

## ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TIN HỌC LỚP 10

Hãy trình bày thuật toán giải các bài toán sau đây:

### BÀI 1: SỐ THÂN THIỆN

Đang tìm hiểu các thuật toán về số tự nhiên, Nguyên phát hiện ra số tự nhiên có rất nhiều tính chất thú vị. Ví dụ số hoàn hảo có tính chất: tổng các ước bằng 2 lần số đó, như số 6, số 24... Nhiều số tự nhiên khi tìm ước chung lớn nhất với số đảo ngược của nó bằng 1, những số như thế được gọi là số thân thiện. Chẳng hạn số 23, số đảo ngược của nó là 32, hai số này có ước chung lớn nhất là 1 nên số 23 là số thân thiện và 32 cũng là số thân thiện.

**Yêu cầu:** Cho 2 số tự nhiên  $a, b$  ( $10 \leq a \leq b \leq 10^4$ ). Hãy đếm xem trong đoạn từ  $a$  đến  $b$  có bao nhiêu số thân thiện.

**Ví dụ:**

Dữ liệu vào	Kết quả	Giải thích
19 29	4	Đó là các số: 19, 23, 25, 29

### BÀI 2: SỐ TỰ NHIÊN NHỎ NHẤT

Nam một người bạn của Nguyên đang tìm cách giải một bài toán liên quan tới số tự nhiên và cần sự giúp đỡ của Nguyên, nhưng thử thách lần này là một dãy gồm  $N$  số tự nhiên bất kỳ nằm trong đoạn từ 0 tới  $10^9$ , tìm số tự nhiên nhỏ nhất không có trong dãy số đó. Vì số lượng các số tự nhiên trong dãy số đã cho có thể lên tới  $10^6$  phần tử nên việc tìm thủ công là không thể mà cần một thuật toán để cài đặt vào máy tính và nhờ máy tính tìm giúp.

**Yêu cầu:** Cho một dãy  $A$  gồm  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^6$ ) số tự nhiên. Hãy tìm số tự nhiên nhỏ nhất không xuất hiện trong dãy  $A$ .

**Ví dụ:**

Dữ liệu vào	Kết quả
$N=5$ Dãy số: 5 4 2 3 1	0
$N=9$ Dãy số: 2 4 0 3 1 2 6 2 8	5

### BÀI 3: SỐ LƯỢNG NHÓM ĐỀ TÀI

Nhà trường phát động phong trào đăng ký làm sáng tạo khoa học kỹ thuật, tất cả các bạn trong lớp của Nguyên đều tích cực tham gia và được phân công vào các nhóm đề tài. Mỗi nhóm đề tài được ký hiệu: <Tên nhóm> <Số thành viên>, ví dụ Nguyên được phân công vào nhóm TIN gồm 3 thành viên thì ký hiệu nhóm là TIN 3. Danh sách được lập ra gồm ký hiệu nhóm và tên thành viên, nhưng trong quá trình in ấn cột ký hiệu nhóm bị mờ <tên nhóm> và không đọc được chỉ còn lại <số thành viên>.

Ví dụ:

Ký hiệu	Thành viên
TIN 3	Việt
TOAN 2	Tuấn
TIN 3	Thái
TIN 3	Anh
TOAN 2	Chính

*Do lỗi in ấn →*

hiệu	Thành viên
3	Việt
2	Tuấn
3	Thái
3	Anh
2	Chính

**Yêu cầu:** Cho danh sách gồm  $n$  học sinh và số thành viên của nhóm tương ứng với từng học sinh. Hãy xác định số lượng nhóm đề tài đã được phân công. Dữ liệu đảm bảo bài toán có nghiệm.

--	--

Ví dụ:

Dữ liệu vào	Kết quả
N= 5 3 2 3 3 2	2
N= 10 5 1 2 5 5 2 5 5 2 2	4

-----HẾT-----

**Ghi chú:**

- Ngoài cách trình bày bằng phương pháp liệt kê hoặc sơ đồ khối, thí sinh có thể sử dụng ngôn ngữ mô phỏng PASCAL hoặc ngôn ngữ PASCAL để trình bày thuật toán với dữ liệu vào/ra từ màn hình.
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

	Gợi ý đáp án	Thang điểm
<b>Câu 1</b>		<b>6.0</b>
	- <b>Xác định bài toán:</b> <i>Input:</i> Hai số a, b ( $10 \leq a \leq b \leq 10^4$ ) <i>Output:</i> Số lượng số thân thiện thuộc đoạn [a,b]	0.5
	- <b>Ý tưởng:</b> Dùng 1 biến <b>dem</b> để lưu số lượng số thân thiện Xét lần lượt các số tự nhiên i từ <b>a</b> tới <b>b</b> Với mỗi số i xác định số tự nhiên j là đảo ngược của i Nếu $UCLN(i,j) = 1$ thì tăng biến <b>dem</b> lên 1 Kết quả bài toán là <b>dem</b>	1.0
	- <b>Thuật toán:</b> Bước 1. Nhập hai số a và b; Bước 2. $i \leftarrow a$ ; $dem \leftarrow 0$ ; Bước 3. Nếu $i > b$ thì chuyển đến bước 13; Bước 4. $k \leftarrow i$ , $Songuoc \leftarrow 0$ ; Bước 5. Nếu $k = 0$ thì chuyển đến bước 8; Bước 6. $Songuoc \leftarrow Songuoc * 10 + k \bmod 10$ ; Bước 7. $k \leftarrow k \div 10$ ; rồi quay lại bước 5 Bước 8. $k \leftarrow i$ ; Bước 9. Nếu $k = Songuoc$ thì chuyển đến bước 11; Bước 10. Nếu $k > Songuoc$ thì $k \leftarrow k - Songuoc$ Ngược lại $Songuoc \leftarrow Songuoc - k$ , rồi quay lại bước 9; Bước 11. Nếu $k=1$ thì $dem \leftarrow dem+1$ ; Bước 12. $i \leftarrow i+1$ và quay lại bước 3; Bước 13. Đưa ra kết quả <b>dem</b> rồi kết thúc.	4.5
<p><b>Theo yêu cầu đề bài cho thấy các bước giải rất rõ ràng nên trong thuật toán có thể chia nhỏ từng phần để cho điểm.</b></p> <p>Bước 1: Nhập dữ liệu: 0,5 điểm                  Bước 2, bước 3, bước 12 thể hiện vòng lặp: 1 điểm                  Bước 4 tới bước 7 tính số đảo ngược: 1 điểm                  Bước 8 tới bước 11 xác định UCLN: 1,5 điểm                  Bước 13: Đưa ra kết quả: 0,5 điểm</p>		
<b>Câu 2.</b>		<b>7.0</b>
	- <b>Xác định bài toán:</b> <i>Input:</i> N và dãy A gồm N số tự nhiên <i>Output:</i> Số tự nhiên nhỏ nhất không xuất hiện trong dãy A	0.5
	- <b>Ý tưởng:</b>	1.5

	<p><b><u>Nhân xét:</u></b> Số tự nhiên nhỏ nhất luôn nằm trong đoạn từ 0 tới N.</p> <p>Do vậy dùng dãy B[0..N] để đánh dấu những số đã có trong dãy A nằm trong đoạn từ 0 tới N. Ban đầu đánh dấu tất cả các phần tử của dãy B có giá trị là False. Tiếp theo đánh dấu trong dãy B những phần tử có trong dãy A như sau:          Xét i: 1 tới N, nếu <math>A_i \leq N</math> thì đánh dấu <math>B[A_i] \leftarrow \text{True}</math>          Tìm số tự nhiên đầu tiên j trong dãy B mà <math>B_j = \text{False}</math>, với j: 0 tới N</p>	
	<p>- Thuật toán:          B 1. Nhập N và dãy <math>A_1, A_2, \dots, A_N</math>;          B 2. <math>i \leftarrow 0</math>;          B 3. Nếu <math>i &gt; N</math> thì chuyển đến bước 6;          B 4. <math>B_i \leftarrow \text{False}</math>;          B 5. <math>i \leftarrow i + 1</math>; rồi quay lại bước 3;          B 6. <math>i \leftarrow 1</math>;          B 7. Nếu <math>i &gt; N</math> thì và chuyển đến bước 10;          B 8. Nếu <math>A_i \leq N</math> thì <math>B[A_i] \leftarrow \text{true}</math>;          B 9. <math>i \leftarrow i + 1</math> và quay lại bước 7;          B 10. <math>j \leftarrow 0</math>;          B 11. Nếu <math>B_j = \text{false}</math> thì thông báo j, rồi the end;          B 12. <math>j \leftarrow j + 1</math> và quay lại bước 11;</p>	5.0
<b><u>Câu 3.</u></b>		<b>7.0</b>
	<p>- Xác định bài toán:  <i>Input:</i> N và dãy A gồm N số nguyên dương lưu số thành viên  <i>Output:</i> Số lượng nhóm đề tài</p>	0.5
	<p>- Ý tưởng:          Xét lần lượt từng học sinh: 1 .. N          Ứng với từng học sinh đánh dấu các học sinh cùng nhóm, đồng thời tăng biến <i>dem</i> lên 1.          Kết quả bài toán là <i>dem</i></p>	1.5
	<p>- Thuật toán:          B 1. Nhập N và dãy <math>A_1, A_2, \dots, A_N</math>;          B 2. <math>i \leftarrow 1</math>; <math>dem \leftarrow 0</math>;          B 3. Nếu <math>i &gt; N</math> thì chuyển đến bước 11;          B 4: Nếu <math>A_i \leq 0</math> thì chuyển sang bước 10;          B 5. <math>dem \leftarrow dem + 1</math>;          B 6. <math>K \leftarrow A_i</math>; <math>j \leftarrow i</math>; <math>d \leftarrow 0</math>;          B 7. Nếu <math>(j &gt; N)</math> hoặc <math>(d = K)</math> thì chuyển đến bước 10;          B 8. Nếu <math>A_j = k</math> thì <math>A_j \leftarrow -K</math>; <math>d \leftarrow d + 1</math>;          B 9. <math>j \leftarrow j + 1</math> và quay lại bước 7;          B 10. <math>i \leftarrow i + 1</math> và quay lại bước 3          B 11. đưa ra kết quả <i>dem</i> rồi kết thúc.</p>	5.0

- Mỗi bài toán có nhiều thuật toán khác nhau để giải, Tùy vào bài làm của học sinh và thang điểm trên để cho điểm phù hợp
- Bài 3: Có thuật toán sắp xếp trước khi đánh dấu với độ phức tạp thuật toán nhỏ hơn, nếu học sinh thể hiện được thuật toán này có thể khuyến khích hơn

-