tâm  $(O')$  tại C và D (B, C nằm giữa 2 điểm A và D) AE cắt CF tại M, BE cắt DF tại N.

Chứng minh rằng:  $MN \perp AD$

**ĐỀ SỐ 14**

**Câu 1:** (4,5 điểm) : Giải các phương trình sau:

1)  $\sqrt{X^2 - 2X + 1} + \sqrt{X^2 - 6X + 9} = 5$

2)  $\frac{3}{X+1} - \frac{1}{X-2} = \frac{9}{(X+1)(2-X)}$

**Câu 2:** (4 điểm)

1) Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2007\sqrt{2006}} < 2$$

2) Chứng minh rằng nếu a, b, c là chiều dài 3 cạnh của một tam giác thì:

$$ab + bc \geq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

**Câu 3:** (4 điểm)

1) Tìm x, y, z biết:

$$\frac{x}{y+z+1} = \frac{y}{x+z+2} = \frac{z}{x+y-3} = x+y+z$$

2) Tìm GTLN của biểu thức :

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{y-4} \text{ biết } x + y = 8$$

**Câu 4:** (5,5 điểm):

Cho đường tròn tâm (O) đường kính AB, xy là tiếp tuyến tại B với đường tròn, CD là một đường kính bất kỳ. Gọi giao điểm của AC và AD với xy theo thứ tự là M, N.

a) Chứng minh rằng: MCDN là tứ giác nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: AC.AM = AD.AN

c) Gọi I là đường tâm tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. Khi đường kính CD quay quanh tâm O thì điểm I di chuyển trên đường tròn nào ?

**Câu 5:** (2 điểm):

Cho M thuộc cạnh CD của hình vuông ABCD. Tia phân giác của góc ABM cắt AD ở I. Chứng minh rằng: BI ≤ 2MI.

Phần I: Trắc nghiệm khách quan

### **ĐỀ 15**

**Câu 1:** Với a>0, b>0; biểu thức  $\frac{a-2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}} : \frac{\sqrt{a}}{a+2\sqrt{ab}}$  bằng

A: 1

B: a-4b

C:  $\sqrt{a} - 2\sqrt{b}$

D:  $\sqrt{a} + 2\sqrt{b}$

**Câu 2:** Cho bất đẳng thức:

(I):  $3 + \sqrt{5} < 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$     (II):  $2\sqrt{3} + 4 > 3\sqrt{2} + \sqrt{10}$

(III):  $\frac{\sqrt{30}}{2} > \frac{4}{\sqrt{2}}$

Bất đẳng thức nào đúng

A: Chỉ I

B: Chỉ II

C: Chỉ III

D: Chỉ I và II

**Câu 3:**

Trong các câu sau; câu nào sai

Phân thức  $\frac{x^2 - y^2}{(x^3 - y^3)(x^3 + y^3)}$  bằng phân thức

a/.  $\frac{x + y}{(x^2 + xy + y^2)(x^3 + y^3)}$

b/.  $\frac{x - y}{(x^3 - y^3)(x^2 - xy + y^2)}$

c/.  $\frac{1}{x^2 y^2 (x^2 + y^2)^2}$

d/.  $\frac{1}{x^4 + x^2 y^2 + y^4}$

Phần II: Bài tập tự luận

**Câu 4:** Cho phân thức:

$M = \frac{x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 3x + 6}{x^2 + 2x - 8}$

a/. Tìm tập xác định của M.

b/. Tìm các giá trị của x để M=0

c/. Rút gọn M.

**Câu 5:**

Giải phương trình :

a/.  $\frac{x + \frac{2(3-x)}{5}}{14} - \frac{5x - 4(x-1)}{24} = \frac{7x + 2 + \frac{9-3x}{5}}{12} + \frac{2}{3}$  (1)

b/.  $\frac{59-x}{41} + \frac{57-x}{43} + \frac{55-x}{45} + \frac{53-x}{47} + \frac{51-x}{49} = -5$  (2)

**Câu 6:** Cho hai đường tròn tâm O và tâm O' cắt nhau tại A và B. Một cát tuyến kẻ qua A và cắt đường tròn (O) ở C và (O') ở D. gọi M và N lần lượt là trung điểm của AC và AD.

a/. Chứng minh :  $MN = \frac{1}{2} CD$

b/. Gọi I là trung điểm của MN. chứng minh rằng đường thẳng vuông góc với CD tại I đi qua 1 điểm cố định khi cát tuyến CAD thay đổi.

c/. Trong số những cát tuyến kẻ qua A, cát tuyến nào có độ dài lớn nhất.

**Câu 7:**

Cho hình chóp tứ giác đều  $S_{ABCD}$      $AB=a;$      $SC=2a$

a/. Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình chóp

b/. Tính thể tích của hình chóp.

**Câu I:** Cho đường thẳng  $y = (m-2)x + 2$  (d)

- Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn đi qua 1 điểm cố định với mọi m.
- Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) bằng 1.
- Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) có giá trị lớn nhất.

**Câu II:** Giải các phương trình:

a)  $2\sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 6$

b)  $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}} = 1$

**Câu III:**

- Tìm giá trị nhỏ nhất của:  $A = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$  với x, y, z là số dương và  $x + y + z = 1$

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-2}{2} \\ 3x - 2y + z = 12 \end{cases}$$

c)  $B = \frac{x + \sqrt{x^2 - 2x}}{x - \sqrt{x^2 - 2x}} - \frac{x - \sqrt{x^2 - 2x}}{x + \sqrt{x^2 - 2x}}$

- Tìm điều kiện xác định của B
- Rút gọn B
- Tìm x để  $B < 2$

**Câu IV:**

Cho tam giác vuông ABC vuông tại A, với  $AC < AB$ ; AH là đường cao kẻ từ đỉnh A. Các tiếp tuyến tại A và B với đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC cắt nhau tại M. Đoạn MO cắt cạnh AB ở E. Đoạn MC cắt đường cao AH tại F. Kéo dài CA cho cắt đường thẳng BM ở D. Đường thẳng BF cắt đường thẳng AM ở N.

- Chứng minh  $OM \parallel CD$  và M là trung điểm của BD
- Chứng minh  $EF \parallel BC$
- Chứng minh HA là tia phân giác của góc MHN
- Cho  $OM = BC = 4\text{cm}$ . Tính chu vi tam giác ABC.

**Câu V:** Cho  $(O; 2\text{cm})$  và đường thẳng d đi qua O. Dựng điểm A thuộc miền ngoài đường tròn sao cho các tiếp tuyến kẻ từ A với đường tròn cắt đường thẳng d tại B và C tạo thành tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất.

**.Câu 1 Rút gọn biểu thức**

$$A = \frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{2006\sqrt{2005} + 2005\sqrt{2006}} \cdot$$

**Câu 2 Tính giá trị biểu thức**

$$B = \sqrt[3]{\frac{x^3 - 3x + (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 4}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{x^3 - 3x - (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 4}}{2}}$$

tại  $x = \sqrt[3]{2005}$

**3. Cho phương trình:**

$$(m + 2)x^2 - (2m - 1)x - 3 + m = 0 \quad (1)$$

- a) Chứng minh phương trình (1) có nghiệm với mọi m
- b) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  và khi đó hãy tìm giá trị của m để nghiệm này gấp hai lần nghiệm kia.

**4. Giải hệ phương trình:**

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{4z - 1} \\ y + z = \sqrt{4x - 1} \\ z + x = \sqrt{4y - 1} \end{cases}$$

**5. Giải phương trình:**  $\frac{6x - 3}{\sqrt{x} - \sqrt{1 - x}} = 3 + 2\sqrt{x - x^2}$

**6. Cho parabol (P):**  $y = \frac{x^2}{2}$

- a) Viết phương trình đường thẳng (D) có hệ số góc m và đi qua điểm A (1 ; 0)
- b) Biện luận theo m số giao điểm của (P) và (D)
- c) Viết phương trình đường thẳng (D) tiếp xúc với (P) tìm tọa độ tiếp điểm
- d) Tìm trên (P) các điểm mà (D) không đi qua với mọi m

**7. Cho  $a_1, a_2, \dots, a_n$  là các số dương có tích bằng 1**

Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = \sqrt{1 + \frac{1}{a_1}} + \sqrt{1 + \frac{1}{a_2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{a_n}}$

**8. Cho điểm M nằm trong  $\Delta ABC$ . AM cắt BC tại  $A_1$ , BM cắt AC tại  $B_1$ , CM cắt AB tại  $C_1$ . Đường thẳng qua M song song với BC cắt  $A_1C_1$  và  $A_1B_1$  thứ tự tại E và F. So sánh ME và MF.**

**9. Cho đường tròn (O; R) nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với BC tại D. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC.**

Chứng minh M, O, N thẳng hàng



10. Cho tam giác ABC nhọn. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng ABC tại A. Lấy điểm M trên đường thẳng d. Kẻ BK vuông góc với AC, kẻ BH vuông góc với MC; HK cắt đường thẳng d tại N.

a) Chứng minh  $BN \perp MC$ ;  $BM \perp NC$

b) Xác định vị trí điểm M trên đường thẳng d để độ dài MN đạt giá trị nhỏ nhất.

## ĐỀ 18

Rút gọn biểu thức :  $A = \sqrt{6+2\sqrt{2}\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{2}-\sqrt{12}+\sqrt{18-\sqrt{128}}}}}$

**Câu 2:** (2đ)

Giải phương trình :  $x^2 + 3x + 1 = (x+3) \sqrt{x^2 + 1}$

**Câu 3:** (2 đ) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 1 \\ x^3 + y^3 = x = 3y \end{cases}$$

**Câu 4:** (2đ)

Cho PT bậc hai ẩn x :

$$X^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$$

c/m : PT có nghiệm khi và chỉ khi  $0 \leq m \leq 1$

Gọi  $x_1, x_2$  là nghiệm của PT . c/m

$$|x_1 + x_2 + x_1x_2| \leq \frac{9}{8}$$

**Câu 6:** (2đ) : Cho parabol  $y = \frac{1}{4}x^2$  và đườn thẳng (d) :  $y = \frac{1}{2}x + 2$

a/ Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ .

b/ Gọi A,B là giao điểm của (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy. Tìm M trên AB của (P) sao cho  $S_{MAB}$  lớn nhất .

**Câu 7:** (2đ)

a/ c/m : Với  $\forall$  số dương a

$$\text{thì } \left(1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a+1}\right)^2 = 1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2}$$

b/ Tính  $S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2006^2} + \frac{1}{2007^2}}$

Câu 8 ( 4 điểm): Cho đoạn thẳng  $AB = 2a$  có trung điểm  $O$  . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ  $AB$  , dựng nửa đường tròn  $(O,AB)$  và  $(O',AO)$  , Trên  $(O')$  lấy  $M$  ( $M \neq A, M \neq O$  ). Tia  $OM$  cắt  $(O)$  tại  $C$  . Gọi  $D$  là giao điểm thứ hai của  $CA$  với  $(O')$ .

a/ Chứng minh rằng tam giác  $AMD$  cân .

b/ Tiếp tuyến  $C$  của  $(O)$  cắt tia  $OD$  tại  $E$ . Xác định vị trí tương đối của đường thẳng  $EA$  đối với  $(O)$  và  $(O')$ .

c/ Đường thẳng  $AM$  cắt  $OD$  tại  $H$ , đường tròn ngoại tiếp tam giác  $COH$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $N$ . Chứng minh ba điểm  $A, M, N$  thẳng hàng.

d/ Tại vị trí của  $M$  sao cho  $ME \parallel AB$  hãy tính  $OM$  theo  $a$  .

Câu 9 ( 1 điểm ): Cho tam giác có số đo các đường cao là các số nguyên , bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng 1. Chứng minh tam giác đó là tam giác đều

## **ĐỀ 19**

**Câu I- (4đ)** : Tính giá trị của biểu thức :

$$1, \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$$

$$2, \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{14 - 5\sqrt{3}}$$

**Câu II- (5đ)** : Giải các phương trình sau :

$$1, \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$$

$$2, \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3$$

$$3, x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$$

**Câu III- (3đ)** :

1, Cho  $a, b, c$  là các số dương , chứng minh rằng :

$$\left[ \frac{1}{a^2} + 1 \right] \left[ \frac{1}{b^2} + 2 \right] \left[ \frac{1}{c^2} + 8 \right] \geq \frac{32}{abc}$$

2, Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  $n$  ta có :

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{n} > \frac{1}{2\sqrt{n+1}}$$

**Câu III – (3đ)** : Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số :

$$a, y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x^2 + 4x + 9}$$

b,  $y = \frac{1}{2} |x + 3| - 4$

**Câu VI (5đ)** : Cho tam giác ABC vuông ở A ,đường cao AH . Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của điểm H trên AB và AC . Biết BH = 4(cm) ; HC = 9(cm)

a, Tính độ dài đoạn DE

b, Chứng minh rằng  $AD \cdot AB = AE \cdot AC$

c, Các đường thẳng vuông góc với DE tại D và E lần lượt cắt BC tại M và N . Chứng minh M là trung điểm BH ; N là trung điểm của CH .

d, Tính diện tích tứ giác DENM

-----&\*&-----

## ĐỀ 20

**Câu I: (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức sau.**

1.  $A = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}; \quad B = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

**Câu II: (3,5 điểm) giải các phương trình sau.**

1.  $|2x+1| + x - 1 = 0$  ; 2)  $3x^2 + 2x = 2\sqrt{x^2+x} + 1 - x$

3.  $\sqrt{x-2+\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} = 7\sqrt{2}$

**Câu III: (6 điểm).**

1. Tìm giá trị của m để hệ phương trình

$$\begin{cases} (m+1)x - y = m+1 \\ x - (m-1)y = 2 \end{cases}$$

Có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện  $x + y$  đạt giá trị nhỏ nhất.

2. Cho Parabol (P):  $y = x^2 - 4x + 3$  và điểm A(2;1). Gọi k là hệ số góc của đường thẳng (d) đi qua A.

a. Viết phương trình đường thẳng (d).

b. Chứng minh rằng (d) luôn luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt M; N.

c. Xác định giá trị của k để MN có độ dài bé nhất.

**Câu IV (4,5 điểm).**

Cho đường tròn (O;R). I là điểm nằm trong đường tròn, kẻ hai dây MIN và EIF. Gọi M ; N ; E ; F thứ tự là trung điểm của IM; IN; IE; IF.

1. Chứng minh:  $IM \cdot IN = IE \cdot IF$ .

2. Chứng minh tứ giác  $M'E'N'F'$  nội tiếp đường tròn.
3. Xác định tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $M'E'N'F'$ .
4. Giả sử 2 dây  $MIN$  và  $EIF$  vuông góc với nhau. Xác định vị trí của  $MIN$  và  $EIF$  để diện tích tứ giác  $M'E'N'F'$  lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó. Biết  $OI = \frac{R}{2}$ .

**Câu V** Cho tam giác  $\triangle ABC$  có  $\angle B = 200$

$\angle C = 110^\circ$  và phân giác  $BE$ . Từ  $C$ , kẻ đường thẳng vuông góc với  $BE$  cắt  $BE$  ở  $M$  và cắt  $AB$  ở  $K$ . Trên  $BE$  lấy điểm  $F$  sao cho  $EF = EA$ .

Chứng minh rằng : 1)  $AF$  vuông góc với  $EK$ ; 2)  $CF = AK$  và  $F$  là tâm đường tròn nội tiếp  $\triangle BCK$

$$3) \frac{CK}{AF} = \frac{BC}{BA}.$$

**Câu VI** (1 điểm).

Cho  $A, B, C$  là các góc nhọn thoả mãn  $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C \geq 2$

Chứng minh rằng:  $(\tan A \cdot \tan B \cdot \tan C)^2 \leq \frac{1}{8}$ .