

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 6

Đề số 1

Câu 1 : (2 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{a^3 + 2a^2 - 1}{a^3 + 2a^2 + 2a + 1}$

a, Rút gọn biểu thức

b, Chứng minh rằng nếu a là số nguyên thì giá trị của biểu thức tìm được của câu a, là một phân số tối giản.

Câu 2: (1 điểm)

Tìm tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số \overline{abc} sao cho $\overline{abc} = n^2 - 1$ và $\overline{cba} = (n - 2)^2$

Câu 3: (2 điểm)

a. Tìm n để $n^2 + 2006$ là một số chính phương

b. Cho n là số nguyên tố lớn hơn 3. Hỏi $n^2 + 2006$ là số nguyên tố hay là hợp số.

Câu 4: (2 điểm)

a. Cho a, b, n $\in \mathbb{N}^*$ Hãy so sánh $\frac{a+n}{b+n}$ và $\frac{a}{b}$

b. Cho $A = \frac{10^{11} - 1}{10^{12} - 1}$; $B = \frac{10^{10} + 1}{10^{11} + 1}$. So sánh A và B.

Câu 5: (2 điểm)

Cho 10 số tự nhiên bất kỳ : a_1, a_2, \dots, a_{10} . Chứng minh rằng thế nào cũng có một số hoặc tổng một số các số liên tiếp nhau trong dãy trên chia hết cho 10.

Câu 6: (1 điểm)

Cho 2006 đường thẳng trong đó bất kì 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng qui. Tính số giao điểm của chúng.

Đề số 2

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1:

a. Tìm các số tự nhiên x, y, sao cho $(2x + 1)(y - 5) = 12$

b. Tìm số tự nhiên sao cho $4n-5$ chia hết cho $2n-1$

c. Tìm tất cả các số $B = \overline{62xy427}$, biết rằng số B chia hết cho 99

Câu 2.

a. chứng tỏ rằng $\frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số tối giản.

b. Chứng minh rằng : $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1$

Câu 3:

Một bác nông dân mang cam đi bán. Lần thứ nhất bán $\frac{1}{2}$ số cam và $\frac{1}{2}$ quả; Lần thứ 2 bán $\frac{1}{3}$ số cam còn lại và $\frac{1}{3}$ quả ; Lần thứ 3 bán $\frac{1}{4}$ số cam còn lại và $\frac{3}{4}$ quả. Cuối cùng còn lại 24 quả . Hỏi số cam bác nông dân đã mang đi bán .

Câu 4:

Cho 101 đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Đề số 3

Thời gian làm bài: 120'

Bài 1:(1,5đ)

Tìm x

a) $5^x = 125$;

b) $3^{2x} = 81$;

c) $5^{2x-3} - 2.5^2 = 5^2.3$

Bài 2: (1,5đ)

Cho a là số nguyên. Chứng minh rằng: $|a| < 5 \Leftrightarrow -5 < a < 5$

Bài 3: (1,5đ)

Cho a là một số nguyên. Chứng minh rằng:

a. Nếu a dương thì số liền sau a cũng dương.

b. Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm.

c. Có thể kết luận gì về số liền trước của một số dương và số liền sau của một số âm?

Bài 4: (2đ)

Cho 31 số nguyên trong đó tổng của 5 số bất kỳ là một số dương. Chứng minh rằng tổng của 31 số đó là số dương.

Bài 5: (2đ)

Cho các số tự nhiên từ 1 đến 11 được viết theo thứ tự tùy ý sau đó đem cộng mỗi số với số chỉ thứ tự của nó ta được một tổng. Chứng minh rằng trong các tổng nhận được, bao giờ cũng tìm ra hai tổng mà hiệu của chúng là một số chia hết cho 10.

Bài 6: (1,5đ)

Cho tia Ox. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là Ox. Vẽ hai tia Oy và Oz sao cho góc xOy và xOz bằng 120^0 . Chứng minh rằng:

a. $xOy = xOz = yOz$

b. Tia đối của mỗi tia Ox, Oy, Oz là phân giác của góc hợp bởi hai tia còn lại.

Đề số 4

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1. Tính:

a. $A = 4 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20}$

b. tìm x biết: $(x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 100) = 5750$.

Câu 2.

a. Chứng minh rằng nếu: $(\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$ thì $\overline{abcdeg} : 11$.

b. Chứng minh rằng: $10^{28} + 8 : 72$.

Câu 3.

Hai lớp 6A; 6B cùng thu nhặt một số giấy vụn bằng nhau. Lớp 6A có 1 bạn thu được 26 kg còn lại mỗi bạn thu được 11 kg ; Lớp 6B có 1 bạn thu được 25 kg còn lại mỗi bạn thu được 10kg . Tính số học sinh mỗi lớp biết rằng số giấy mỗi lớp thu được trong khoảng 200kg đến 300kg.

Câu 4.

Tìm 3 số có tổng bằng 210, biết rằng $\frac{6}{7}$ số thứ nhất bằng $\frac{9}{11}$ số thứ 2 và bằng $\frac{2}{3}$ số thứ 3.

Câu 5. Bốn điểm A,B,C,D không nằm trên đường thẳng a. Chứng tỏ rằng đường thẳng a hoặc không cắt, hoặc cắt ba, hoặc cắt bốn đoạn thẳng AB, AC, AD, BC, BD, CD.

Đề số 5

Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1 (3đ):

- a) So sánh: 222^{333} và 333^{222}
- b) Tìm các chữ số x và y để số $\overline{1x8y2}$ chia hết cho 36
- c) Tìm số tự nhiên a biết 1960 và 2002 chia cho a có cùng số dư là 28

Bài 2 (2đ):

Cho : $S = 3^0 + 3^2 + 3^4 + 3^6 + \dots + 3^{2002}$

- a) Tính S
- b) Chứng minh $S \div 7$

Bài 3 (2đ):

Tìm số tự nhiên nhỏ nhất, biết rằng khi chia số này cho 29 dư 5 và chia cho 31 dư 28

Bài 4 (3đ):

Cho góc $AOB = 135^\circ$. C là một điểm nằm trong góc AOB biết góc $BOC = 90^\circ$

- a) Tính góc AOC
- b) Gọi OD là tia đối của tia OC. So sánh hai góc AOD và BOD

Đề số 6

Thời gian làm bài 120 phút

Bài 1(8 điểm)

1. Tìm chữ số tận cùng của các số sau:
 - a) 57^{1999}
 - b) 93^{1999}
2. Cho $A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$. Chứng minh rằng A chia hết cho 5.
3. Cho phân số $\frac{a}{b}$ ($a < b$) cùng thêm m đơn vị vào tử và mẫu thì phân số mới lớn hơn hay bé hơn $\frac{a}{b}$?
4. Cho số $\overline{155*710*4*16}$ có 12 chữ số. chứng minh rằng nếu thay các dấu * bởi các chữ số khác nhau trong ba chữ số 1,2,3 một cách tùy thì số đó luôn chia hết cho 396.
5. chứng minh rằng:
 - a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} < \frac{1}{3}$;
 - b) $\frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} < \frac{3}{16}$

Bài 2: (2 điểm)

Trên tia Ox xác định các điểm A và B sao cho OA = a(cm), OB = b (cm)

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB, biết b < a

b) Xác định điểm M trên tia Ox sao cho $OM = \frac{1}{2}(a+b)$.

Đề số 7

Thời gian làm bài: 120 phút.

A – Phần số học : (7 điểm)

Câu 1: (2điểm)

a) Các phân số sau có bằng nhau không? Vì sao?

$$\frac{23}{99} ; \frac{23232323}{99999999} ; \frac{2323}{9999} ; \frac{232323}{999999}$$

b) Chứng tỏ rằng: $2x + 3y$ chia hết cho 17 $\Leftrightarrow 9x + 5y$ chia hết cho 17

Câu 2: (2điểm)

Tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{23} - \frac{1}{1009}\right) : \left(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} + \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{23} \cdot \frac{1}{1009}\right) + 1 : (30 \cdot 1009 - 160)$$

Câu 3: (2điểm)

a) Tìm số tự nhiên x , biết : $\left(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{8.9.10}\right) \cdot x = \frac{23}{45}$

b) Tìm các số a, b, c, d $\in \mathbb{N}$, biết : $\frac{30}{43} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}}$

Câu 4 : (1điểm)

Một số tự nhiên chia cho 120 dư 58, chia cho 135 dư 88. Tìm a, biết a bé nhất.

B – Phần hình học (3 điểm) :

Câu 1: (2 điểm)

Góc tạo bởi 2 tia phân giác của 2 góc kề bù, bằng bao nhiêu? Vì sao?

Câu 2: (1 điểm)

Cho 20 điểm, trong đó có a điểm thẳng hàng. Cứ 2 điểm, ta vẽ một đường thẳng. Tìm a , biết vẽ được tất cả 170 đường thẳng.

Đề số 8

Thời gian làm bài : 120'

Bài 1 : (3 đ)

Người ta viết các số tự nhiên liên tiếp bắt đầu từ 1 đến 2006 liền nhau thành một số tự nhiên L . Hỏi số tự nhiên L có bao nhiêu chữ số .

Bài 2 : (3đ)

Có bao nhiêu chữ số gồm 3 chữ số trong đó có chữ số 4 ?

Bài 3 : (4đ)

Cho bảng ô gồm 2007 ô như sau :

	17		36			19			
--	----	--	----	--	--	----	--	--	--

Phân đầu của bảng ô như trên . Hãy điền số vào chỗ trống sao cho tổng 4 số ở 4 ô liên nhau bằng 100 và tính :

- Tổng các số trên bảng ô .
- Tổng các chữ số trên bảng ô .
- Số điền ở ô thứ 1964 là số nào ?

Đề số 9

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1:(1,5đ) Tìm x, biết:

a) $5^x = 125$; b) $3^{2x} = 81$; c) $5^{2x-3} - 2.5^2 = 5^2.3$

Bài 2 :(1,5đ) Cho a là số nguyên. Chứng minh rằng:

$$|a| < 5 \Leftrightarrow -5 < a < 5$$

Bài 3: (1,5đ) Cho a là một số nguyên. Chứng minh rằng:

- Nếu a dương thì số liền sau a cũng dương.
- Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm.
- Có thể kết luận gì về số liền trước của một số dương và số liền sau của một số âm?

Bài 4: (2đ) Cho 31 số nguyên trong đó tổng của 5 số bất kỳ là một số dương. Chứng minh rằng tổng của 31 số đó là số dương.

Bài 5: (2đ). Cho các số tự nhiên từ 1 đến 11 được viết theo thứ tự tùy ý sau đó đem cộng mỗi số với số chỉ thứ tự của nó ta được một tổng. Chứng minh rằng trong các tổng nhận được, bao giờ cũng tìm ra hai tổng mà hiệu của chúng là một số chia hết cho 10.

Bài 6: (1,5đ) Cho tia Ox. Trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có bờ là Ox. Vẽ hai tia Oy và Oz sao cho góc xOy và xOz bằng 120^0 . Chứng minh rằng:

- $xOy = xOz = yOz$
- Tia đối của mỗi tia Ox, Oy, Oz là phân giác của góc hợp bởi hai tia còn lại.

Đáp án đề số 1

Câu 1:

Ta có: $A = \frac{a^3 + 2a^2 - 1}{a^3 + 2a^2 + 2a + 1} = \frac{(a+1)(a^2 + a - 1)}{(a+1)(a^2 + a + 1)} = \frac{a^2 + a - 1}{a^2 + a + 1}$

Điều kiện đúng $a \neq -1$ (0,25 điểm).

Rút gọn đúng cho 0,75 điểm.

b.Gọi d là ước chung lớn nhất của $a^2 + a - 1$ và $a^2+a + 1$ (0,25đ).

Vì $a^2 + a - 1 = a(a+1) - 1$ là số lẻ nên d là số lẻ

Mặt khác, $2 = [a^2+a + 1 - (a^2 + a - 1)] : d$

Nên $d = 1$ tức là $a^2 + a + 1$ và $a^2 + a - 1$ nguyên tố cùng nhau. (0,5đ)

Vậy biểu thức A là phân số tối giản. (0,25 điểm)

Câu 2:

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c = n^2 - 1 \quad (1)$$

$$\overline{cba} = 100c + 10b + a = n^2 - 4n + 4 \quad (2) \quad (0,25đ)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow 99(a - c) = 4n - 5 \Rightarrow 4n - 5 : 99 \quad (3) \quad (0,25đ)$$

Mặt khác: $100 \leq n^2 - 1 \leq 999 \Leftrightarrow 101 \leq n^2 \leq 1000 \Leftrightarrow 11 \leq n \leq 31 \Leftrightarrow 39 \leq 4n - 5 \leq 119$ (4)
(0,25đ)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow 4n - 5 = 99 \Rightarrow n = 26$

Vậy: $\overline{abc} = 675$ (0,25đ)

Câu 3: (2 điểm)

a) Giả sử $n^2 + 2006$ là số chính phương khi đó ta đặt $n^2 + 2006 = a^2$ ($a \in \mathbb{Z}$) $\Leftrightarrow a^2 - n^2 = 2006 \Leftrightarrow (a-n)(a+n) = 2006$ (*) (0,25 điểm).

+ Thấy : Nếu a, n khác tính chất chẵn lẻ thì vế trái của (*) là số lẻ nên không thỏa mãn (*) (0,25 điểm).

+ Nếu a, n cùng tính chẵn hoặc lẻ thì $(a-n):2$ và $(a+n):2$ nên vế trái chia hết cho 4 và vế phải không chia hết cho 4 nên không thỏa mãn (*) (0,25 điểm).

Vậy không tồn tại n để $n^2 + 2006$ là số chính phương. (0,25 điểm).

b) n là số nguyên tố > 3 nên không chia hết cho 3. Vậy n^2 chia hết cho 3 dư 1 do đó $n^2 + 2006 = 3m + 1 + 2006 = 3m + 2007 = 3(m + 669)$ chia hết cho 3.

Vậy $n^2 + 2006$ là hợp số. (1 điểm).

Bài 4: Mỗi câu đúng cho 1 điểm

Ta xét 3 trường hợp $\frac{a}{b} = 1$; $\frac{a}{b} > 1$; $\frac{a}{b} < 1$ (0,5đ).

TH 1: $\frac{a}{b} = 1 \Leftrightarrow a = b$ thì $\frac{a+n}{b+n} = \frac{a}{b} = 1$. (0,5đ).

TH 2: $\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a > b \Leftrightarrow a + n > b + n$.

Mà $\frac{a+n}{b+n}$ có phần thừa so với 1 là $\frac{a-b}{b+n}$; $\frac{a}{b}$ có phần thừa so với 1 là $\frac{a-b}{b}$,

vì $\frac{a-b}{b+n} < \frac{a-b}{b}$ nên $\frac{a+n}{b+n} < \frac{a}{b}$ (0,25đ).

TH3: $\frac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a < b \Leftrightarrow a + n < b + n$.

Khi đó $\frac{a+n}{b+n}$ có phần bù tới 1 là $\frac{b-a}{b+n}$, $\frac{a}{b}$ có phần bù tới 1 là $\frac{b-a}{b}$,

vì $\frac{b-a}{b+n} < \frac{b-a}{b}$ nên $\frac{a}{b} < \frac{a+n}{b+n}$ (0,25đ).

b) Cho $A = \frac{10^{11}-1}{10^{12}-1}$;

rõ ràng $A < 1$ nên theo a, nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $\frac{a+n}{b+n} > \frac{a}{b} \Rightarrow A < \frac{(10^{11}-1)+11}{(10^{12}-1)+11} = \frac{10^{11}+10}{10^{12}+10}$ (0,5đ).

Do đó $A < \frac{10^{11}+10}{10^{12}+10} = \frac{10(10^{10}+1)}{10(10^{11}+1)} = \frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$ (0,5đ).

Vậy $A < B$.

Bài 5: Lập dãy số.

Đặt $B_1 = a_1$.

$B_2 = a_1 + a_2$.

$B_3 = a_1 + a_2 + a_3$

.....

$$B_{10} = a_1 + a_2 + \dots + a_{10} .$$

Nếu tồn tại B_i ($i = 1,2,3...10$). nào đó chia hết cho 10 thì bài toán được chứng minh.
(0,25 điểm).

Nếu không tồn tại B_i nào chia hết cho 10 ta làm như sau:

Ta đem B_i chia cho 10 sẽ được 10 số dư (các số dư $\in \{ 1,2,3...9\}$). Theo nguyên tắc Diriclé, phải có ít nhất 2 số dư bằng nhau. Các số $B_m - B_n$, chia hết cho 10 ($m > n$) \Rightarrow ĐPCM.

Câu 6: Mỗi đường thẳng cắt 2005 đường thẳng còn lại tạo nên 2005 giao điểm. Mà có 2006 đường thẳng \Rightarrow có : 2005x 2006 giao điểm. Nhưng mỗi giao điểm được tính 2 lần \Rightarrow số giao điểm thực tế là:

$$(2005 \times 2006) : 2 = 1003 \times 2005 = 2011015 \text{ giao điểm.}$$

.....
Đáp án đề số 2

Câu 1:

a.(1đ): Ta có $2x+1: y-5$ Là ước của 12

$$12 = 1.12 = 2.6 = 3.4 \quad (0,25đ)$$

do $2x+1$ lẻ $\Rightarrow 2x+1 = 1$ hoặc $2x+1=3$ (0,25đ)

$$\Rightarrow 2x+1=1 \Rightarrow x=0; y-5=12 \Rightarrow y=17$$

hoặc $2x+1=3 \Rightarrow x=1; y-5=4 \Rightarrow y=9$ (0,25đ)

$$\text{vậy } (x,y) = (0,17); (1,9) \quad (0,25đ)$$

b.(1đ)

Ta có $4n-5 = 2(2n-1)-3$ (0,25đ)

để $4n-5$ chia hết cho $2n-1 \Rightarrow 3$ chia hết cho $2n-1$ (0,25đ)

$$\Rightarrow * 2n-1=1 \Rightarrow n=1$$

$$* 2n-1=3 \Rightarrow n=2 \quad (0,25đ)$$

$$\text{vậy } n = 1 ; 2 \quad (0,25đ)$$

c. (1đ) Ta có $99=11.9$

B chia hết cho 99 $\Rightarrow B$ chia hết cho 11 và B chia hết cho 9 (0,25đ)

* B chia hết cho 9 $\Rightarrow (6+2+4+2+7+x+y)$ chia hết cho 9

$$(x+y+3) \text{ chia hết cho } 9 \Rightarrow x+y=6 \text{ hoặc } x+y=15$$

B chia hết cho 11 $\Rightarrow (7+4+x+6-2-2-y)$ chia hết cho 11 $\Rightarrow (13+x-y)$ chia hết cho 11

$$x-y=9 \text{ (loại) hoặc } y-x=2 \quad (0,25đ)$$

$$y-x=2 \text{ và } x+y=6 \Rightarrow y=4; x=2 \quad (0,25đ)$$

$$y-x=2 \text{ và } x+y=15 \text{ (loại) vậy } B = 6224427 \quad (0,25đ)$$

Câu 2: a. Gọi d là ước chung của $12n+1$ và $30n+2$ ta có

$$5(12n+1) - 2(30n+2) = 1 \text{ chia hết cho } d \quad (0,5đ)$$

vậy $d = 1$ nên $12n+1$ và $30n+2$ nguyên tố cùng nhau

do đó $\frac{12n+1}{30n+2}$ là phân số tối giản (0,5đ)

b. Ta có $\frac{1}{2^2} < \frac{1}{2.1} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{3^2} < \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{100^2} < \frac{1}{99 \cdot 100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \quad (0,5đ)$$

Vậy $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100} < 1 \quad (0,5đ)$$

Câu 3. Số cam còn lại sau lần bán thứ 2 là :

$$(24 + 3/4) : 3/3 = 33 \text{ (quả)} \quad (1đ)$$

Số cam còn lại sau lần bán thứ nhất .

$$(33 + 1/3) : 2/3 = 50 \text{ (quả)} \quad (1đ)$$

Số cam bác nông dân mang đi bán .

$$(50 + 1/2) : 1/2 = 100 \text{ (quả)} \quad (1đ)$$

Câu 4(1đ)

Mỗi đường thẳng cắt 100 đường thẳng còn lại tạo nên 100 giao điểm. Có 101 đường thẳng nên có 101.100 giao điểm . nhưng mỗi giao điểm đã được tính hai lần nên chỉ có 101.100:2= 5050 (giao điểm)

Đáp án đề số 3

Bài 1 (1,5đ)

a) $5^x = 125 \Leftrightarrow 5^x = 5^3 \Rightarrow x = 3$

b) $3^{2x} = 81 \Rightarrow 3^{2x} = 3^4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

c) $5^{2x-3} - 2 \cdot 5^2 = 5^2 \cdot 3$

$$\Leftrightarrow 5^{2x} : 5^3 = 5^2 \cdot 3 + 2 \cdot 5^2$$

$$\Leftrightarrow 5^{2x} : 5^3 = 5^2 \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow 5^{2x} = 5^2 \cdot 5 \cdot 5^3$$

$$\Leftrightarrow 5^{2x} = 5^6 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

Bài 2. Vì $|a|$ là một số tự nhiên với mọi $a \in \mathbb{Z}$ nên từ $|a| < 5$ ta

$$\Rightarrow |a| = \{0, 1, 2, 3, 4\}.$$

Nghĩa là $a = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4\}$. Biểu diễn trên trục số các số này đều lớn hơn -5 và nhỏ hơn 5 do đó $-5 < a < 5$.

Bài 3.

a) Nếu a dương thì số liền sau cũng dương.

Ta có: Nếu a dương thì $a > 0$ số liền sau a lớn hơn a nên cũng lớn hơn 0 nên là số dương

b) Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm.

Ta có: Nếu a âm thì $a < 0$ số liền trước a nhỏ hơn a nên cũng nhỏ hơn 0 nên là số âm.

Bài 4 (2đ). Trong các số đã cho ít nhất có 1 số dương vì nếu trái lại tất cả đều là số âm thì tổng của 5 số bất kỳ trong chúng sẽ là số âm trái với giả thiết.

Tách riêng số dương đó còn 30 số chỉ làm 6 nhóm. Theo đề bài tổng các số của mỗi nhóm đều là số dương nên tổng của 6 nhóm đều là số dương và do đó tổng của 31 số đã cho đều là số dương.

Bài 5 (2đ): Vì có 11 tổng mà chỉ có thể có 10 chữ số tận cùng đều là các số từ 0, 1, 2, ..., 9 nên luôn tìm được hai tổng có chữ số tận cùng giống nhau nên hiệu của chúng là một số nguyên có tận cùng là 0 và là số chia hết cho 10.

Bài 6 (1,5đ). Ta có: $x'Oy = 60^\circ, x'Oz = 60^\circ$ và tia Ox' nằm giữa hai tia Oy, Oz nên $yOz = yOx' + x'Oz = 120^\circ$ vậy $xOy = yOz = zOx$

Do tia Ox' nằm giữa hai tia Oy, Oz và $x'Oy = x'Oz$ nên Ox' là tia phân giác của góc hợp bởi hai tia Oy, Oz .

Tương tự tia Oy' (tia đối của Oy) và tia Oz' (tia đối của tia Oz) là phân giác của góc xOz và xOy .

Đáp án đề số 4

Câu 1. a). $2A = 8 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{21}$.

$$\Rightarrow 2A - A = 2^{21} + 8 - (4 + 2^2) + (2^3 - 2^3) + \dots + (2^{20} - 2^{20}). = 2^{21}.$$

b). $(x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 100) = 5750$

$$\Rightarrow x + 1 + x + 2 + x + 3 + \dots + x + 100 = 5750$$

$$\Rightarrow \underbrace{(1 + 2 + 3 + \dots + 100)}_{101 \cdot 50} + \underbrace{(x + x + x + \dots + x)}_{100x} = 5750$$

$$101 \cdot 50 + 100x = 5750$$

$$100x + 5050 = 5750$$

$$100x = 5750 - 5050$$

$$100x = 700$$

$$x = 7$$

Câu 2. a) $\overline{abcdeg} = 10000\overline{ab} + 100\overline{cd} + \overline{eg} = 9999\overline{ab} + 99\overline{cd} + (\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{eg}) : 11$.

b) $10^{28} + 8 : 9.8$ ta có $10^{28} + 8 : 8$ (vì có số tận cùng là 008)

nên $10^{28} + 8 : 9.8$ vậy $10^{28} + 8 : 72$

Câu 3. Gọi số giấy mỗi lớp thu được là x (Kg) thì $(x-26) : 11$ và $(x-25) : 10$.

Do đó $(x-15) \in BC(10;11)$ và $200x300 \Rightarrow x-15 = 220 \Rightarrow x = 235$.

Số học sinh lớp 6A là: $(235 - 26) : 11 + 1 = 20$ hs

Số học sinh lớp 6B là: $(235 - 25) : 10 + 1 = 22$ hs.

Câu 4. Số thứ nhất bằng: $\frac{9}{11} : \frac{6}{7} = \frac{21}{22}$ (số thứ hai)

Số thứ ba bằng: $\frac{9}{11} : \frac{2}{3} = \frac{27}{22}$ (số thứ hai)

Tổng của 3 số bằng $\frac{22 + 21 + 27}{22}$ (số thứ hai) = $\frac{70}{22}$ (số thứ hai)

Số thứ hai là: $210 : \frac{70}{22} = 66$; số thứ nhất là: $\frac{21}{22} \cdot 66 = 63$; số thứ 3 là: $\frac{27}{22} \cdot 66 = 81$

Câu 5. Đường thẳng a chia mặt phẳng ra hai nửa mặt phẳng

Xét 3 trường hợp

a). Nếu cả 4 điểm A, B, CD thuộc cùng một nửa mặt phẳng thì a không cắt đoạn thẳng nào.

b). Nếu có 1 điểm (Chẳng hạn điểm A thuộc nửa mặt phẳng) ba điểm B, C, D thuộc nửa mặt phẳng đối thì đường thẳng a cắt ba đoạn thẳng AB, AC, AD

c). Nếu có 2 điểm chẳng hạn (A và B) thuộc một nửa mặt phẳng hai điểm kia (C và D) thuộc mỗi mặt phẳng đối thì a cắt bốn đoạn thẳng AC, AD, BC, BD

Đáp án đề số 5

Bài 1 (3đ):

a) Ta có $222^{333} = (2.111)^{3.111} = 8^{111}.(111^{111})^2.111^{111}$ (0,5đ)

$333^{222} = (3.111)^{2.111} = 9^{111}.(111^{111})^2$ (0,5đ)

Suy ra: $222^{333} > 333^{222}$

b) Đề số $\overline{1x8y2} : 36 (0 \leq x, y \leq 9, x, y \in \mathbb{N})$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1+x+8+y+2):9 \\ \overline{y2}:4 \end{cases} \quad (0,5đ)$$

$\overline{y2}:4 \Rightarrow y = \{1;3;5;7;9\}$

$(x+y+2) : 9 \Rightarrow x+y = 7$ hoặc $x+y = 16 \Rightarrow x = \{6;4;2;0;9;7\}$ (0,25đ)

Vậy ta có các số: 16812; 14832; 12852; 10872; 19872; 17892 (0,25đ)

c) Ta có $a > 28 \Rightarrow (2002 - 1960) : a \Rightarrow 42 : a$ (0,5đ)

$\Rightarrow a = 42$ (0,5đ)

Bài 2 (2đ):

a) Ta có $3^2S = 3^2 + 3^4 + \dots + 3^{2002} + 3^{2004}$ (0,5đ)

Suy ra: $8S = 3^{2004} - 1 \Rightarrow S = \frac{3^{2004} - 1}{8}$ (0,5đ)

b) $S = (3^0 + 3^2 + 3^4) + 3^6(3^0 + 3^2 + 3^4) + \dots + 3^{1998}(3^0 + 3^2 + 3^4)$
 $= (3^0 + 3^2 + 3^4)(1 + 3^6 + \dots + 3^{1998})$

$= 91(1 + 3^6 + \dots + 3^{1998})$ (0,75đ) suy ra: $S : 7$ (0,25đ)

Bài 3 (2đ): Gọi số cần tìm là: a

Ta có $a = 29q + 5 = 31p + 28$ (0,5đ) $\Leftrightarrow 29(q - p) = 2p + 23$

Vì $2p + 23$ lẻ nên $(q - p)$ lẻ $\Rightarrow q - p \geq 1$. (0,75đ)

Vì a nhỏ nhất hay $q - p = 1 \Rightarrow p = 3; \Rightarrow a = 121$ (0,5đ)

Vậy số cần tìm là 121 (0,25đ)

Bài 4 (3đ):

a) theo giả thiết C nằm trong góc AOB nên

tia OC nằm giữa hai tia OB và OA

\Rightarrow góc AOC + góc BOC = góc AOB

\Rightarrow góc AOC = góc AOB - góc BOC

\Rightarrow góc AOC = $135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$

b) vì OD là tia đối của tia OC nên C, O, D thẳng hàng. Do đó góc DOA + góc AOC = 180° (hai góc kề bù)

\Rightarrow góc AOD = $180^\circ -$ góc AOC = $180^\circ - 45^\circ \Rightarrow$ góc AOD = 135°

góc BOD = $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

Vậy góc AOD > góc BOD

Đáp án đề số 6

Bài 1:

1. Tìm chữ số tận cùng của các số sau: (1 điểm)

Để tìm chữ số tận cùng của các số chỉ cần xét chữ số tận cùng của từng số :

a) 57^{1999} ta xét 7^{1999}

Ta có: $7^{1999} = (7^4)^{499} \cdot 7^3 = 2041^{499} \cdot 343$ Suy ra chữ số tận cùng bằng 3 (0,25đ)

Vậy số 57^{1999} có chữ số tận cùng là : 3

b) 93^{1999} ta xét 3^{1999}

Ta có: $3^{1999} = (3^4)^{499} \cdot 3^3 = 81^{499} \cdot 27$

Suy ra chữ số tận cùng bằng 7 (0,25đ)

2. Cho $A = 999993^{1999} - 555557^{1997}$. chứng minh rằng A chia hết cho 5

Để chứng minh A chia hết cho 5 , ta xét chữ số tận cùng của A bằng việc xét chữ số tận cùng của từng số hạng.

Theo câu 1b ta có: 999993^{1999} có chữ số tận cùng là 7

Tương tự câu 1a ta có: $(7^4)^{499} \cdot 7 = 2041^{499} \cdot 7$ có chữ số tận cùng là 7 (0,25đ)

Vậy A có chữ số tận cùng là 0, do đó A chia hết cho 5. (0,25đ)

3 (1 điểm)Theo bài toán cho $a < b$ nên $am < bm$ (nhân cả hai vế với m) (0,25đ)

$\Rightarrow ab + am < ab + bm$ (cộng hai vế với ab) (0,25đ)

$\Rightarrow a(b+m) < b(a+m)$

$\Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$

4.(1 điểm)

Ta nhận thấy , vị trí của các chữ số thay thế ba dấu sao trong số trên đều ở hàng chẵn và vì ba chữ số đó đôi một khác nhau, lấy từ tập hợp $\{1;2;3\}$ nên tổng của chúng luôn bằng $1+2+3=6$.

Mặt khác $396 = 4 \cdot 9 \cdot 11$ trong đó 4;9;11 đôi một nguyên tố cùng nhau nên ta cần chứng minh

$A = \overline{155 * 710 * 4 * 16}$ chia hết cho 4 ; 9 và 11.

Thật vậy :

$+A : 4$ vì số tạo bởi hai chữ số tận cùng của A là 16 chia hết cho 4 (0,25đ)

$+ A : 9$ vì tổng các chữ số chia hết cho 9 :

$1+5+5+7+1+4+1+6+(**+**+**) = 30+6=36$ chia hết cho 9 (0,25đ)

$+ A : 11$ vì hiệu số giữa tổng các chữ số hàng chẵn và tổng các chữ số hàng lẻ là 0, chia hết cho 11.

$\{1+5+7+4+1\} - \{5+1+6+(**+**+*)\} = 18 - 12 - 6 = 0$ (0,25đ)

Vậy A : 396

Bài 5(4 điểm)

a) Đặt $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{64} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} - \frac{1}{2^6}$ (0,25đ)

$\Rightarrow 2A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^5}$ (0,5đ)

$\Rightarrow 2A + A = 3A = 1 - \frac{1}{2^6} = \frac{2^6 - 1}{2^6} < 1$ (0,75đ)

$\Rightarrow 3A < 1 \Rightarrow A < \frac{1}{3}$ (0,5đ)

b) Đặt $A = \frac{1}{3} - \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{99}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} \Rightarrow 3A = 1 - \frac{2}{3} - \frac{3}{3^2} + \frac{3}{3^3} - \frac{4}{3^3} + \dots + \frac{99}{3^{98}} - \frac{100}{3^{99}}$ (0,5đ)

$\Rightarrow 4A = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} - \frac{100}{3^{100}} \Rightarrow 4A < 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}}$ (1) (0,5đ)

$$\text{Đặt } B = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{98}} - \frac{1}{3^{99}} \Rightarrow 3B = 2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{97}} - \frac{1}{3^{98}} \quad (0,5đ)$$

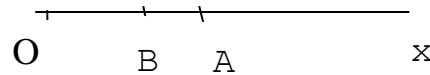
$$4B = B + 3B = 3 - \frac{1}{3^{99}} < 3 \Rightarrow B < \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow 4A < B < \frac{3}{4} \Rightarrow A < \frac{3}{16} \quad (0,5đ)$$

Bài 2 (2 điểm)

a) (1 điểm) Vì $OB < OA$ (do $b < a$) nên trên tia Ox thì điểm B nằm giữa điểm O và điểm A . Do đó: $OB + BA = OA$

Từ đó suy ra: $AB = a - b$.



b) (1 điểm) Vì M nằm trên tia Ox và

$$OM = \frac{1}{2}(a + b) = \frac{a + b}{2} = \frac{2b + a - b}{2} = b + \frac{a - b}{2} = OB + \frac{OA - OB}{2} = OB + \frac{1}{2}AB$$

$\Rightarrow M$ chính là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AM = BM$

Đáp án đề số 7

A. Phần số học

Câu 1:

a) Ta thấy;

$$\frac{23}{99} = \frac{23.101}{99.101} = \frac{2323}{9999} ; \quad \frac{23}{99} = \frac{23.10101}{99.10101} = \frac{232323}{999999} ; \quad \frac{23}{99} = \frac{23.1010101}{99.1010101} = \frac{23232323}{99999999}$$

$$\text{Vậy; } \frac{23}{99} = \frac{2323}{9999} = \frac{232323}{999999} = \frac{23232323}{99999999}$$

b) Ta phải chứng minh: $2x + 3y$ chia hết cho 17, thì $9x + 5y$ chia hết cho 17

Ta có $4(2x + 3y) + (9x + 5y) = 17x + 17y$ chia hết cho 17

Do vậy ; $2x + 3y$ chia hết cho 17 $\Rightarrow 4(2x + 3y)$ chia hết cho 17

$\Rightarrow 9x + 5y$ chia hết cho 17

Ngược lại ta có $4(2x + 3y)$ chia hết cho 17 mà $(4 ; 17) = 1 \Rightarrow 2x + 3y$ chia hết cho 17

Câu 2. Ta viết lại A như sau :

$$A = \frac{(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009}).23.7.1009}{(\frac{1}{23} + \frac{1}{7} - \frac{1}{1009} + \frac{1}{23} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{1009}).23.7.1009} + \frac{1}{(23 + 7).1009 - 161 + 1}$$

$$= \frac{7.1009 + 23.1009 - 23.7}{7.1009 + 23.1009 - 23.7 + 1} + \frac{1}{23.1009 + 7.1009 - 23.7 + 1} = 1$$

Câu 3:

$$a) \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{9.10} \right) \cdot x = \frac{23}{45} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{90} \right) \cdot x = \frac{23}{45} \Rightarrow x = 2$$

$$b) \frac{30}{43} = \frac{1}{\frac{43}{30}} = \frac{1}{1 + \frac{13}{30}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{4}{13}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}}$$

$$\Rightarrow a = 1 ; b = 2 ; c = 3 ; d = 4$$

Câu 4: Ta có
$$\begin{cases} a=120 \cdot q_1 + 58 \\ a=135 \cdot q_2 + 88 \end{cases} \quad (q_1, q_2 \in \mathbb{N}) \Rightarrow \begin{cases} 9a=1080q_1 + 522 \\ 8a=1080q_2 + 704 \end{cases}$$

Từ (2), ta có $9 \cdot a = 1080 \cdot q_2 + 704 + a \quad (3)$

Kết hợp (1) với (2), ta được $a = 1080 \cdot q - 180$

Vì a nhỏ nhất, cho nên, q phải nhỏ nhất

$\Rightarrow q = 1 \Rightarrow a = 898$

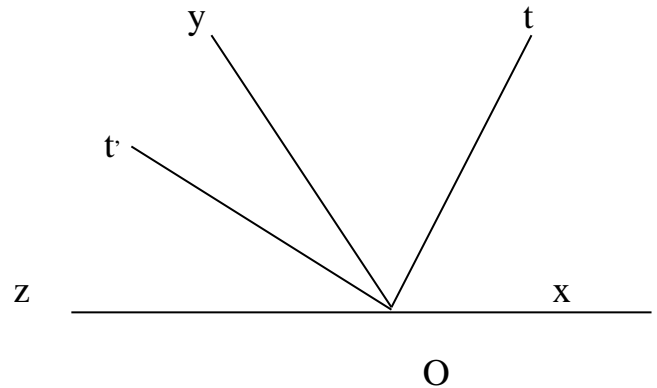
B- Phần hình học

Câu 1; Gọi Ot, Ot' là 2 tia phân giác của 2
kề bù góc xOy và yOz

Giả sử, xOy = a ; \Rightarrow yOz = 180 - a

Khi đó ; tOy = $\frac{1}{2}a$ t'Oy = $\frac{1}{2}(180-a)$

\Rightarrow tOt' = $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}(180-a) = 90^\circ$



Câu 2; Giả sử trong 20 điểm, không có 3 điểm nào thẳng hàng. Khi đó, số đường thẳng vẽ được là; $19 \cdot 20 : 2 = 190$

Trong a điểm, giả sử không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số đường thẳng vẽ được là ; $(a - 1) a : 2$. Thực tế, trong a điểm này ta chỉ vẽ được 1 đường thẳng. Vậy ta có ; $190 - (a - 1)a : 2 + 1 = 170 \Rightarrow a = 7$

Đáp án đề số 8

Bài 1 : Có 9 số có 1 chữ số từ 1 đến 9 (0.25đ)

Có 90 số có 2 chữ số từ 10 đến 99 (0.5đ)

Có 900 số có 3 chữ số từ 100 đến 999 (0.5đ)

Các số có 4 chữ số là từ 1000 đến 2006 có :

$2006 - 1000 + 1 = 1007$ số (0.5đ)

Số chữ số của số tự nhiên L là :

$9 + 90 \cdot 2 + 900 \cdot 3 + 1007 \cdot 4 = 6917$ (chữ số) (1.25đ)

Bài 2 : Có 900 số có 3 chữ số từ 100 đến 999 (0.25đ)

Ta chia 900 số thành 9 lớp, mỗi lớp có 100 số có cùng chữ số hàng trăm. (0.25đ)

Lớp thứ nhất gồm 100 số từ 100 đến 199

Lớp thứ hai gồm 100 số từ 200 đến 299

.....
Lớp thứ 9 gồm 100 số từ 900 đến 999 (05đ)

Xét 9 lớp thì lớp thứ 4 cả 100 số đều có chữ số 4 ở hàng trăm.

8 lớp còn lại hàng trăm khác 4 nên chữ số 4 nếu có thì ở hàng chục và hàng đơn vị (0.25đ).

Xét lớp thứ nhất thì các số có chữ số 4 làm hàng đơn vị gồm : 104, 114,.....194 (có 10 số) (05đ)

các số có 4 chữ số làm hàng chục là

140,141,142,.....149 (có 10 số) (0.5đ)

Nhưng số 144 có mặt ở trong cả 2 trường hợp vậy ở lớp thứ nhất số lượng số có chữ số 4 là :

$10 + 10 - 1 = 19$ (số) (0.25đ)

Bảy lớp còn lại cũng theo quy luật ấy . Vậy số lượng số có 3 chữ số có chữ số 4 là :

$100 + 19.8 = 252$ số (0.5đ)

Bài 3 : Ta dùng các số 1; 2; 3 để đánh số cho các ô phần đầu bằng ô (0.25đ) .

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
28	17	19	36	28	17	19	36	28	17

Vì các ô số 4; 5; 6; 7 và 3; 4; 5; 6 có tổng bằng nhau nên số ở ô số 3 và ô số 7 bằng nhau do đó ô số 3 là 19 (0.5đ)

$100 - (17 + 19 + 36) = 28$

Vậy ô số 1 là số 28 (0.25đ)

$100 - (17 + 19 + 36) = 28$. Vậy số điền ô thứ 5 là số 28 (0.25đ)

số điền ở ô số 6 cũng là số 17 (0.25đ)

Ta có : $2007 = 501.4 + 3$

Vậy ta có 501 nhóm 4 ô, do đó 3 ô cuối là ô thứ 2005; 2006; 2007

với các số 28; 17; 19 (0.5đ)

a) Tổng các số trên băng ô là :

$100.501 + 28 + 17 + 19 = 50164$ (1đ)

b) Tổng các chữ số ở mỗi nhóm ô là :

$2 + 8 + 1 + 7 + 1 + 9 + 3 + 6 = 37$ (0.5đ)

Tổng các chữ số trên băng ô là :

$37.501 + 2 + 8 + 1 + 7 + 1 + 9 = 18567$

c) $1964 : 4$. vậy số điền ở ô thứ 1964 là số 36 . (0.5đ)

Đáp án đề số 9

Bài 1 (1,5đ)

a) $5^x = 125 \Leftrightarrow 5^x = 5^3 \Rightarrow x = 3$

b) $3^{2x} = 81 \Rightarrow 3^{2x} = 3^4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

c) $5^{2x-3} - 2.5^2 = 5^2.3 \Leftrightarrow 5^{2x} : 5^3 = 5^2.3 + 2.5^2 \Leftrightarrow 5^{2x} : 5^3 = 5^2.5$

$\Leftrightarrow 5^{2x} = 5^2.5.5^3 \Leftrightarrow 5^{2x} = 5^6 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$

Bài 2. Vì $|a|$ là một số tự nhiên với mọi $a \in \mathbb{Z}$ nên từ $|a| < 5$ ta

$\Rightarrow |a| \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Nghĩa là $a \in \{0; 1; -1; 2; -2; 3; -3; 4; -4\}$.

Biểu diễn trên trục số các số này đều lớn hơn -5 và nhỏ hơn 5 do đó $-5 < a < 5$.

Bài 3.

a) Nếu a dương thì số liền sau cũng dương.

Nếu a dương thì $a > 0$ số liền sau a lớn hơn a nên cũng lớn hơn 0 nên là số dương

b) Nếu a âm thì số liền trước a cũng âm.

Nếu a âm thì $a < 0$ số liền trước a nhỏ hơn a nên cũng nhỏ hơn 0 nên là số âm.

Bài 4 (2đ). Trong các số đã cho ít nhất có 1 số dương vì nếu trái lại tất cả đều là số âm thì tổng của 5 số bất kỳ trong chúng sẽ là số âm trái với giả thiết.

Tách riêng số dương đó còn 30 số chỉ làm 6 nhóm. Theo đề bài tổng các số của mỗi nhóm đều là số dương nên tổng của 6 nhóm đều là số dương và do đó tổng của 31 số đã cho đều là số dương.

Bài 5 (2đ): Vì có 11 tổng mà chỉ có thể có 10 chữ số tận cùng đều là các số từ 0, 1, 2, ..., 9 nên luôn tìm được hai tổng có chữ số tận cùng giống nhau nên hiệu của chúng là một số nguyên có tận cùng là 0 và là số chia hết cho 10.

Bài 6 (1,5đ).Ta có: $x'Oy = 60^\circ, x'Oz = 60^\circ$ và tia Ox' nằm giữa hai tia Oy, Oz nên $yOz = yOx' + x'Oz = 120^\circ$ vậy $xOy = yOz = zOx$

Do tia Ox' nằm giữa hai tia Oy, Oz và $x'Oy = x'Oz$ nên Ox' là tia phân giác của góc hợp bởi hai tia Oy, Oz .

Tương tự tia Oy' (tia đối của Oy) và tia Oz' (tia đối của tia Oz) là phân giác của góc xOz và xOy .